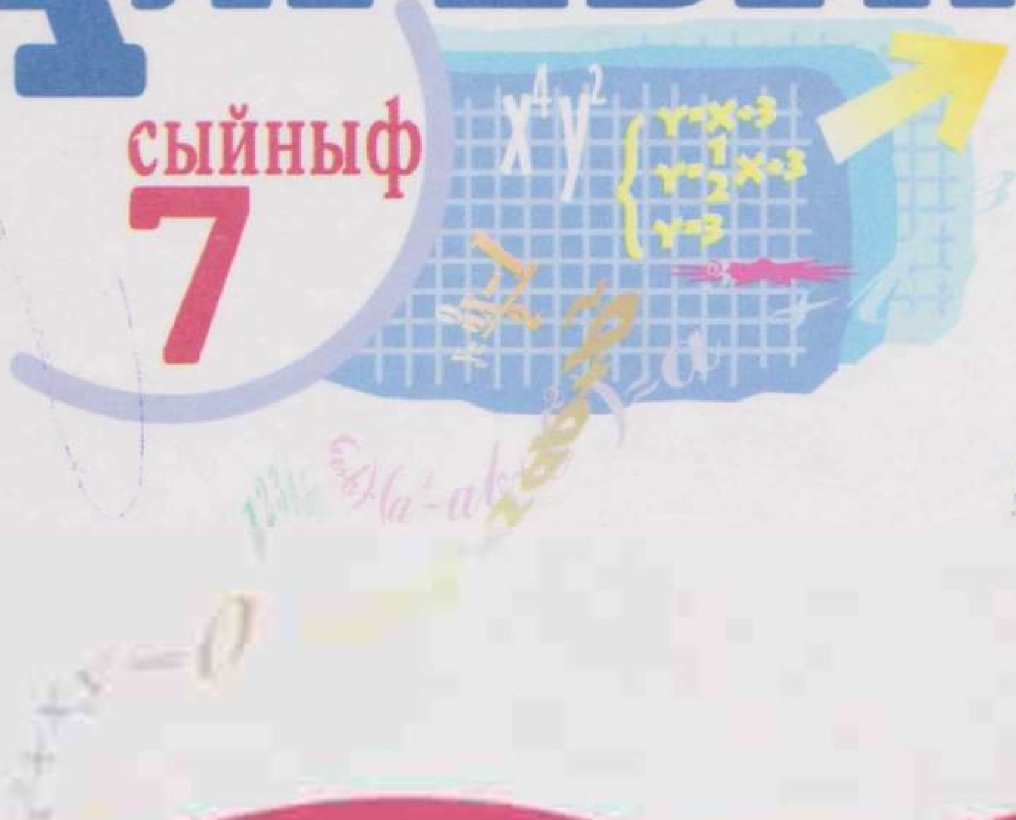
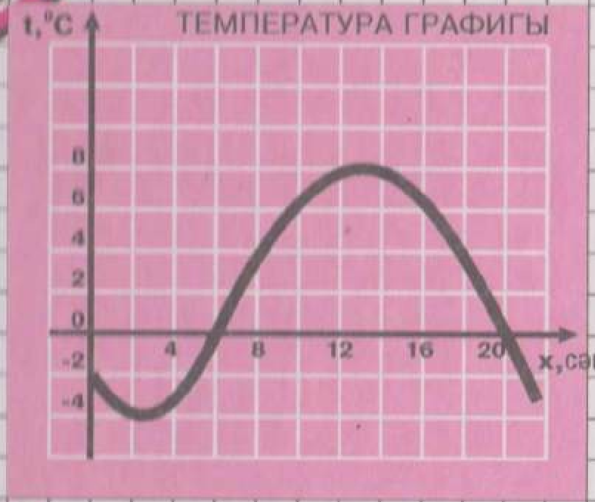
АЛГЕБРА

сыйныф
7



АЛГЕБРА
7



БӘЙЛЕЛЕКЛӘР ГРАФИКЛАРЫНА МИСАЛЛАР

1 ДӘН 10 ГА КАДӘРГЕ НАТУРАЛЬ САННАРНЫҢ КВАДРАТЛАРЫ ҺӘМ КУБЛАРЫ

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
n^3	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

2 ҺӘМ 3 САННАРЫНЫҢ ДӘРӘҖӘЛӘРЕ

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3^n	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049

КЫСКАЧА ТАПКЫРЛАУ ФОРМУЛАЛАРЫ

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

$$(a-b)(a+b)=a^2-b^2$$

$$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$$

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$$

АЛГЕБРА

ТАТАР УРТА ГОМУМИ БЕЛЕМ БИРҮ МӘКТӘБЕНЕҢ 7 НЧЕ СЫЙНЫФЫ ӨЧЕН ДӘРЕСЛЕК

С. А. ТЕЛЯКОВСКИЙ редакциясендә

Россия Федерациясе Мәгариф министрлыгы тарафыннан расланган

Тәрҗемә Татарстан Республикасы Мәгариф министрлыгы тарафыннан расланган

I бүлек
АҢЛАТМАЛАР, БЕРДӘЙЛЕКЛӘР, ТИГЕЗЛӘМӘЛӘР

II бүлек
ФУНКЦИЯЛӘР

III бүлек
НАТУРАЛЬ КҮРСӘТКЕЧЛЕ ДӘРӘҖӘ

IV бүлек
КҮПБУЫННАР

V бүлек
КЫСКАЧА ТАПКЫРЛАУ ФОРМУЛАЛАРЫ

VI бүлек
СЫЗЫКЧА ТИГЕЗЛӘМӘЛӘР СИСТЕМАЛАРЫ

Казан • «Мәгариф» нәшрияты
Москва • «Просвещение»
2004

УДК 373.167.1:512
ББК 22.14я72
А47

Авторлар:
Ю. Н. МАКАРЫЧЕВ, Н. Г. МИНДЮК,
К. И. НЕШКОВ, С. Б. СУВОРОВА

Дәреслек 1988 елда гомуми урта белем бирү мәктәпләре өчен дәреслекләрнең Бөтенсоюз конкурсында беренче урын алган

Шартлы тамгалар

	хәтердә калдырырга тиешле текст
■	белергә тиешле материал
▶	мәсьәләне чишә башлау
◁	мәсьәлә чишүне тәмамлау
●	расламаны нигезли яки формуланы чыгара башлау
○	нигезләүне яки формула чыгаруны тәмамлау
221	чишә белү мәҗбүри саналган дәрәҗәдәге бирем
341	өйдә эшләү өчен бирем
529	авыррак мәсьәлә

Алгебра: Учеб. для 7 кл. общеобразоват. учреждений / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова; Под редакцией С. А. Теляковского.— 12-е изд.— М.: Просвещение, 2003.

Охраняется Законом РФ «Об авторском праве и смежных правах». Воспроизведение всей книги или её части на любых видах носителей запрещается без письменного разрешения издательства.

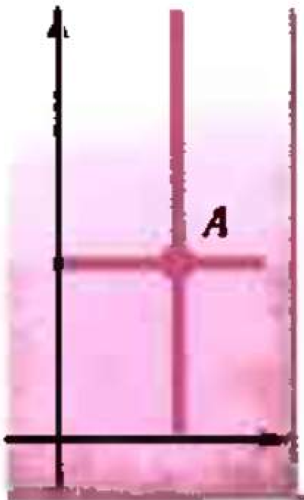
Переводное издание учебника выпущено в свет по Лицензионному договору 3/124 от 28.11.03. Экземпляры переводного издания подлежат распространению исключительно в Республике Татарстан, а также среди татарской диаспоры на территориях других субъектов Российской Федерации.

Алгебра : Татар урта гомуми белем бирү мәкт. 7 нче с-фы өчен
А47 д-лек / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова / Русчадан З. Х. Билалова, В. З. Закиров тәрж.— Казан: Мәгариф, 2004.—223 б.: рәс. б-н.
ISBN5-7761-1015-4

БЗ—10(69)—19—2003/2004

ISBN5-7761-1015-4

© Издательство «Просвещение», 1989
© Художественное оформление.
Издательство «Просвещение», 2000
Все права защищены
© Татарчага тәрҗемә. «Мәгариф» нәшрияты, 2004



I бүлек

Аңлатмалар, бердәйлекләр, тигезләмәләр

§ 1. Аңлатмалар

1. Санлы аңлатмалар

Мәсьәлә чишик:

«Туристлар 16 км/сәг тизлек белән 2 сәг шоссе буйлап велосипедта барганнар, аннары 7 км урман аша үткәннәр. Маршрутның бөтен озынлыгы нинди?»

Туристлар шоссе буйлап $16 \cdot 2$ км, ә урман аша 7 км юл үткәннәр. Шуңа күрә маршрутның бөтен озынлыгы $(16 \cdot 2 + 7)$ км га, ягъни 39 км га тигез.

Мәсьәләне чишеп, без $16 \cdot 2 + 7$ *санлы аңлатмасын* таптык.

Санлы аңлатмалар саннардан гамәл билгеләре һәм җәяләр ярдәмендә төзелә. Санлы аңлатмаларга тагын мисаллар китерик:

$$43 : 5; \qquad 9{,}6 - 3 \cdot 1{,}2; \qquad 5 \cdot (7{,}4 - 6{,}1).$$

Санлы аңлатмада гамәлләрне үтәү нәтиҗәсендә табылган сан *аңлатманың кыйммәте* дип атала.

Мәсәлән, $96 - 2 \cdot 6^2$ аңлатмасының кыйммәтен табыйк. Моның өчен без, гамәлләрне үтәүнең кабул ителгән тәртибен саклап, башта дәрәҗәгә күтәрү, аннары тапкырлау гамәлен һәм, ниһаять, алу гамәлен эшләргә тиеш булабыз:

$$1)\ 6^2 = 36; \qquad 2)\ 2 \cdot 36 = 72; \qquad 3)\ 96 - 72 = 24.$$

$96 - 2 \cdot 6^2$ аңлатмасының кыйммәте 24 саны була.

Әгәр аңлатмада нульгә бүлү очраса, бу аңлатманың кыйммәте булмый, чөнки нульгә бүләргә ярамый. Андый аңлатмалар турында сөйләгәндә, бу аңлатманың мәгънәсе юк, диләр.

Мәсәлән: $35 : (4 \cdot 2 - 8)$, $\frac{1}{12 + 4 \cdot (-3)}$ аңлатмаларының мәгънәсе юк.

Күнегүләр

1 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $6{,}965 + 23{,}3$; б) $76{,}73 + 3{,}27$; в) $50{,}4 - 6{,}98$; г) $88 - 9{,}804$;
д) $6{,}5 \cdot 1{,}22$; е) $0{,}48 \cdot 2{,}5$; ж) $3{,}725 \cdot 3{,}2$; з) $0{,}016 \cdot 0{,}25$;
и) $53{,}4 : 15$; к) $16{,}94 : 2{,}8$; л) $75 : 1{,}25$; м) $123{,}12 : 30{,}4$.

2 Гамәлләрне эшләгез:

а) $481{,}92 : 12 - 20{,}16$; б) $6{,}05 \cdot (53{,}8 + 50{,}2)$;
в) $1{,}08 \cdot 30{,}5 - 9{,}72 : 2{,}4$; г) $44{,}69 + 0{,}5 \cdot 25{,}5 : 3{,}75$.

3 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $155{,}5 - 5{,}5 \cdot 20{,}7$; б) $85{,}68 : (4{,}138 + 2{,}162)$;
в) $3{,}6 : 0{,}08 + 5{,}2 \cdot 2{,}5$; г) $(9{,}885 - 0{,}365) : 1{,}7 + 4{,}4$.

4 Гамәлләрне эшләгез:

а) $\frac{3}{5} + \frac{6}{7}$; б) $\frac{5}{6} + \frac{1}{4}$; в) $\frac{7}{8} - \frac{5}{6}$; г) $\frac{3}{10} - \frac{4}{15}$;
д) $1\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$; е) $5 - 3\frac{2}{7}$; ж) $\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8}$; з) $\frac{5}{8} : \frac{9}{10}$;
и) $1\frac{1}{9} \cdot 1\frac{1}{2}$; к) $2\frac{6}{7} : 1\frac{3}{7}$; л) $6\frac{3}{5} \cdot 10$; м) $3\frac{2}{3} : \frac{1}{6}$.

5 Исәпләп чыгарыгыз:

а) $6\frac{1}{3} - 8$; б) $-2\frac{2}{7} + 4\frac{3}{5}$; в) $5\frac{1}{3} - 6\frac{1}{4}$;
г) $\frac{3}{8} : \left(-\frac{9}{16}\right)$; д) $\frac{5}{12} \cdot (-6)$; е) $-3\frac{2}{9} \cdot 3$;
ж) $\frac{4}{7} \cdot (-49)$; з) $-16 : \left(-\frac{4}{9}\right)$; и) $-3\frac{1}{2} \cdot \left(-1\frac{3}{7}\right)$.

6 Гамәлләрне эшләгез:

а) $8\frac{1}{3} + 6\frac{1}{2} - 3\frac{5}{6}$; б) $12\frac{3}{8} - 5\frac{1}{4} + 7\frac{1}{2}$;
в) $2\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{10} : 2\frac{4}{5}$; г) $1\frac{1}{6} : 2\frac{1}{6} \cdot 26$.

7 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $3\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3} + 6\frac{4}{9} : 2$; б) $\frac{2}{3} - \frac{8}{23} \cdot \left(\frac{3}{4} + 1\frac{1}{6}\right)$;
в) $2\frac{5}{6} - 1\frac{1}{5} \cdot 1\frac{1}{9} + 1\frac{5}{7} : 1\frac{1}{7}$; г) $5\frac{2}{9} : \left(3 - 1\frac{1}{9} \cdot 2\frac{2}{5}\right) + \frac{4}{5}$.

8 Гамәлләрне эшләгез:

а) $3\frac{2}{15} + 1\frac{2}{5} : \frac{1}{3} - 2\frac{1}{5}$; б) $\left(1\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) : 3\frac{3}{4} + \frac{2}{3}$;
в) $4\frac{5}{6} - \frac{5}{8} - 2\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6}$; г) $\left(4 - 2\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}\right) : 3\frac{1}{3} - \frac{1}{3}$.

9 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) 25^2; в) $3{,}5^2$; д) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$; ж) $\left(1\frac{1}{6}\right)^2$;

б) 12^3; г) $0{,}2^3$; е) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$; з) $\left(2\frac{1}{2}\right)^3$.

10 2 цифрын өч тапкыр кулланып, кыйммәте а) 6 га, б) 8 гә; в) 3 кә; г) 1 гә тигез булган анлатма төзегез.

11 Ике гамәл тамгасын эченә алган һәм кыйммәте а) 12 гә; б) 0 гә тигез булган нинди дә булса аңлатма төзегез.

12 Мәсьәләне чишү өчен санлы аңлатма төзегез: «Аралары 40 км булган ике пункттан бер үк вакытта кара-каршы ике җәяүле юлга чыга. Бер җәяүленең тизлеге 4 км/сәг, икенчесенеке 5 км/сәг булса, 3 сәг тән соң алар бер-берсеннән нинди ераклыкта булыр?»

13 Мәсьәләне аңлатма төзеп чишегез: «Бер эшче сәгатенә 7 деталь, икенчесе 9 деталь ясый. 4 сәг тә алар ничә деталь ясар?»

14 Аңлатманы «сумма», «аерма», «тапкырчыгыш» һәм «өлеш» терминнарыннан файдаланып укыгыз:

а) $8{,}5 - 7{,}3$; г) $5{,}6 + 0{,}9$; ж) $2{,}5 - (3{,}2 + 1{,}8)$;
б) $4{,}7 \cdot 12{,}3$; д) $2 \cdot 9{,}5 + 14$; з) $6{,}1 \cdot (8{,}4 : 4)$;
в) $65 : 1{,}3$; е) $(10 - 2{,}7) : 5$; и) $(6{,}4 + 7) : 2$.

15 а) 28 һәм 15 саннарының суммасын;
б) 6 һәм 3 саннарының тапкырчыгышын;
в) 3 һәм 8,7 саннарының аермасын;
г) 0,8 һәм 0,4 саннарының өлешен анлатма рәвешендә языгыз.

Кабатлау өчен күнегүләр

16 240 санының 1% ын табыгыз. Шул ук санның 5% ын, 85% ын, 150% ын табыгыз.

17 а) 500 санының 3% ын; г) 280 санының 9,5% ын;
б) 15 санының 40% ын; д) 9,5 санының 280% ын;
в) 8,5 санының 120% ын; е) 1,25 санының 1,2% ын табыгыз.

18 Берничә китап өчен 320 сум акча түләделәр. Бер китапның бәясе тотылган акчаның 30% ын, икенчесенең бәясе 45% ын тәшкил итә. Беренче китап икенчесеннән ничә сумга арзанрак?

19 Участокның мәйданы 80 га. Бер тракторчы шул участокның 40% ын, икенчесе калган өлешенең 60% ын сөрде. Аларның кайсысы күбрәк сөргән һәм ничә гектарга?

20 Колхоз һәр гектардан 44 ц бодай җыеп ала иде. Әмма интенсив технология куллану нәтиҗәсендә, колхоз шул ук мәйданнан бодай җыеп алуны 25% ка арттырды. Колхоз һәр гектардан ничә центнер бодай җыеп ала башлаган?

2. Үзгәрешлеле аңлатмалар

Автомобиль 60 км/сәг тизлек белән хәрәкәт итеп, 2 сәг тә $60 \cdot 2$ км, 3 сәг тә $60 \cdot 3$ км, 5 сәг тә $60 \cdot 5$ км юл үтә. Гомумән, t сәг тә ул $60t$ км юл үтә. t ның кыйммәтен үзгәртеп, $60t$ аңлатмасы ярдәмендә без автомобильнең төрле вакыт аралыкларында үткән юлын таба алабыз. Моның өчен, t хәрефе урынына аның кыйммәтен куеп, тапкырлау гамәлен башкару җитә. $60t$ аңлатмасында t хәрефен *үзгәрешле* дип, ә $60t$ аңлатмасының үзен *үзгәрешлеле аңлатма* дип атыйлар.

Тагын мисал китерик. Турыпочмаклыкның яклары a см һәм b см га тигез булсын. Ул вакытта аның мәйданы ab см^2 га тигез. ab аңлатмасы ике үзгәрешлеле: a һәм b ны эченә алган. Бу аңлатма a һәм b ның төрле кыйммәтләре өчен турыпочмаклыкның мәйданын ничек табарга кирәклеген күрсәтә. Мәсәлән,
әгәр $a = 8$ һәм $b = 11$ булса, $ab = 8 \cdot 11 = 88$;
әгәр $a = 25$ һәм $b = 4$ булса, $ab = 25 \cdot 4 = 100$.

Әгәр үзгәрешле кергән аңлатмада һәр үзгәрешле урынына аның нинди дә булса кыйммәтен куйсак, санлы аңлатма барлыкка килә. Бу аңлатманың үзгәрешленең сайлап алынган кыйммәте өчен исәпләп чыгарылган кыйммәтен *үзгәрешлеле аңлатманың кыйммәте* дип атыйлар.

Әйтик, 88 саны ab аңлатмасының $a = 8$ һәм $b = 11$ булгандагы кыйммәте, 100 саны шушы ук аңлатманың $a = 25$ һәм $b = 4$ булгандагы кыйммәте була.

$\frac{b}{b-3}$ аңлатмасын карап китик. Теләсә нинди $b \neq 3$ өчен аның кыйммәтен табарга мөмкин. Мәсәлән, әгәр $b = 13$ булса, $\frac{b}{b-3} = \frac{13}{13-3} = \frac{13}{10} = 1{,}3$.

$b = 3$ булганда, әлеге аңлатманың кыйммәтен табарга ярамый, чөнки бу очракта $b - 3$ бүлүчесе нульгә тигез. Биредә $b \neq 3$ булганда, $\frac{b}{b-3}$ аңлатмасының мәгънәсе бар, ә $b = 3$ булганда, мәгънәсе юк, диләр.

Кайбер аңлатмалар үзгәрешленең барлык кыйммәтләре өчен дә мәгънәгә ия була.

$$x(x+1),\ ay-4,\ \frac{a^2-10}{3}$$

аңлатмалары шундый мисаллар булып торалар.

Үзгәрешлеле аңлатмалар *формулалар* язганда кулланыла.

Мәсәлән, җөп сан формуласын карап китик. Теләсә нинди җөп m санын 2 саны белән бөтен n санының тапкырчыгышы рәвешендә күрсәтергә мөмкин, ягъни

$$m = 2n.$$

Әгәр бу формулада n урынына бөтен саннарны куйсак, m үзгәрешлесенең кыйммәтләре җөп саннар булыр. $m = 2n$ формуласын җөп сан формуласы дип атыйлар.

$m = 2n + 1$ формуласын (биредә n — бөтен сан) так сан формуласы дип атыйлар.

Теләсә нинди башка натураль санга кабатлы санның формуласын җөп сан формуласына аналогия буенча язарга була.

Мәсәлән, 3 кә кабатлы саннарның формуласы болай язылыр: $m = 3n$, биредә n — бөтен сан.

Күнегүләр

21 а) $x = 7$; 0; -5 булганда, $4x - 12$; б) $y = 3$; 0; -6 булганда, $2{,}8 - 0{,}5y$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

22 x ның күрсәтелгән кыйммәтләре өчен $3x - 1$ һәм $-3x + 1$ аңлатмаларының кыйммәтләрен исәпләп чыгарып, таблицаны тутырыгыз:

x	-2	-1	0	1	2	4	5
$3x - 1$							
$-3x + 1$							

$3x - 1$ һәм $-3x + 1$ аңлатмаларының тиндәшле кыйммәтләре нинди саннар булырлар?

23 $10 - 2y$ һәм $10 + 2y$ аңлатмаларының кыйммәтләрен табыгыз һәм аларны таблицаның тиешле шакмакларына языгыз:

y	-3	-1	0	2	3	4	6
$10 - 2y$							
$10 + 2y$							

24 x үзгәрешлесенең кыйммәтләре 5, 3, 0, -3 һәм 10 га тигез. а) $x^2 + 4$; б) $x^2 - 8$ аңлатмаларының тиндәшле кыйммәтләрен табыгыз.

25 Үзгәрешлеләр түбәндәге кыйммәтләргә ия булганда, $x + y$ суммасы һәм xy тапкырчыгышы нинди кыйммәтләр ала:

а) $x = 1{,}2$, $y = -2{,}5$;
б) $x = -0{,}8$, $y = 3$;
в) $x = 0{,}1$, $y = 0{,}2$;
г) $x = -1{,}4$, $y = -1{,}6$?

26 а) $m = -\frac{2}{5}$, $n = \frac{2}{3}$; б) $m = 0{,}2$, $n = -1{,}4$ булса,

$5m - 3n$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

27 а) $x = 2{,}4$, $y = 0{,}8$; в) $x = 4{,}8$, $y = -2{,}1$;
б) $x = -3{,}6$, $y = 5$; г) $x = -4{,}4$, $y = -3$

булса, $\frac{1}{2}x - y$ аңлатмасының кыйммәтен исәпләп чыгарыгыз.

28 $a - 2b$ аңлатмасының кыйммәтләрен исәпләп чыгарып, таблицаны тутырыгыз:

a	5	−2	4	1	6
b	−3	3	0	−1	4
$a - 2b$					

29 x һәм y ның нинди дә булса кыйммәтләре өчен $x - y$ аңлатмасының кыйммәте 0,7 гә тигез. x һәм y ның шул ук кыйммәтләрендә

а) $5(x - y)$; б) $y - x$; в) $\frac{1}{x - y}$; г) $\frac{x - y}{y - x}$

аңлатмалары нинди кыйммәтләр ала?

30 а) $m = -2\frac{1}{2}$, $n = 3$ булганда, $(2m + 6)n$;

б) $x = 5$, $y = -1$ булганда, $x - 2xy$;

в) $a = 10$, $x = -5$, $y = -\frac{1}{3}$ булганда, $ax - 3y$;

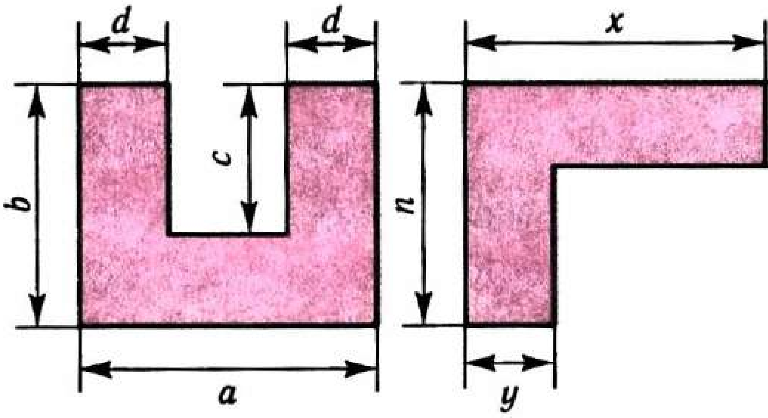
г) $a = \frac{1}{2}$, $x = 2$, $b = -3$, $c = 5{,}8$ булганда, $ax + bx + c$ аңлатмасының кыйммәтен исәпләп чыгарыгыз.

31 Сыйныфта 35 укучы бар. Аларның һәркайсы түләүсез барлык бәясе a сумлык булган дәреслекләр һәм берсе b сум торган 5 контурлы карта алган. Бу сыйныф укучыларын дәреслекләр һәм контурлы карталар белән тәэмин итү өчен күпме акча тотылган?

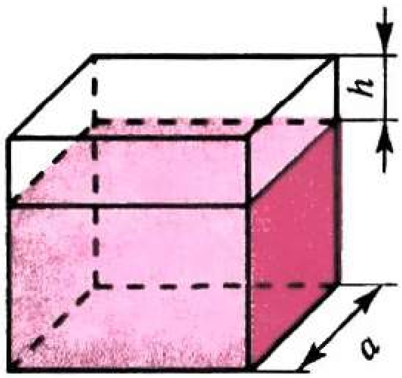
32 Тәҗрибә басуын ике участокка бүлгәннәр. Беренче участокның мәйданы a га, ә икенчесенеке b га. Беренче участокның һәр гектарыннан 32 шәр ц, ә икенче участокның һәр гектарыннан 40 ар ц бодай уңышы җыеп алганнар. Ике участоктан күпме бодай җыеп алынган? $a = 120$ һәм $b = 80$ булганда исәпләп чыгарыгыз.

33 Төзелештә һәркайсында a кеше булган 5 бригада һәм һәркайсында b кеше булган 3 бригада эшләгән. Төзелештә ничә кеше эшләгән? $a = 25$ һәм $b = 32$ булганда исәпләп чыгарыгыз.

34 1 нче рәсемдә кисемтәләрнең озынлыклары (сантиметрларда) күрсәтелгән. Рәсемдә сурәтләнгән һәр фигураның мәйданын (квадрат сантиметрларда) исәпләү өчен аңлатма төзегез.



Рəс. 1



Рəс. 2

35 Кубның кабыргасы a м. Бу кубтан биеклеге h м га тигез булган турыпочмаклы параллелепипед кисеп алганнар (рəс. 2). Калган кисəкнең күлəмен табыгыз.

36 Турыпочмаклыкның буе a см, иңе b см.
а) ab; б) $2a + 2b$; в) $a + b$; г) $2a$ аңлатмасы нəрсə белдерə?

37 Дəфтəр x сум, ə карандаш y сум тора.
а) $x + y$; в) $2x + 3y$;
б) $3x + y$; г) $\frac{x}{y}$ аңлатмасы нəрсə белдерə?

38 Аңлатмаларны «сумма», «аерма», «тапкырчыгыш» һəм «өлеш» терминнарын кулланып укыгыз:
а) mx; г) $(a + 5)x$; ж) $\frac{a}{b} + c$;
б) $n - a$; д) $m - 8a$; з) $ab + bc$;
в) $10 + ab$; е) $2x + 1$; и) $(a - b)(a + b)$.

39 Аңлатма рəвешендə языгыз:
а) b һəм c саннарының суммасын;
б) a һəм m саннарының аермасын;
в) x санының квадратын;
г) y санының кубын;
д) x санының a һəм b саннары тапкырчыгышы белəн суммасын;
е) m санының x һəм y саннары өлеше белəн аермасын;
ж) a һəм b саннары суммасының c санына тапкырчыгышын;
з) a санының x һəм y саннары суммасына тапкырчыгышын.

40 Үзгəрешленең нинди кыйммəтлəре өчен аңлатманың мəгънəсе бар:
а) $5y + 2$; в) $\frac{1}{x-7}$; д) $\frac{7a}{3+a}$;
б) $\frac{18}{y}$; г) $\frac{m-1}{4}$; е) $\frac{2b}{10-b}$?

41 а) 5 кə кабатлы; б) 10 га кабатлы; в) 101 гə кабатлы санның формуласын төзегез.

42 7 гə кабатлы саннарның формуласын языгыз. Бу формула буенча 7 гə кабатлы ике өчурынлы сан табыгыз.

43 6 га кабатлы саннарның формуласын языгыз. Бу формула буенча 6 га кабатлы нинди дə булса өч сан табыгыз.

Кабатлау өчен күнегүләр

44 а) Санның 3% ы 1,8 гә тигез;
б) санның 85% ы 17 гә тигез;
в) санның 130% ы 3,9 га тигез;
г) санның 6,2% ы 9,3 кә тигез
икәне билгеле булса, шул саннарны табыгыз.

45 Бидоннан 30% сөтне алганнан соң, анда 14 л сөт калган. Башта бидонда ничә литр сөт булган?

46 Завод планны 15% ка арттырып үтәп, 230 станок эшләп чыгарган. Завод план буенча ничә станок эшләп чыгарырга тиеш булган?

3. Аңлатмаларның кыйммәтләрен чагыштыру

Мәсьәлә чишик: «48 һәм 60 га мәйданлы ике тәҗрибә участогына бодай чәчкәннәр. Беренче участоктан 1800 ц, икенчесеннән 2100 ц бодай уңышы җыеп алганнар. Уңыш кайсы участокта югарырак булган?»

Уңыш участоктан җыелган бодай массасын участок мәйданына бүлгәннән чыккан өлеш белән күрсәтелә. Кайсы участокның уңышы югарырак икәнен белү өчен, $1800:48$ белән $2100:60$ аңлатмаларының кыйммәтләрен чагыштырып карарга кирәк. $1800:48=37{,}5$; $2100:60=35$ булганга күрә, беренче участокның уңышы югарырак булыр.

Теләсә нинди санлы ике аңлатманың кыйммәтләре тигезме яки тигез түгелме икәнен, ә инде тигез булмаса, аларның кайсысы зуррак һәм кайсысы кечкенәрәк икәнен билгеләп була.

Аңлатмаларның кыйммәтләрен чагыштыру нәтиҗәсен тигезлек яки тигезсезлек рәвешендә язарга мөмкин. Мәсәлән, $1800:48$ һәм $2100:60$ өлешләрен чагыштыру нәтиҗәсен

$$1800:48>2100:60$$

тигезсезлеге рәвешендә язарга мөмкин.

Әгәр аңлатмаларга үзгәрешлеләр кергән булса, үзгәрешлеләрнең төрле кыйммәтләре өчен бу аңлатмаларның кыйммәтләрен чагыштыру нәтиҗәләре дә төрлечә килеп чыгуы бар.

Мәсәлән, $2a$ һәм $a+4$ аңлатмаларының кыйммәтләрен $a=0$, 4, 10 өчен чагыштырыйк.

Әгәр $a=0$ булса, $2a=0$ һәм $a+4=4$ була, ягъни $a=0$ булганда, $2a<a+4$ тигезсезлеге дөрес.

Әгәр $a=4$ булса, $2a=8$ һәм $a+4=8$ була, ягъни $a=4$ булганда, $2a=a+4$ тигезлеге дөрес.

Әгәр $a=10$ булса, $2a=20$ һәм $a+4=14$ була, ягъни $a=10$ булганда, $2a>a+4$ тигезсезлеге дөрес.

Кайвакыт аңлатманың кыйммәте нинди саннар арасында урнашканлыгын билгеләргә кирәк була.

Мисал карап китик. Металл шарчыкны үлчәгәндә, аның массасы 86 г нан күбрәк, 87 г нан азрак булуын белгәннәр. Шарчыкның массасын (граммнарда) m хәрефе белән тамгалыйк. Ул вакытта үлчәү нәтиҗәсен болай язарга мөмкин:

$$m > 86 \text{ һәм } m < 87$$

яки башкача:

$$86 < m \text{ һәм } m < 87.$$

$86 < m$ һәм $m < 87$ тигезсезлекләрен икеле тигезсезлек рәвешендә язарга була:

$$86 < m < 87.$$

$86 < m < 87$ тигезсезлеге болай укыла: «86 кечерәк m нан һәм m кечерәк 87 дән» яки кыскача:

«m зуррак 86 дан һәм кечерәк 87 дән».

Тагын бер мисал карыйк. Бер айдагы көннәр саны 31 дән кимрәк яки 31 гә тигез. Бер айдагы көннәр санын n хәрефе белән тамгалыйк. Ул вакытта

$$n < 31 \text{ яки } n = 31.$$

Бу язылышны гадәттә бер тигезсезлек рәвешендә язалар:

$$n \leq 31$$

(«n кечерәк яки тигез 31 гә» дип укыйлар).

Бер айдагы көннәр саны 28 дән күбрәк (зуррак) яки 28 гә тигез:

$$n > 28 \text{ яки } n = 28.$$

Мондый очракларда кыскача болай языла:

$$n \geq 28$$

(«n зуррак яки тигез 28 гә» дип укыла).

$n \geq 28$ булганга күрә, $28 \leq n$.

$$28 \leq n \text{ һәм } n \leq 31$$

тигезсезлекләрен

$$28 \leq n \leq 31$$

икеле тигезсезлеге рәвешендә язарга мөмкин.

$>$ һәм $<$ тамгалары ярдәмендә төзелгән тигезсезлекләрне *төгәл тигезсезлекләр* дип, ә $\geq$ һәм $\leq$ тамгалары ярдәмендә төзелгән тигезсезлекләрне *төгәл булмаган тигезсезлекләр* дип атыйлар.

Күнегүләр

47 Аңлатмаларның кыйммәтләрен чагыштырыгыз:

а) $2{,}06 \cdot 3{,}05$ һәм $21{,}28 : 3{,}5$;

б) $97{,}2 : 2{,}4$ һәм $62 - 21{,}6$;

в) $\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$ һәм $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$;

г) $16 - 3\frac{5}{8}$ һәм $15 - 2\frac{1}{4}$.

48 Аңлатмаларның кыйммәтләрен чагыштырыгыз:

а) $56 \cdot \frac{2}{7}$ һәм $56 : \frac{7}{2}$;

б) $9 : 0{,}36$ һәм $0{,}9$;

в) $\frac{3}{5} - \frac{5}{4}$ һәм $\frac{3}{8} \cdot (-\frac{5}{4})$;

г) $\frac{1}{8} - \frac{1}{9}$ һәм $\frac{1}{9} - \frac{1}{10}$.

49 Тигезсезлек дөресме:

а) $2\frac{1}{2} : \frac{3}{4} - 2\frac{1}{3} > \left(1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}\right) \cdot 4$;

б) $-7{,}62 + 3{,}38 < 4{,}2 - 7{,}31$?

50 Аңлатмаларның кыйммәтләрен чагыштырыгыз:

а) $0{,}7 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}9$ һәм $0{,}7 + 0{,}8 - 0{,}9$;

б) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}$ һәм $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6}$.

51 а) $a = 3{,}8$; 0; 5 булганда, $9{,}5 - a$ һәм $0{,}5a$;
б) $c = 1{,}6$; -3; -6 булганда, $3 - c$ һәм $4c - 5$ аңлатмаларының кыйммәтләрен чагыштырыгыз.

52 а) $x = 8$; 0; -3 булганда, x һәм $-x$;
б) $x = 5$; 0; -5 булганда, x һәм $100x$;
в) $x = 2$; 0; -3 булганда, $10 - 3x$ һәм $10 - 2x$;
г) $a = 3{,}4$; $b = -1{,}5$ булганда, $a + b$ һәм $a - b$ аңлатмаларының кыйммәтләрен чагыштырыгыз.

53 а) $m = -1$; -5; 2 булганда, $5m - 0{,}8$ һәм $0{,}8m - 5$;
б) $a = 4{,}6$; $b = 0{,}23$ булганда, ab һәм $a : b$ аңлатмаларының кыйммәтләрен чагыштырыгыз.

54 $x = 4{,}2$; 5; 6,5 булганда, $2x + 5 < 3x$ тигезсезлеге дөресме?

55 Тигезсезлекне укыгыз:

а) $8{,}1 < 8{,}14 < 8{,}6$;

б) $9 < 9{,}865 < 10$;

в) $-900 < -839 < -800$;

г) $-40 < -38{,}7 < -30$;

д) $1\frac{3}{5} < 1{,}7 < 1\frac{4}{5}$;

е) $2{,}42 < 2\frac{3}{7} < 2{,}43$.

56 Икеле тигезсезлек рәвешендә языгыз:
а) 8 кечерәк 13 тән һәм 13 кечерәк 15 тән;
б) 4,1 кечерәк 4,18 дән һәм 4,18 кечерәк 4,2 дән;
в) 63,5 зуррак 63 тән һәм кечерәк 64 тән;
г) $-8{,}1$ зуррак -11 дән һәм кечерәк -7 дән;
д) a зуррак 1,8 дән һәм кечерәк 2,8 дән;
е) x зуррак a дан һәм кечерәк b дан.

57 Түбәндәге саннар арасында урнашкан нинди дә булса сан сайлап алыгыз:

а) 8,6 һәм 8,7;

б) $\frac{1}{7}$ һәм $\frac{1}{8}$;

в) $-3{,}6$ һәм $-3{,}7$;

г) $\frac{3}{4}$ һәм $\frac{5}{6}$.

Нәтиҗәне икеле тигезсезлек рәвешендә языгыз.

58 Икеле тигезсезлек рәвешендә языгыз:
а) 0,79 зуррак 0,7 дән һәм кечерәк 0,8 дән;
б) $6\frac{4}{5}$ зуррак 6 дан һәм кечерәк 7 дән;
в) −4,6 зуррак −10 нан һәм кечерәк 0 дән;
г) m зуррак −16 дан һәм кечерәк −15 тән;
д) k зуррак 2,65 тән һәм кечерәк 2,66 дан;
е) y зуррак m нан һәм кечерәк n нан.

59 a, b һәм c саннары координаталар турысында нокталар белән билгеләнгән (рәс. 3), $a > b$ һәм $c > a$ икәне билгеле булса, һәр нокта янына тиешле санны языгыз. $<$ тамгасы ярдәмендә a, b һәм c саннарыннан икеле тигезсезлек төзегез.

Рәс. 3

60 Тигезсезлекне укыгыз:
а) $7{,}3 \le x$;
б) $y \ge 0{,}83$;
в) $a \ge -10{,}4$;
г) $k \le 0{,}5$;
д) $4{,}4 \le n \le 6{,}1$;
е) $7{,}6 \le m \le 20{,}8$;
ж) $-5 \le a < -2$;
з) $x \le b \le y$.

61 Тигезсезлек дөресме:
а) $x = 2{,}7$; 5,3; 6 булганда, $x \le 5{,}3$;
б) $y = 3{,}5$; 4,8; 7,1 булганда, $y \ge 4{,}8$;
в) $x = 0{,}5$; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9 булганда, $0{,}6 < x \le 0{,}8$;
г) $y = 2{,}1$; 2,2; 2,3; 2,4; 2,5 булганда, $2{,}1 \le y \le 2{,}4$.

62 Тигезсезлек тамгалары ярдәмендә языгыз:
а) x кечерәк яки тигез 8 гә;
б) y зуррак яки тигез 0 гә;
в) a зуррак 5 тән һәм кечерәк яки тигез 7 гә;
г) b зуррак яки тигез −2 гә һәм кечерәк 1 дән.

63 Тигезсезлек рәвешендә языгыз:
а) x — тискәре сан;
б) m — уңай сан;
в) y — тискәре булмаган сан;
г) z — уңай булмаган сан.

64 Икеле тигезсезлек рәвешендә языгыз:
а) x зуррак яки тигез 11 гә һәм кечерәк 12 дән;
б) y зуррак 50 дән һәм кечерәк яки тигез 100 гә;
в) a зуррак 350 дән һәм кечерәк 400 дән;
г) b зуррак яки тигез −100 гә һәм кечерәк яки тигез −10 га.

65 «Жигули» автомобиле x сәг тә 700 км, «Москвич» автомобиле y сәг тә 630 км юл үткән. а) $x = 12{,}5$; $y = 10{,}5$; б) $x = y = 14$ булганда, автомобильләрнең уртача тизлекләрен чагыштырыгыз.

Кабатлау өчен күнегүләр

66 а) 8 саны 200 санының;
б) 2,1 саны 14 санының;
в) 0,363 саны 6,6 санының;
г) 10,2 саны 8,5 санының
ничә процентын тәшкил итә?

67 Рационализаторлык тәкъдимнәре нәтиҗәсендә комбинатта эшчеләр саны кыскартылган. 1600 эшчедән 1200 эшче калган. Эшчеләр саны ничә процентка кимегән?

68 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $37{,}6 - 5{,}84 + 3{,}95 - 8{,}9$;
б) $81 - 45{,}34 + 19{,}6 + 21{,}75$;
в) $17{,}1 \cdot 3{,}8 : 4{,}5 \cdot 0{,}5$;
г) $81{,}9 : 4{,}5 : 0{,}28 \cdot 1{,}2$.

69 Аңлатма рәвешендә языгыз:

а) x саны белән a һәм b саннары тапкырчыгышының суммасын;

б) a санын b һәм c саннарының аермасына бүлүдән чыккан өлешне;

в) x һәм a саннары суммасы белән x һәм b саннары аермасының тапкырчыгышын.

Контроль сораулар

1 Санлы аңлатмага һәм үзгәрешлеле аңлатмага мисаллар китерегез.

2 $x + 3$ һәм $3x$ аңлатмаларының кыйммәтләрен $x = -4$; 1,5; 5 булганда чагыштырыгыз.

3 Икеле тигезсезлеккә мисал китерегез һәм аны укыгыз.

4 $\geq$ һәм $\leq$ тамгалары ничек укыла? Нинди тигезсезлек — төгәл тигезсезлек дип, ниндие төгәл булмаган тигезсезлек дип атала?

§ 2. Аңлатмаларның рәвешен үзгәртү

4. Саннар өстендә гамәл үзлекләре

Саннарны кушу һәм тапкырлауның төп үзлекләрен искә төшерик.

1) *Урын алыштыру үзлеге:* теләсә нинди a һәм b саннары өчен

$$a + b = b + a, \quad ab = ba$$

тигезлекләре дөрес.

2) *Оештыру үзлеге*: теләсә нинди a, b һәм c саннары өчен

$$(a + b) + c = a + (b + c), \ (ab)c = a(bc)$$

тигезлекләре дөрес.

3) *Тарату үзлеге:* теләсә нинди a, b һәм c саннары өчен

$$a(b + c) = ab + ac$$

тигезлеге дөрес.

Кушуның урын алыштыру һәм оештыру үзлекләреннән теләсә кайсы суммада кушылучыларның урыннарын теләсә ничек алыштырып куярга һәм кушылучыларны ирекле рәвештә группаларга берләштерергә мөмкин икәнлеге килеп чыга.

1 нче мисал $1{,}23 + 13{,}5 + 4{,}27$ суммасын исәплик.

▶ Моның өчен беренче кушылучы белән өченчесен берләштерү уңайлырак. Табабыз:

$$1{,}23 + 13{,}5 + 4{,}27 =$$
$$= (1{,}23 + 4{,}27) + 13{,}5 = 5{,}5 + 13{,}5 = 19. \quad \triangleleft$$

Тапкырлауның урын алыштыру һәм оештыру үзлекләреннән теләсә кайсы тапкырчыгышта тапкырлаучыларның урыннарын теләсә ничек алыштырып куярга һәм тапкырлаучыларны ирекле рәвештә группаларга берләштерергә мөмкин икәнлеге килеп чыга.

2 нче мисал $1{,}8 \cdot 0{,}25 \cdot 64 \cdot 0{,}5$ тапкырчыгышының кыйммәтен табабыз.

▶ Беренче тапкырлаучыны дүртенчесе белән, ә икенчесен өченчесе белән берләштереп табабыз:

$$1{,}8 \cdot 0{,}25 \cdot 64 \cdot 0{,}5 =$$
$$= (1{,}8 \cdot 0{,}5) \cdot (0{,}25 \cdot 64) = 0{,}9 \cdot 16 = 14{,}4. \quad \triangleleft$$

Тарату үзлеге санны өч яки аннан да күбрәк кушылучылар суммасына тапкырлаганда да дөрес кала.

Мәсәлән, теләсә нинди a, b, c һәм d саннары өчен

$$a(b + c + d) = ab + ac + ad$$

тигезлеге дөрес.

Без алу гамәлен кушу гамәле белән алмаштырырга мөмкин икәнен беләбез. Моның өчен кимүче санга киметүчегә капма-каршы санны кушалар:

$$a - b = a + (-b).$$

Бу $a - b$ рәвешендәге санлы аңлатманы a һәм $-b$ саннарының суммасы дип, ә $a + b - c - d$ рәвешендәге санлы аңлатманы a, b, $-c$, $-d$ саннарының суммасы дип исәпләргә мөмкинлек бирә.

МӨХӘММӘТ ИБН МУСА ӘЛ-ХАРӘЗМИ (787 — як. 850) —

Урта Азия математигы һәм астрономы. Арифметика һәм алгебрага нигез салучы трактатлар язган, алар математика үсешенә зур йогынты ясаган. Ул беренче булып алгебраны арифметикадан аера һәм аны мөстәкыйль фән буларак тикшерә башлый.

3 нче мисал $3{,}27 - 6{,}5 - 2{,}5 + 1{,}73$ аңлатмасының кыйммәтен табыйк.

▶ Бу аңлатма 3,27, −6,5, −2,5 һәм 1,73 саннарының суммасы ул. Кушуның үзлекләрен кулланып табабыз:

$$3{,}27 - 6{,}5 - 2{,}5 + 1{,}73 = (3{,}27 + 1{,}73) + (-6{,}5 - 2{,}5) =$$
$$= 5 + (-9) = -4. \lhd$$

4 нче мисал $36 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{5}{18}\right)$ тапкырчыгышын исәпләп чыгарыйк.

▶ $\frac{1}{4} - \frac{5}{18}$ тапкырлаучысын $\frac{1}{4}$ һәм $-\frac{5}{18}$ саннарының суммасы дип карарга мөмкин. Тапкырлауның тарату законын кулланып табабыз:

$$36 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{5}{18}\right) = 36 \cdot \frac{1}{4} - 36 \cdot \frac{5}{18} = 9 - 10 = -1. \lhd$$

Күнегүләр

70 Гамәлләрнең нинди үзлекләре исәпләүләрне эшләми генә түбәндәге тигезлекләрне дөрес дип расларга мөмкинлек бирә:

а) $247 + 35 = 35 + 247$;
б) $84 \cdot 19 = 19 \cdot 84$;
в) $14 + (16 + 97) = (14 + 16) + 97$;
г) $25 \cdot (4 + 7) = 25 \cdot 4 + 25 \cdot 7$?

71 Иң рациональ ысул белән исәпләгез:

а) $3{,}17 + 10{,}2 + 0{,}83 + 9{,}8$;
б) $4{,}11 + 15{,}5 + 0{,}89 + 4{,}4$;
в) $15{,}21 - 3{,}9 - 4{,}7 + 6{,}79$;
г) $-4{,}27 + 3{,}8 - 5{,}73 - 3{,}3$.

72 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $8{,}91 + 25{,}7 + 1{,}09$;
б) $6{,}64 + 7{,}12 + 2{,}88$;
в) $7{,}15 - 9{,}42 + 12{,}85 - 0{,}58$;
г) $18{,}9 - 6{,}8 - 5{,}2 - 4{,}1$.

73 Гамәлне эшләгез һәм кушуның нинди үзлекләре кулланылуын аңлатып бирегез:

а) $5\frac{1}{8} + 13\frac{3}{4}$;
б) $19\frac{5}{6} + 10\frac{1}{3}$.

74 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $5\frac{3}{4} - 2\frac{1}{7} + 1\frac{1}{4} - 4\frac{6}{7}$;
б) $8\frac{2}{3} - 6\frac{3}{5} - 2\frac{2}{5} + 1\frac{7}{9}$.

75 Иң рациональ ысул белән исәпләгез:

а) $50 \cdot 1{,}34 \cdot 0{,}2$;
б) $-75{,}7 \cdot 0{,}5 \cdot 20$;
в) $25 \cdot (-15{,}8) \cdot 4$;
г) $0{,}47 \cdot 0{,}4 \cdot 25$.

76 Тапкырлауның тарату үзлеген кулланып, гамәлләрне эшләгез:

а) $3\frac{1}{8} \cdot 5$;
б) $7 \cdot 2\frac{3}{7}$;
в) $2\frac{2}{5} \cdot 10$;
г) $6 \cdot 4\frac{5}{12}$.

77 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $3{,}5 \cdot 6{,}8 + 3{,}5 \cdot 3{,}2$; б) $12{,}4 \cdot 14{,}3 - 12{,}4 \cdot 4{,}3$.

78 Исәпләп чыгарыгыз:

а) $15{,}7 \cdot 3{,}09 + 15{,}7 \cdot 2{,}91$; б) $4{,}03 \cdot 27{,}9 - 17{,}9 \cdot 4{,}03$.

79 а) $24 \cdot 17 + 17 \cdot 6$ суммасының 5 кә бүленүен;
б) $34 \cdot 85 + 34 \cdot 36$ суммасының 11 гә бүленүен исбатлагыз.

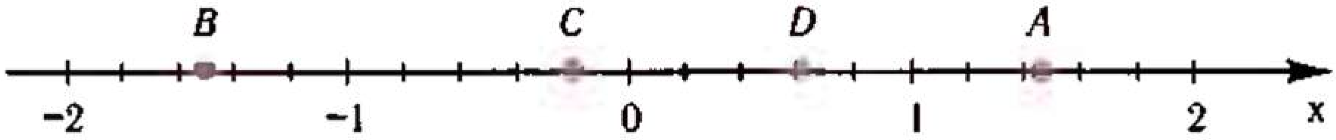
Кабатлау өчен күнегүләр

80 Балалар бакчасы өчен 5 данә карандашлар җыелмасы һәм 10 альбом сатып алганнар. Карандашлар җыелмасы a сум тора, ә альбом b сумга арзанрак. Балалар бакчасы өчен ничә сумлык әйбер алганнар?

81 Автомобиль t сәг 60 км/сәг тизлек белән, p сәг 50 км/сәг тизлек белән барган. Автомобильнең уртача тизлеге күпме?

82 $6\frac{1}{5}$; 6,3; $6\frac{1}{7}$ саннарын үсә бару тәртибендә урнаштырыгыз. Җавапны икеле тигезсезлек рәвешендә языгыз.

83 Координаталар турысында билгеләнгән нокталарның координаталарын табыгыз (рәс. 4).



Рәс. 4

84 Координаталар турысында 1,4; −1,7; 0,8; −1,2 саннарына тиңдәшле нокталарны билгеләгез.

5. Бердәйлекләр

$x = 5$, $y = 4$ булганда, $3(x + y)$ һәм $3x + 3y$ аңлатмаларының кыйммәтләрен табыйк:

$$3(x + y) = 3(5 + 4) = 3 \cdot 9 = 27,$$
$$3x + 3y = 3 \cdot 5 + 3 \cdot 4 = 15 + 12 = 27.$$

Без бер үк сан таптык. Тарату законыннан $3(x + y)$ һәм $3x + 3y$ аңлатмаларының тиңдәшле кыйммәтләре, үзгәрешлеләрнең теләсә нинди кыйммәтләрендә дә тигез икәнлеге килеп чыга.

Хәзер $2x + y$ һәм $2xy$ аңлатмаларын карыйк. $x = 1$ һәм $y = 2$ булганда, аларның кыйммәтләр тигез:

$$2x + y = 2 \cdot 1 + 2 = 4;$$
$$2xy = 2 \cdot 1 \cdot 2 = 4.$$

Ләкин x һәм y өчен бу аңлатмаларның кыйммәтләре тигез булмаган кыйммәтләрен дә күрсәтергә мөмкин. Мәсәлән, әгәр $x = 3$, $y = 4$ булса,

$$2x + y = 2 \cdot 3 + 4 = 10,$$
$$2xy = 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24.$$

Билгеләмә. **Ике аңлатманың тиңдәшле кыйммәтләре үзгәрешлеләрнең теләсә нинди кыйммәтләрендә дә тигез булса, алар бердәй тигез аңлатмалар дип атала.**

$3(x + y)$ һәм $3x + 3y$ — бердәй тигез аңлатмалар, ә $2x + y$ һәм $2xy$ бердәй тигез аңлатмалар була алмый.

$3(x + y) = 3x + 3y$ тигезлеге x һәм y ның теләсә нинди кыйммәтләрендә дә дөрес. Мондый тигезлекләр *бердәйлекләр* дип атала.

Билгеләмә. **Үзгәрешлеләрнең теләсә нинди кыйммәтләрендә дә дөрес булган тигезлек бердәйлек дип атала.**

Дөрес булган санлы тигезлекләрне дә бердәйлекләр дип исәплиләр.

Бердәйлекләр мисаллары белән сезнең очрашканыгыз бар инде. Мәсәлән, саннар өстендә гамәлләрнең төп үзлекләрен аңлаткан тигезлекләр шулай ук бердәйлекләр була:

$$a + b = b + a, \qquad (a + b) + c = a + (b + c),$$
$$ab = ba, \qquad (ab)c = a(bc), \qquad a(b + c) = ab + ac.$$

Бердәйлекләргә тагын башка мисаллар да китерергә мөмкин:

$$a + 0 = a, \qquad a + (-a) = 0, \qquad a - b = a + (-b),$$
$$a \cdot 1 = a, \qquad a \cdot (-b) = -ab, \qquad (-a)(-b) = ab.$$

Күнегүләр

85 Гамәлләрнең нинди үзлекләре түбәндәге аңлатмаларны бердәй тигез дип расларга мөмкинлек бирә:

а) $ab + 16c$ һәм $16c + ab$;
б) $(a + 2) + x$ һәм $a + (2 + x)$;
в) $xy + 3$ һәм $3 + xy$;
г) $5(b + c)$ һәм $5b + 5c$?

86 Гамәлләрнең нинди үзлекләре нигезендә аңлатмаларны бердәй тигез дип расларга була:

а) $a \cdot 25b$ һәм $25ab$;
б) $6(x + y) + 4$ һәм $6x + 6y + 4$;
в) $2c + 3ab$ һәм $3ba + 2c$;
г) $2c \cdot 3$ һәм $6c$?

87 Аңлатмалар бердәй тигезме:

а) $(2a)(7b)$ һәм $14ab$;
б) $-2a + 2a$ һәм 0;
в) $x - y$ һәм $y - x$;
г) $(x - y)^2$ һәм $(y - x)^2$?

88 Аңлатмалар бердәй тигезме:

а) $2 + 8ba$ һәм $8ab + 2$;
б) $2x + 7$ һәм $2(x + 7)$;
в) $(a + b) \cdot 0$ һәм $a + b$;
г) $(a + b) \cdot 2$ һәм $2a + 2b$?

89 Гамәлләрнең нинди үзлекләре бирелгән тигезлекне бердәйлек дип расларга мөмкинлек бирә:

а) $12(ab-4)=12ab-48$; б) $(x-x)a=0$?

90 Түбәндәге раслауларны тигезлек рәвешендә языгыз:

а) теләсә нинди сан белән нульнең тапкырчыгышы нульгә тигез;

б) капма-каршы ике санның суммасы нульгә тигез;

в) ике санның тапкырчыгышы аларга капма-каршы саннарның тапкырчыгышына тигез;

г) теләсә нинди санның квадраты аңа капма-каршы санның квадратына тигез.

91 Нинди дә булса бердәйлек төзегез:

а) бер үзгәрешле кергән; б) ике үзгәрешле кергән.

92 Мөмкин булса, x үзгәрешлесенең тигезлек дөрес булмый торган нинди дә булса кыйммәтен күрсәтегез:

а) $5x+4=5(x+2)$; б) $3x-12=3(x-4)$.

93 Тигезлек бердәйлек буламы:

а) $6(x-y)=6x-6y$; в) $3a-4=a+(2a-4)$;

б) $25(a-a)=25$; г) $0{,}3a\cdot 5b=1{,}5ab$?

94 Тигезлек бердәйлек буламы:

а) $x+(-x)+y=y$; в) $(-1)a+b=b-a$;

б) $1\cdot b+2a=2a+b$; г) $5y-15=5(y-2)$?

Кабатлау өчен күнегүләр

95 Исәпләп чыгарыгыз:

а) $\frac{3}{8}\cdot 2{,}4+\frac{2}{3}\cdot 0{,}15$; б) $2{,}08:\frac{2}{3}-0{,}15\cdot\frac{4}{5}$.

96 а) $x=-2$, $y=1{,}6$ булганда, x^2-5y;

б) $a=-\frac{1}{2}$, $b=\frac{1}{6}$ булганда, a^2-3b аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

97 $a=-20, -8, -6$ булганда, $2a-7$ һәм $3a+4$ аңлатмаларының кыйммәтләрен чагыштырыгыз.

6. Аңлатмаларның рәвешен бердәй үзгәртү

$xy-xz$ аңлатмасының кыйммәтен табу өчен, x, y һәм z ның бирелгән кыйммәтләре белән өч гамәл эшләргә кирәк. Мәсәлән, $x=2{,}3$, $y=0{,}8$, $z=0{,}2$ булганда табабыз:

$$xy-xz=2{,}3\cdot 0{,}8-2{,}3\cdot 0{,}2=1{,}84-0{,}46=1{,}38.$$

$xy-xz$ аңлатмасына бердәй тигез булган $x(y-z)$ аңлатмасыннан файдаланганда исә, бары тик ике генә гамәл эшләп тә шул ук нәтиҗәне табарга була:

$$x(y-z)=2{,}3(0{,}8-0{,}2)=2{,}3\cdot 0{,}6=1{,}38.$$

Без, $xy - xz$ аңлатмасын аңа бердәй тигез булган $x(y - z)$ аңлатмасы белән алмаштырып, исәпләүләрне гадиләштердек.

Бер аңлатманы аңа бердәй тигез булган икенче аңлатма белән алмаштыруны *бердәй рәвешүзгәртү* яки аңлатманың *рәвешен үзгәртү* дип атыйлар.

Үзгәрешле кергән аңлатмаларның рәвешен бердәй үзгәртү саннар өстендә үтәлә торган гамәл үзлекләре нигезендә эшләнә.

Аңлатмаларның рәвешен үзгәртү аңлатмаларның кыйммәтләрен исәпләгәндә һәм мәсьәләләр чишкәндә киң кулланыла. Кайбер рәвешүзгәртүләрне сезгә эшләргә туры килде инде, мәсәлән, охшаш буыннарны берләштерү, җәяләрне ачу. Бу рәвешүзгәртүләрне үтәү кагыйдәләрен искә төшереп китик:

охшаш кушылучыларны берләштерү өчен, аларның коэффициентларын кушып, нәтиҗәне уртак хәрефле кисәккә тапкырларга кирәк;
җәяләр алдында «плюс» тамгасы торса, җәяләр эчендәге һәр кушылучының тамгасын саклап, җәяләрне төшереп калдырырга мөмкин;
җәяләр алдында «минус» тамгасы торса, җәяләр эчендәге һәр кушылучының тамгасын капма-каршыга үзгәртеп, җәяләрне төшереп калдырырга мөмкин.

1 нче мисал $5x + 2x - 3x$ суммасында охшаш кушылучыларны берләштерик.

▶ Охшаш буыннарны берләштерү кагыйдәсеннән файдаланабыз:

$$5x + 2x - 3x = (5 + 2 - 3)x = 4x. \triangleleft$$

Башкарылган рәвешүзгәртү тапкырлауның тарату үзлегенә нигезләнгән.

2 нче мисал $2a + (b - 3c)$ аңлатмасында җәяләрне ачыйк.

▶ Алдында «плюс» тамгасы торган җәяләрне ачу кагыйдәсен кулланабыз:

$$2a + (b - 3c) = 2a + b - 3c. \triangleleft$$

Башкарылган рәвешүзгәртү кушуның оештыру үзлегенә нигезләнгән.

3 нче мисал $a - (4b - c)$ аңлатмасында җәяләрне ачыйк.

▶ Алдында «минус» тамгасы торган җәяләрне ачу кагыйдәсен кулланабыз:

$$a - (4b - c) = a - 4b + c. \triangleleft$$

Башкарылган рәвешүзгәртү тапкырлауның тарату үзлегенә һәм кушуның оештыру үзлегенә нигезләнгән.

Моны күрсәтеп бирик. Бирелгән аңлатмада икенче кушылучы $-(4b-c)$ ны $(-1)(4b-c)$ тапкырчыгышы рәвешендә күрсәтәбез:

$$a-(4b-c)=a+(-1)(4b-c).$$

Гамәлләрнең күрсәтелгән үзлекләрен кулланып табабыз:

$$a-(4b-c)=a+(-1)(4b-c)=$$
$$=a+(-4b+c)=a-4b+c.$$

Күнегүләр

98 Тапкырлауның урын алыштыру һәм оештыру үзлекләрен кулланып, аңлатмаларны гадиләштерегез:
а) $-6{,}2a\cdot5$; в) $0{,}3x\cdot(-12y)$;
б) $4c\cdot(-1{,}25)$; г) $-0{,}1b\cdot(-2{,}3c)$.

99 Аңлатманы гадиләштерегез:
а) $1{,}6\cdot(-0{,}2n)$; б) $-6{,}4a\cdot(-5c)$.

100 Тапкырлауның тарату үзлеген кулланып, аңлатманы бердәй тигез аңлатмага үзгәртегез:
а) $7(x-y)$; в) $-23\cdot(2a-3b+1)$;
б) $(a-4b)\cdot3$; г) $1{,}5\cdot(-3x+4y-5z)$.

101 Тапкырлауның тарату үзлеген кулланып, аңлатманы бердәй тигез аңлатмага үзгәртегез:
а) $1{,}2\cdot(5-a)$; в) $2{,}5\cdot(4x-6y-2)$;
б) $(m-4x)\cdot(-6)$; г) $-0{,}1\cdot(100a+10b-c)$.

102 $2(b-a)$, $-2(a-b)$, $-2a-2b$, $-2a+2b$ аңлатмалары арасыннан $2b-2a$ аңлатмасына бердәй тигез булганнарын табыгыз.

103 Охшаш кушылучыларны берләштерегез:
а) $5a+27a-a$; в) $6x-14-13x+26$;
б) $12b-17b-b$; г) $-8-y+17-10y$.

104 Охшаш кушылучыларны берләштерегез:
а) $13a+2b-2a-b$; в) $-5{,}1a-4b-4{,}9a+b$;
б) $41x-58x+6y-y$; г) $7{,}5x+y-8{,}5x-3{,}5y$.

105 Охшаш кушылучыларны берләштерегез:
а) $8x-6y+7x-2y$; в) $3{,}5b-2{,}4c-0{,}6c-0{,}7b$;
б) $27p+14q-16p-3q$; г) $1{,}6a+4x-2{,}8a-7{,}5x$.

106 Җәяләрне ачыгыз:
а) $x+(b+c+d-m)$; в) $x+y-(b+c-m)$;
б) $a-(b-c-d)$; г) $x+(a-b)-(c+d)$.

107 Аңлатманы җәяләрсез языгыз:
а) $m+(a-k-b)$; в) $x+a+(m-2)$;
б) $m-(a-k-b)$; г) $a-(b-c)+(m+n)$.

108 Җәяләрне ачыгыз:
а) $(x-y)-m$; в) $-(m-n+5)$;
б) $(a+b)-(c-d)$; г) $-(2a-b)+(m-1)$.

109 Аңлатманы җәяләрсез языгыз:

а) $a + (b - (c - d))$; б) $x - (y - (p + k))$.

110 Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $5 - (a - 3)$; в) $64 - (14 + 7x)$;

б) $7 + (12 - 2b)$; г) $38 + (12p - 8)$.

111 Җәяләрне ачыгыз һәм охшаш кушылучыларны берләштерегез:

а) $x + (2x + 0{,}5)$; в) $4a - (a + 6)$;

б) $3x - (x - 2)$; г) $6b + (10 - 4{,}5b)$.

112 Гадиләштерегез һәм:

а) $x = 0{,}75$ булганда, $(5x - 1) - (2 - 8x)$;

б) $x = -0{,}2$ булганда, $(6 - 2x) + (15 - 3x)$;

в) $x = -1{,}7$ булганда, $12 + 7x - (1 - 3x)$;

г) $x = -0{,}03$ булганда, $37 - (x - 16) + (11x - 53)$

аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

113 Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $(x - 1) + (12 - 7{,}5x)$; г) $b - (4 - 2b) + (3b - 1)$;

б) $(2p + 1{,}9) - (7 - p)$; д) $y - (y + 4) + (y - 4)$;

в) $(3 - 0{,}4a) - (10 - 0{,}8a)$; е) $4x - (1 - 2x) + (2x - 7)$.

114 Теләсә нинди a өчен $3(a + 2) - 3a$ аңлатмасының кыйммәте 6 га тигез икәнен исбатлагыз.

115 Җәяләрне ачыгыз һәм охшаш кушылучыларны берләштерегез:

а) $3(6 - 5x) + 17x - 10$; г) $2(7{,}3 - 1{,}6a) + 3{,}2a - 9{,}6$;

б) $8(3y + 4) - 29y + 14$; д) $-5(0{,}3b + 1{,}7) + 12{,}5 - 8{,}5b$;

в) $7(2z - 3) + 6z - 12$; е) $-4(3{,}3 - 8c) + 4{,}8c + 5{,}2$.

116 Гадиләштерегез һәм:

а) $p = 0{,}5$ булганда, $0{,}6(p - 3) + p + 2$;

б) $q = \frac{1}{3}$ булганда, $4(0{,}5q - 6) - 14q + 21$;

в) $a = -\frac{1}{4}$ булганда, $-0{,}5(3a + 4) + 1{,}9a - 1$;

г) $b = -16$ булганда, $10(0{,}7 - 3b) + 14b + 13$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

117 Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $3(2m + 1) + 4m - 7$; г) $0{,}2(3a - 1) + 0{,}3 - 0{,}6a$;

б) $-6(3n + 1) + 12n + 9$; д) $0{,}9(2b - 1) - 0{,}5b + 1$;

в) $5(0{,}6 - 1{,}5p) + 8 - 3{,}5p$; е) $-2{,}6(5 - c) - c + 8$.

Кабатлау өчен күнегүләр

118 Исәпләүләрне эшләмичә генә, аңлатмаларның кыйммәтләрен чагыштырыгыз:

а) $12{,}6 - \frac{1}{3}$ һәм $12{,}6 - \frac{1}{7}$; в) $3{,}7 \cdot \frac{1}{3}$ һәм $3{,}7 : \frac{1}{3}$;

б) $\frac{1}{5} - \frac{1}{6}$ һәм $\frac{1}{6} - \frac{1}{5}$, г) $5{,}6 : 2{,}5$ һәм $5{,}6 \cdot 2{,}5$.

Җавапны тигезсезлек рәвешендә языгыз.

119 Цехны техник яктан яңартып кору бер тәүлеккә 160 станок урынына 180 станок эшләп чыгарырга мөмкинлек биргән. Станоклар чыгару ничә процентка арткан?

120 Координаталар турысында $-3{,}9$; $2\frac{5}{6}$; $-0{,}7$; $3{,}2$; $-1\frac{7}{8}$; $1{,}25$ саннарына тиңдәшле нокталарны билгеләгез.

121 $a = 2{,}35$ һәм $b = -0{,}24$ булганда, $6a - 5b$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

Контроль сораулар

1 Кушу һәм тапкырлауның урын алыштыру һәм оештыру үзлекләрен, тапкырлауның тарату законын әйтеп бирегез.

2 Нинди аңлатмаларны бердәй тигез аңлатмалар дип атыйлар? Бердәй тигез аңлатмаларга мисал китерегез.

3 Нинди тигезлек бердәйлек дип атала? Бердәйлеккә мисал китерегез.

§ 3. Бер үзгәрешлеле тигезләмәләр

7. Тигезләмә һәм аның тамырлары

Мәсьәлә карыйк: «Түбәндәге киштәдә китап югарыгы киштәдәгегә караганда 4 тапкыр күбрәк. Түбәндәге киштәдән югарыгы киштәгә 15 китапны алып куйсак, киштәләрдә китаплар саны бертигез булыр. Югарыгы киштәдә ничә китап бар?»

Югарыгы киштәдәге китаплар санын x хәрефе белән тамгалыйк. Ул вакытта түбәндәге киштәдәге китаплар саны $4x$ ка тигез булыр. Түбәндәге киштәдән 15 китапны югарыдагысына алып куйсак, түбәндәге киштәдә $4x - 15$ китап калыр, ә югарыдагы киштәдә $x + 15$ китап булыр. Мәсьәләнең шарты буенча мондый күчерүдән соң киштәләрдә китаплар саны бертигез булыр. Димәк,

$$4x - 15 = x + 15.$$

Билгесез китаплар санын табу өчен, без үзгәрешлене эченә алган тигезлек төзедек. Мондый тигезлекләрне *бер үзгәрешлеле тигезләмәләр* яки *бер билгесезле тигезләмәләр* дип атыйлар.

Безгә $4x - 15 = x + 15$ тигезләмәсендә x урынына куйгач дөрес тигезлек килеп чыга торган санны табарга кирәк. Андый санны *тигезләмәнең чишелеше* яки *тигезләмәнең тамыры* дип атыйлар.

Билгеләмә. **Үзгәрешленең тигезләмәне дөрес тигезлеккә әйләндергән кыйммәте тигезләмәнең тамыры дип атала.**

$4x-15=x+15$ тигезләмәсенең бер тамыры бар, ул 10 саны. Ике, өч һәм аннан да күбрәк тамыры булган яки, гомумән, тамыры булмаган тигезләмәләргә дә мисаллар китерергә мөмкин.

Мәсәлән, $(x-4)(x-5)(x-6)=0$ тигезләмәсенең өч тамыры бар: 4, 5 һәм 6. Дөрестән дә, бу саннарның һәркайсы $(x-4)(x-5)(x-6)$ тапкырчыгышындагы бер тапкырлаучыны, димәк, тапкырчыгышның үзен дә нульгә әйләндерә. x ның бу кыйммәтләрдән башка теләсә нинди кыйммәте өчен тапкырлаучыларның берсе дә нульгә әйләнми, димәк, тапкырчыгыш та нульгә әйләнми. $x+2=x$ тигезләмәсенең тамырлары юк, чөнки x ның теләсә нинди кыйммәтендә тигезләмәнең сул кисәге уң кисәгеннән 2 гә зуррак.

Тигезләмәне чишү — аның барлык тамырларын табу яки аның тамырлары юк икәнен исбатлау ул.

$x^2=4$ тигезләмәсенең ике тамыры бар: 2 һәм −2 саннары. $(x-2)(x+2)=0$ тигезләмәсенең дә 2 һәм −2 гә тигез булган ике тамыры бар. Тамырлары бер үк төрле булган тигезләмәләрне *тамырдаш (тигезкөчле) тигезләмәләр* дип атыйлар. Тамырлары булмаган тигезләмәләрне дә тамырдаш тигезләмәләр дип исәплиләр.

Тигезләмәләрне чишкәндә түбәндәге үзлекләр файдаланыла:

әгәр тигезләмәдә кушылучыны, тамгасын капма-каршыга үзгәртеп, бер кисәгеннән икенче кисәгенә күчерсәң, бирелгәнгә тамырдаш (тигезкөчле) тигезләмә килеп чыга;

әгәр тигезләмәнең ике кисәген дә нульгә тигез булмаган бер үк санга тапкырласаң яки бүлсәң, бирелгәнгә тамырдаш тигезләмә килеп чыга.

Мәсәлән, $5x=2x+7$ һәм $5x-2x=7$ тигезләмәләре тамырдаш, шулай ук $6x=2x+8$ һәм $3x=x+4$ тигезләмәләре дә тамырдаш.

Тигезләмәләрнең әле күрсәтелгән үзлекләрен санлы дөрес тигезлекләрнең үзлекләренә таянып исбатларга мөмкин: әгәр дөрес тигезлекнең ике кисәгенә дә бер үк санны кушсаң яки дөрес тигезлекнең ике кисәген дә нульгә тигез булмаган бер үк санга тапкырласаң яки бүлсәң, дөрес тигезлек килеп чыга.

Күнегүләр

122 3 саны а) $5(2x-1)=8x+1$; б) $(x-4)(x+4)=7$ тигезләмәсенең тамыры буламы?

123 −2, −1, 0, 2, 3 саннарының кайсылары а) $x^2=10-3x$; б) $x(x^2-7)=6$ тигезләмәсенең тамырлары була?

124 а) 1; б) −1; в) 6; г) −6 саны $x(x-5)=6$ тигезләмәсенең тамыры буламы?

125 7, −3 һәм 0 саннарының һәркайсы $x(x+3)(x-7)=0$ тигезләмәсенең тамыры икәнен исбатлагыз.

126 1,2 һәм −1,2 саннарының һәркайсы $x^2=1{,}44$ тигезләмәсенең тамыры икәнен исбатлагыз.

127 а) Теләсә нинди сан $1{,}4(y+5)=7+1{,}4y$ тигезләмәсенең тамыры булганын; б) $y-3=y$ тигезләмәсенең тамырлары булмаганын исбатлагыз.

128 Тигезләмәнең тамыры бармы:

а) $2x+3=2x+8$; б) $2y=y$?

129 а) 8; б) −12 саны тамыры булган нинди дә булса тигезләмә төзегез.

130 Тигезләмәнең тамыры бармы һәм ничә тамыры бар:

а) $|x|=1$; в) $|x|=-5$;
б) $|x|=0$; г) $|x|=1{,}3$?

131 Тигезләмәләр тамырдашмы:

а) $7(x-3)=49$ һәм $x-3=7$;

б) $\frac{2x}{3}=9$ һәм $2x=27$;

в) $2x-7=0$ һәм $2x=7$?

Кабатлау өчен күнегүләр

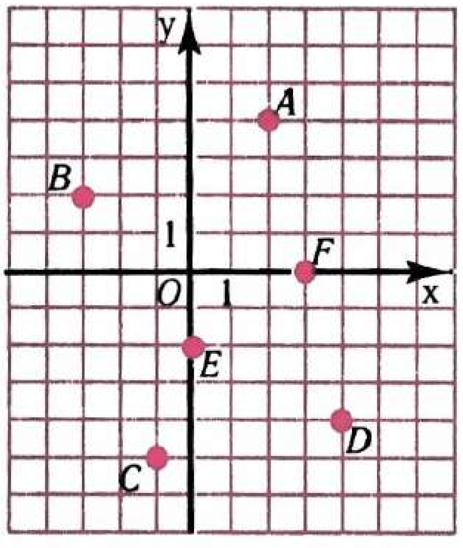
132 Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $0{,}4(7x-2)-1{,}6+1{,}7x$;
б) $(1{,}2a-4)+(40-4{,}8a)$;
в) $2{,}5(4-3y)-y+2{,}3$;
г) $(14-3{,}6b)-(12+10{,}4b)$.

133 $m=-2{,}5$; 1,2; 40 булганда, $8(3-3{,}5m)-20+23m$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

134 Координаталар яссылыгында A, B, C, D, E һәм F нокталары билгеләнгән (рәс. 5). Аларның координаталарын табыгыз.

135 Координаталар яссылыгында $A(-4;\ -2)$, $B(0;\ -3)$, $C(3;\ -3)$, $D(-2;\ 0)$, $E(-1;\ 5)$, $F(0;\ 1)$ нокталарын билгеләгез.



Рәс. 5

$5x = -4$, $-0{,}2x = 0$, $-x = -6{,}5$ тигезләмәләренең һәркайсы $ax = b$ рәвешендәге тигезләмә, биредә x — үзгәрешле, a һәм b — саннар. Беренче тигезләмәдә $a = 5$, $b = -4$, икенчесендә $a = -0{,}2$, $b = 0$, өченчесендә $a = -1$, $b = -6{,}5$.

Мондый тигезләмәләрне *бер үзгәрешлеле сызыкча тигезләмәләр* дип атыйлар.

Билгеләмә. **$ax = b$ (биредә x — үзгәрешле, a һәм b — саннар) рәвешендәге тигезләмә бер үзгәрешлеле сызыкча тигезләмә дип атала.**

Сызыкча тигезләмәнең ничә тамыры булуы мөмкин икәнен ачыклыйк.

a коэффициенты нульгә тигез булмаган $ax = b$ сызыкча тигезләмәсен тикшерик. Тигезләмәнең ике кисәген дә a га бүлеп, $x = \frac{b}{a}$ ны табабыз. Димәк, $a \neq 0$ булганда, $ax = b$ сызыкча тигезләмәсенең $\frac{b}{a}$ га тигез бердәнбер тамыры бар.

Хәзер a коэффициенты нульгә тигез булган $ax = b$ сызыкча тигезләмәсен карыйк. Әгәр $a = 0$ һәм $b \neq 0$ булса, $ax = b$ тигезләмәсенең тамырлары юк, чөнки $0x = b$ тигезлеге x ның бернинди кыйммәте өчен дә дөрес булмый. Әгәр $a = 0$ һәм $b = 0$ булса, x ның теләсә нинди кыйммәте тигезләмәнең тамыры була, чөнки $0x = 0$ тигезлеге теләсә нинди x өчен дөрес.

$a \neq 0$ булганда, $ax = b$ сызыкча тигезләмәсенең бер тамыры бар;
$a = 0$ һәм $b \neq 0$ булганда, тамырлары юк;
$a = 0$ һәм $b = 0$ булганда, тамырлары чиксез күп (теләсә нинди сан аның тамыры була).

Күп кенә тигезләмәләрне чишүне сызыкча тигезләмә чишүгә кайтарып калдырырга мөмкин.

Мисал. $4(x + 7) = 3 - x$ тигезләмәсен чишик.

▶ Җәяләрне ачыйк:

$$4x + 28 = 3 - x.$$

Тамгаларын үзгәртеп, $-x$ кушылучысын тигезләмәнең сул кисәгенә, 28 кушылучысын уң кисәгенә күчерик:

$$4x + x = 3 - 28.$$

Охшаш кушылучыларны берләштерик:

$$5x = -25.$$

Тигезләмәнең ике кисәген дә 5 кә бүләбез:

$$x = -5.$$

Тигезләмәләрнең үзлекләрен кулланып һәм бердәй рәвешүзгәртүләр эшләп, без эзлекле рәвештә бер тигезләмәне аңа тамырдаш булган икенче тигезләмә белән алмаштырдык. Димәк, -5 саны $4(x+7)=3-x$ тигезләмәсенең тамыры була. ◁

Бу мисалда башта бирелгән тигезләмә аңа тамырдаш һәм x алдындагы коэффициенты нульгә тигез булмаган сызыкча тигезләмәгә кайтып калды.

Әгәр тигезләмәне чишкәндә без аңа тамырдаш булган $0x=b$ рәвешендәге сызыкча тигезләмәгә килсәк, бу очракта бирелгән тигезләмәнең я тамырлары булмый, я теләсә нинди сан аның тамыры була.

Мәсәлән, $2x+5=2\ (x+6)$ тигезләмәсен чишик.

$$2x+5=2x+12,$$
$$2x-2x=12-5,$$
$$0x=7.$$

Килеп чыккан тигезләмәнең тамырлары юк. Димәк, $2x+5=2(x+6)$ тигезләмәсенең тамырлары юк.

$3(x+2)+x=6+4x$ тигезләмәсе теләсә нинди сан тамыры булган $0x=0$ тигезләмәсенә китерелә. Шулай булгач, $3(x+2)+x=6+4x$ тигезләмәсенең дә тамыры теләсә нинди сан була.

Күнегүләр

136 Тигезләмәнең тамырын табыгыз:

а) $5x=-60$; б) $-10x=8$; в) $7x=9$; г) $6x=-50$; д) $-9x=-3$; е) $0{,}5x=1{,}2$; ж) $0{,}7x=0$; з) $-1{,}5x=6$; и) $42x=13$.

137 Сызыкча тигезләмәне чишегез:

а) $\frac{1}{3}x=12$; б) $\frac{2}{3}y=9$; в) $-4x=\frac{1}{7}$; г) $5y=-\frac{5}{8}$; д) $\frac{1}{6}y=\frac{1}{3}$; е) $\frac{2}{7}x=0$.

138 Тигезләмәнең тамырын табыгыз:

а) $5x-150=0$; б) $48-3x=0$; в) $-1{,}5x-9=0$; г) $12x-1=35$; д) $-x+4=47$; е) $1{,}3x=54+x$; ж) $7=6-0{,}2x$; з) $0{,}15x+6=51$; и) $-0{,}7x+2=65$.

139 Тигезләмәне чишегез:

а) $2x+9=13-x$;
б) $14-y=19-11y$;
в) $0{,}5a+11=4-3a$;
г) $1{,}2n+1=1-n$;
д) $1{,}7-0{,}3m=2+1{,}7m$;
е) $0{,}8x+14=2-1{,}6x$;
ж) $15-p=\frac{1}{3}p-1$;
з) $1\frac{1}{3}x+4=\frac{1}{3}x+1$;
и) $z-\frac{1}{2}z=0$;
к) $x-4x=0$;
л) $x=-x$;
м) $5y=6y$.

140 Тигезләмәне чишегез:

а) $3x - 8 = x + 6$;
б) $7a - 10 = 2 - 4a$;
в) $\frac{1}{6}y - \frac{1}{2} = 3 - \frac{1}{2}y$;
г) $2{,}6 - 0{,}2b = 4{,}1 - 0{,}5b$;
д) $p - \frac{1}{4} = \frac{3}{8} + \frac{1}{2}p$;
е) $0{,}8 - y = 3{,}2 + y$;
ж) $\frac{2}{7}x = \frac{1}{2}$;
з) $2x - 0{,}7x = 0$.

141 Тигезләмәнең тамырын табыгыз:

а) $(y + 4) - (y - 1) = 6y$;
б) $3p - 1 - (p + 3) = 1$;
в) $6x - (7x - 12) = 101$;
г) $20x = 19 - (3 + 12x)$.

142 Тигезләмәнең тамырын табыгыз:

а) $(13x - 15) - (9 + 6x) = -3x$;
б) $12 - (4x - 18) = (36 + 4x) + (18 - 6x)$;
в) $1{,}6x - (x - 2{,}8) = (0{,}2x + 1{,}5) - 0{,}7$;
г) $(0{,}5x + 1{,}2) - (3{,}6 - 4{,}5x) = (4{,}8 - 0{,}3x) + (10{,}5x + 0{,}6)$.

143 Тигезләмәне чишегез:

а) $5x + (3x - 3) = 6x + 11$;
б) $3a - (10 + 5a) = 54$;
в) $(x - 7) - (2x + 9) = -13$;
г) $0{,}6 + (0{,}5y - 1) = y + 0{,}5$.

144 Үзгәрешленең нинди кыйммәте өчен $8b - 27$ аңлатмасының кыйммәте а) 5; б) -11; в) 1,8; г) -1 гә тигез?

145 Үзгәрешленең нинди кыйммәте өчен:

а) $2m - 13$ һәм $m + 3$ аңлатмаларының кыйммәтләре тигез;
б) $3 - 5c$ аңлатмасының кыйммәте $1 - c$ аңлатмасының кыйммәтеннән 1 гә кечерәк;
в) $2x + 1$ аңлатмасының кыйммәте $8x + 5$ аңлатмасының кыйммәтеннән 20 гә зуррак;
г) x ның кыйммәте $45 - 10x$ ның кыйммәтеннән 3 тапкыр кечерәк;
д) $9 - y$ аңлатмасының кыйммәте y ның кыйммәтеннән 2 тапкыр зуррак?

146 y ның нинди кыйммәте өчен:

а) $5y + 3$ һәм $36 - y$ аңлатмаларының кыйммәтләре тигез;
б) $7y - 2$ аңлатмасының кыйммәте $2y$ аңлатмасының кыйммәтеннән 10 га зуррак;
в) $1{,}7y + 37$ аңлатмасының кыйммәте $9{,}3y - 25$ аңлатмасының кыйммәтеннән 14 кә кечерәк?

147 Тигезләмәне чишегез:

а) $2x + 5 = 2(x + 1) + 11$;
б) $5(2y - 4) = 2(5y - 10)$;
в) $3y - (y - 19) = 2y$;
г) $6x = 1 - (4 - 6x)$.

148 Тигезләмәне чишегез:

а) $15(x + 2) - 30 = 12x$;
б) $6(1 + 5x) = 5(1 + 6x)$;
в) $3y + (y - 2) = 2(2y - 1)$;
г) $6y - (y - 1) = 4 + 5y$.

149 Тигезләмәнең тамырын табыгыз:

а) $5(3x + 1{,}2) + x = 6{,}8$;
б) $4(x + 3{,}6) = 3x - 1{,}4$;
в) $13 - 4{,}5y = 2(3{,}7 - 0{,}5y)$;
г) $5{,}6 - 7y = -4(2y - 0{,}9) + 2{,}4$.

150 Тигезләмәне чишегез:

а) $0{,}4x + 3 = 0{,}2(3x + 1) - x$; б) $3{,}4 - 0{,}6x = 2x - (0{,}4x + 1)$; в) $0{,}8x - (0{,}7x + 0{,}36) = 7{,}1$; г) $x - 0{,}5 = 2(0{,}3x - 0{,}2)$.

151 Тигезләмәнең тамырын табыгыз:

а) $6(x - 1) = 9{,}4 - 1{,}7x$; б) $3{,}5 - 9a = 2(0{,}5a - 4)$; в) $3(2{,}4 - 1{,}1m) = 2{,}7m + 3{,}2$; г) $-3(y + 2{,}5) = 6{,}9 - 4{,}2y$; д) $0{,}5y + 7 = 5(0{,}2 + 1{,}5y)$; е) $4(x - 0{,}8) = 3{,}8x - 5{,}8$.

152 Тигезләмәне чишегез:

а) $7(x - 8{,}2) = 3x + 19$; б) $0{,}2(5x - 6) + 2x = 0{,}8$; в) $-(7y + 0{,}6) = 3{,}6 - y$; г) $3(2{,}5 - 2x) = 13{,}5 - 14x$; д) $0{,}6y - 1{,}5 = 0{,}3(y - 4)$; е) $0{,}5(4 - 2a) = a - 1{,}8$.

Кабатлау өчен күнегүләр

153 y ның а) $-5 < y < 2$; б) $28 \le y \le 31{,}2$ икеле тигезсезлеге дөрес булырлык, барлык бөтен сан кыйммәтләрен күрсәтегез.

154 Бирелгән саннар арасында урнашкан нинди дә булса сан сайлап алыгыз. Нәтиҗәне икеле тигезсезлек рәвешендә языгыз:

а) 7,8 һәм 7,9; б) $\frac{1}{3}$ һәм $\frac{1}{4}$; в) $-0{,}3$ һәм $-0{,}4$; г) $\frac{2}{3}$ һәм $\frac{3}{4}$.

155 Координаталар яссылыгында $A(-3;\ 4)$, $B(6;\ 5)$, $C(5;\ 0)$, $D(-3;\ 0)$ нокталарын билгеләгез.

156 Гадиләштерегез һәм:

а) $c = 2{,}5$ булганда, $6{,}8c - (3{,}6c + 2{,}1)$;

б) $m = -3{,}5$ булганда, $4{,}4 - (9{,}6 - 1{,}2m)$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

9. Тигезләмәләр ярдәмендә мәсьәләләр чишү

Мәсьәләләрне тигезләмәләр ярдәмендә чишкәндә түбәндәгечә эш итәләр:

нинди дә булса билгесез санны хәреф белән тамгалыйлар һәм, мәсьәләнең шартыннан файдаланып, тигезләмә төзиләр;

ул тигезләмәне чишәләр;

табылган нәтиҗәне мәсьәләнең шартына туры китереп аңлаталар.

1 нче мәсьәлә Кәрзиндә алмалар ящиктагыдан 2 тапкыр азрак булган. Кәрзиннән ящикка 10 алма алып салганнан соң, ящиктагы алмалар кәрзиндәгегә караганда 5 тапкыр күбрәк булган. Кәрзиндә ничә һәм ящикта ничә алма булган?

▶ Кәрзиндә x алма булсын, ул вакытта ящикта $2x$ алма булыр. Кәрзиннән ящикка 10 алма алып салганнан соң, кәрзиндә $x - 10$ алма, ә ящикта $2x + 10$ алма була. Мәсьәләнең шарты буенча ящикта алмалар кәрзиндәгедән 5 тапкыр күбрәк. Димәк,

$$5\ (x - 10) = 2x + 10.$$

Төзелгән тигезләмәне чишик:

$$5x - 50 = 2x + 10,$$
$$5x - 2x = 10 + 50,$$
$$3x = 60,$$
$$x = 20.$$

Шулай булгач, кәрзиндә 20 алма булган.

$2x = 2 \cdot 20 = 40$ булганлыктан, ящикта 40 алма була.

Җавап. 20 алма һәм 40 алма. ◁

[illegible] мәсьәлә Утырту өчен хәзерләнгән 78 карлыган үсентесен, беренче бригадага икенчесенә караганда 2 тапкыр күбрәк, ә өченче бригадага беренчегә караганда 12 үсентегә артыграк тиярлек итеп, өч бригадага бүлеп бирергә булганнар. Беренче бригадага ничә үсенте бирергә кирәк?

▶ Беренче бригадага x үсенте бирергә хәл ителгән булсын. Ул вакытта икенче бригадага $2x$ үсенте, ә өченчесенә $x + 12$ үсенте бирергә кирәк. Үсентеләрнең гомуми саны $x + 2x + (x + 12)$ мәсьәләнең шарты буенча 78 гә тигез.

Димәк,

$$x + 2x + (x + 12) = 78.$$

Килеп чыккан тигезләмәне чишәбез:

$$x + 2x + x + 12 = 78,$$
$$4x = 78 - 12,$$
$$4x = 66,$$
$$x = 16{,}5.$$

Мәсьәләнең мәгънәсе буенча x ның кыйммәте натураль сан булырга тиеш, ә тигезләмәнең тамыры — вакланма сан. Димәк, үсентеләрне күрсәтелгән ысул белән бүлеп булмый.

Җавап. Үсентеләрне мәсьәләдә күрсәтелгәнчә бүлеп булмый. ◁

Күнегүләр

157 Кинотеатрның бер кассасы икенчесенә караганда 86 билетка күбрәк саткан. Барлыгы 792 билет сатылган булса, һәр касса ничә билет саткан?

158 Өчпочмакның периметры 16 см га тигез. Аның ике ягы үзара тигез һәм һәркайсы өченче ягыннан 2,9 см га озынрак. Өчпочмакның якларын табыгыз.

159 Ике эшче 86 деталь ясаган. Аларның берсе икенчесенә караганда 8 детальгә азрак ясаган. Һәр эшче ничә деталь ясаган?

160 Заводның өч цехында 1274 кеше эшли. Икенче цехта беренче цехтагыга караганда 70 кешегә күбрәк, ә өченче цехта икенче цехтагыга караганда 84 кешегә күбрәк. Һәр цехта ничә кеше эшли?

161 Свитер, башлык һәм шарф өчен 555 г йон тотканнар. Башлыкка свитерга караганда 5 тапкырга азрак, ә шарфка караганда 5 г га күбрәк йон киткән. Һәр әйбергә күпме йон киткән?

162 Беренче киштәдә икенче киштәдәгегә караганда 8 китапка азрак, ә өченчедәгегә караганда 5 китапка күбрәк булырлык итеп, 158 китапны өч киштәгә урнаштырып буламы?

163 Өченче ящикта беренче ящиктагыга караганда 9 банкага күбрәк, ә икенче ящикта өченчедәгегә караганда 4 банкага азрак булырлык итеп, 59 банка консерваны өч ящикка бүлеп буламы?

164 Бер участокта кура җиләге куаклары икенчесенә караганда 5 тапкыр күбрәк. Беренче участоктан икенчесенә 22 төп кура җиләген күчереп утырткач, ике участокта да кура җиләкләре саны бертигез булган. Һәр участокта ничә төп кура җиләге булган?

165 Теплоход елга буйлап агым уңаена 9 сәг тә үткән араны агымга каршы 11 сәг тә үтә. Елганың агым тизлеге 2 км/сәг булса, теплоходның үз тизлеген табыгыз.

166 Ике автомашина шоссе буйлап бер үк тизлек белән бара. Әгәр беренчесе тизлеген 10 км/сәг кә арттырып, икенчесе 10 км/сәг кә киметсә, беренче машина 2 сәг тә икенчесе 3 сәг тә үткән кадәр юл үтәр. Автомашиналар нинди тизлек белән бара?

167 Эшчеләр саны беренче бригадада икенчесенә караганда 2 тапкыр күбрәк. Хуҗалык исәбе кертү нәтиҗәсендә беренче бригадада эшчеләр саны 5 кә, ә икенче бригадада 2 гә кимегән. Хуҗалык исәбе кертелгәннән соң, беренче бригадада эшчеләр саны икенчесендәгегә караганда 7 гә күбрәк булса, һәр бригадада ничә эшче калган?

168 Беренче бригадада кешеләр саны икенчедәгегә караганда 4 тапкырга азрак. Икенче бригададан 6 кеше китеп, 12 сен беренче бригадага күчергәннән соң, һәр ике бригадада кешеләр саны тигез булган. Беренче бригадада ничә кеше булган?

169 Тактага ниндидер сан язылган. Шул санны укучыларның берсе 23 кә зурайткан, икенчесе 1 гә киметкән. Беренчесенең нәтиҗәсе икенчесенекенә караганда 7 тапкыр зуррак булып чыккан. Тактага нинди сан язылган булган?

170 Кәрзиндә виноград ящиктагыдан 2 тапкыр азрак. Кәрзингә 2 кг виноград өстәгәннән соң, анда виноград ящиктагыга караганда 0,5 кг га күбрәк булган. Кәрзиндә күпме виноград булган?

171 Бер карбыз икенче карбыздан 2 кг га, ә өченчесеннән 5 тапкыр җиңелрәк. Беренче һәм өченче карбыз икесе бергә икенче карбыздан 3 тапкыр авыррак. Һәр карбызның массасын табыгыз.

172 Хуҗалыкта техникадан рациональ файдалану нәтиҗәсендә тракторлар саны 12 гә киметелде. Элек тракторлар саны 1,5 тапкыр күбрәк булса, хәзер хуҗалыкта ничә трактор калган?

173 Ике капчыкта 50 кг шикәр булган. Бер капчыктан икенчесенә караганда 3 тапкыр күбрәк шикәр алгач, анда икенчесендәгегә караганда 2 тапкыр азрак шикәр калган. Һәр капчыкта күпме шикәр калган?

Кабатлау өчен күнегүләр

174 Координаталар яссылыгында:

а) абсциссасы 3 кә тигез, ә ординатасы абсциссага капма-каршы сан;

б) абсциссасы -2 гә тигез, ә ординатасы берәмлеккә зуррак;

в) абсциссасы 1,5 кә тигез, ә ординатасы берәмлеккә кечерәк;

г) абсциссасы 1,5 кә тигез, ә ординатасы абсциссадан 2 тапкыр зуррак булган ноктаны төзегез.

175 Очларының координаталары $M(-1; 4)$ һәм $N(2; -2)$ икәне билгеле булганда, координаталар яссылыгында MN кисемтәсен төзегез. Бу кисемтәнең x күчәре һәм y күчәре белән кисешү нокталарының координаталарын табыгыз.

176 Исәпләп чыгарыгыз:

а) $19{,}6 \cdot 2\frac{1}{5} + \left(5{,}25 \cdot 1\frac{1}{5} - 4{,}5 \cdot \frac{4}{5}\right)$;

б) $\left(3\frac{1}{3} - 1\frac{5}{6}\right) : 2\frac{1}{7} - 1\frac{1}{3} \cdot 2{,}4$.

177 $a = -10$, $b = -6$ булганда, $-0{,}5(7b - 12a) - (8{,}4a - 14b)$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

178 Аңлатманың кыйммәтен нуль белән чагыштырыгыз:

а) $-3{,}52 \cdot 1{,}7$;

б) $(-2{,}86) : (-0{,}9)$;

в) $42\frac{3}{7} - 53\frac{2}{3}$;

г) $\dfrac{1 - 2\frac{1}{3}}{1 + 2\frac{1}{3}}$.

Контроль сораулар

1 Тигезләмәнең тамырына билгеләмә бирегез. 7 саны $2x - 5 = x + 2$ тигезләмәсенең тамыры буламы?

2 Тигезләмәне чишү нәрсә ул?

3 Нинди тигезләмәләр тамырдаш тигезләмәләр дип атала? Тигезләмәләрнең үзлекләрен әйтеп бирегез. $5x - 4 = 6$ тигезләмәсенә тамырдаш булган тигезләмәгә мисал китерегез.

4 Бер үзгәрешлеле сызыкча тигезләмәгә билгеләмә бирегез. Мисаллар китерегез.

5 Нинди очракта $ax = b$ тигезләмәсенең бердәнбер тамыры була?

I бүлеккә өстәмә күнегүләр

1 нче параграфка

179 Исәпләп чыгарыгыз:

а) $\frac{3}{8} : \left(-\frac{9}{16}\right)$; в) $-\frac{1}{3} : 4$; д) $(-0{,}15) \cdot \frac{2}{3}$;

б) $\frac{37}{63} \cdot (-21)$; г) $\frac{4}{7} \cdot (-4{,}9)$; е) $-16 : \left(-\frac{4}{9}\right)$.

180 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $42{,}5 \cdot 10 + 25{,}5 : 17$; в) $20{,}6 \cdot 8 - 244{,}8 : 6$;

б) $16{,}8 : 10 + 7{,}4 \cdot 0{,}8$; г) $240{,}8 : 301 + 32 \cdot 0{,}06$.

181 Исәпләп чыгарыгыз:

а) $12{,}6 + 5 \cdot (3{,}251 - 1{,}171)$; б) $7{,}6 - 8{,}4 : (0{,}27 + 0{,}15)$.

182 Исәпләп чыгарыгыз:

а) $3\frac{3}{5} \cdot 1\frac{1}{9} - 7\frac{1}{3} : 1\frac{2}{9}$; в) $\left(1\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3} - 3\frac{3}{4}\right) \cdot 3\frac{3}{5}$;

б) $14 : 4\frac{1}{5} + \frac{1}{12} \cdot 8$; г) $14 - 15\frac{1}{8} : 2$.

183 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $\dfrac{\left(2 - 1\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{7}\right)\left(1\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2} : 3\frac{3}{4}\right)}{2\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{5}{6} + \frac{7}{8}\right)}$; б) $\dfrac{14 : \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)}{\left(3\frac{1}{3} \cdot 6 - 5\frac{1}{2} \cdot 2\frac{5}{11}\right) : 4\frac{1}{3}}$.

184 а) $\frac{5}{6}$ һәм $\frac{2}{3}$ саннарының суммасына;

б) 6,2 һәм 5,8 саннарының аермасына;

в) $\frac{1}{15}$ һәм $\frac{1}{16}$ саннарының тапкырчыгышына;

г) 4,9 һәм 3,5 саннарының өлешенә кире сан табыгыз.

185 а) 2,86 һәм $-4{,}3$ саннарының суммасына;

б) $-\frac{4}{9}$ һәм $\frac{5}{6}$ саннарының аермасына;

в) $-5{,}75$ һәм 1,6 саннарының тапкырчыгышына;

г) 46 һәм $-7\frac{2}{3}$ саннарының өлешенә капма-каршы сан табыгыз.

186 -102 дән 104 кә кадәрге барлык бөтен саннарның суммасын табыгыз.

187 -11 дән 13 кә кадәрге барлык бөтен саннарның тапкырчыгышын табыгыз.

188 а) $m = -\frac{1}{3}$ булганда, $\frac{m}{m-1}$;

б) $a = 3{,}5$ булганда, $\frac{2a+1}{a-4}$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

189 а) $x = 4$, $y = 1{,}5$; в) $x = 1{,}4$; $y = 0$;

б) $x = -1$, $y = \frac{1}{3}$; г) $x = 1{,}3$, $y = -2{,}6$ булса,

$\frac{2x + y}{x - 3y}$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

190 Аңлатма рәвешендә языгыз:

а) a һәм b саннары тапкырчыгышы белән c санының суммасын;

б) c саны белән a һәм b саннары өлешенең аермасын;

в) x һәм y саннары аермасы белән аларның суммасының тапкырчыгышын;

г) a һәм b саннары суммасы белән шул саннарның аермасы өлешен.

191 a һәм b ның кайбер кыйммәтләре өчен $2(a + b)$ аңлатмасының кыйммәте $-8{,}1$ гә тигез икәне билгеле. a һәм b ның шул ук кыйммәтләре өчен:

а) $3(a + b)$; в) $4a + 4b$;

б) $-0{,}5(a + b)$; г) $-5a - 5b$

аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

192 Үзгәрешленең нинди кыйммәтләре өчен аңлатманың мәгънәсе юк:

а) $\frac{5}{2x - 4}$; б) $\frac{3}{4y + 2}$; в) $\frac{a}{a - b}$; г) $\frac{b}{a + b}$?

193 Мәсьәләне чишү өчен аңлатма төзегез:

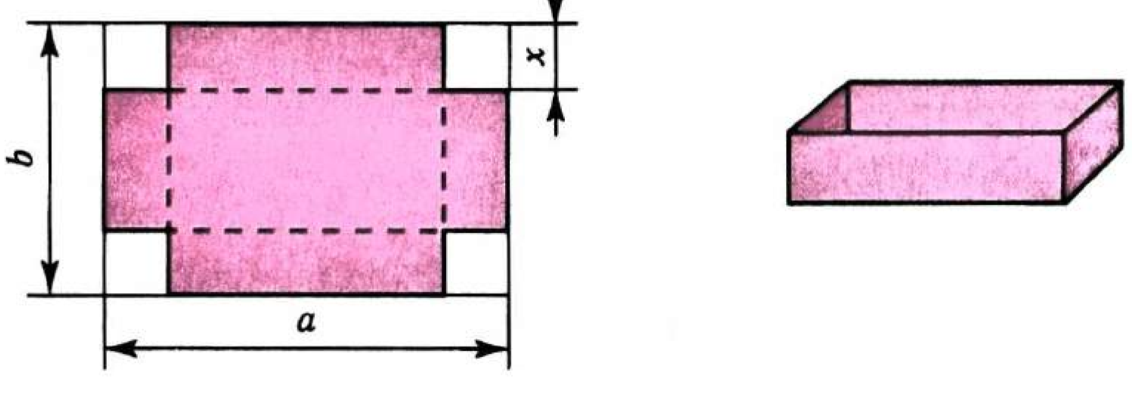
а) Турыпочмаклыкның периметры 16 см, якларының берсе m см. Турыпочмаклыкның мәйданы күпмегә тигез?

б) Турыпочмаклыкның мәйданы 28 м^2, якларының берсе a м. Турыпочмаклыкның периметрын табыгыз.

в)* Аралары s км булган ике шәһәрдән бер-берсенә каршы ике автомобиль чыга. Берсенең тизлеге v_1 км/сәг, ә икенчесенеке v_2 км/сәг. Алар ничә сәгатьтән соң очрашыр?

г)* Мотоциклчы белән велосипедчының араларында s км, велосипедчының тизлеге v_1 км/сәг, мотоциклчының тизлеге v_2 км/сәг булса, мотоциклчы велосипедчыны ничә сәгатьтән соң куып җитәр?

194 Яклары a см һәм b см булган турыпочмаклы катыргы табагының почмакларыннан ягы x см га тигез булган квадратлар кисеп алганнар (рәс. 6). Калган кисәктән ачык тартма ясаганнар. Тартманың күләме V ны исәпләү өчен формула языгыз.



Рәс. 6

$a = 35$, $b = 25$, $x = 5$ булганда, тартманың күләмен исәпләп чыгарыгыз, a һәм b ның күрсәтелгән кыйммәтләре өчен x ның нинди кыйммәтләр алуы мөмкин?

195 а) 11 гә кабатлы; б) 21 гә кабатлы санның формуласын төзегез.

196 Диңгез милендә үлчәнгән ераклыкны километрларда күрсәтү өчен $y = 1{,}852x$ формуласыннан файдаланалар (биредә x — мильләрдә, ә y — километрларда күрсәтелгән ераклык). Түбәндәге ераклыкларны километрларда күрсәтегез: 10 миль, 50 миль, 250 миль.

197 Чагыштырыгыз:

а) $3{,}48 - 4{,}52$ һәм $-8{,}93 + 9{,}16$;
в) $4{,}7 - 9{,}65$ һәм $4{,}7 - 9{,}9$;
б) $6{,}48 \cdot \frac{1}{8}$ һәм $6{,}48 : \frac{1}{8}$;
г) $\frac{3}{4} \cdot 16{,}4$ һәм $16{,}4 : \frac{3}{4}$.

198 а) $x = -10$; $-1{,}2$; $2{,}4$ булганда, $2{,}7x + 5$ һәм $1{,}8x - 4$;
б) $m = -0{,}2$; $0{,}2$; $0{,}4$ булганда, $60m - 1$ һәм $50m + 1$ аңлатмаларының кыйммәтләрен чагыштырыгыз.

199 Тигезсезлекне укыгыз:

а) $9{,}6 < 10 < 10{,}1$;
б) $0{,}7 < 0{,}75 < 0{,}8$;
в) $640 < 641 < 650$;
г) $57 < 57\frac{9}{11} < 58$;
д) $-4{,}8 < -4{,}71 < -4{,}7$;
е) $-10 < -9\frac{2}{3} < -9$.

200 Тигезсезлекне укыгыз:

а) $x \geq -8{,}3$;
б) $y \leq 0{,}07$;
в) $4{,}52 \leq a$;
г) $-3{,}64 \geq b$;
д) $m - n \geq k$;
е) $p + x \leq y$.

201 Тигезсезлек дөресме:
а) $m = 10$; 12; 20 булганда, $m \leq 12$;
б) $k = -1$; -5; -9 булганда, $k \geq -5$?

202 Тигезсезлек языгыз:
а) m зуррак яки тигез 5,2 гә;
б) k кечерәк яки тигез $-1{,}7$ гә;
в) 6,5 зуррак яки тигез x ка;
г) 9,1 кечерәк яки тигез y ка.

203 Икеле тигезсезлек рәвешендә языгыз:
а) x зуррак яки тигез 100 гә һәм кечерәк яки тигез 110 га;
б) a зуррак $-7{,}1$ дән һәм кечерәк яки тигез 5,2 гә;
в) d зуррак 3 тән һәм кечерәк 3,1 дән;
г) k зуррак яки тигез 0 гә һәм кечерәк 1 дән.

204 Тигезсезлекләрдән икеле тигезсезлек төзегез:

а) $x < 3$ һәм $x > -2$;
б) $a > -5$ һәм $a < 0$;
в) $a + b < 1$ һәм $a + b > -4$;
г) $ab > 0$ һәм $ab < 15$.

205 а) Әгәр $a > 0$ һәм $b > 0$ булса, ул вакытта $ab > 0$;
б) әгәр $ab > 0$ булса, ул вакытта $a > 0$ һәм $b > 0$ дип әйтү дөресме?

206 Теләсә нинди a һәм b саннары өчен

а) $|a + b| = |a| + |b|$;
б) $|ab| = |a| \cdot |b|$

тигезлекләре дөресме?

207 $|x| = |y|$ икәне билгеле, $x = y$ дип әйтү дөресме?

208 $|a| < |b|$ икәне билгеле, $a < b$ дип әйтү дөресме?

209 $|a| > |b|$ икәне билгеле, $a < b$ булуы мөмкинме?

210 $a < b$ икәне билгеле. a һәм b саннарының арифметик уртасы a һәм b саннары арасында урнашкан булуын икеле тигезсезлек рәвешендә языгыз.

211 a саны -3 тән зуррак яки аңа тигез һәм 4 тән кечерәк икәне билгеле. a санының нинди нокта белән билгеләнүе мөмкин икәнен координаталар турысында күрсәтегез.

2 нче параграфка

212 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:
а) $8{,}7 \cdot 9{,}6 + 3{,}5 \cdot 8{,}7 - 8{,}7 \cdot 3{,}1$;
б) $7{,}6 \cdot 6{,}8 - 1{,}5 \cdot 6{,}8 + 6{,}8 \cdot 13{,}9$;
в) $5{,}9 \cdot 2{,}6 + 5{,}9 \cdot 3{,}2 + 5{,}8 \cdot 4{,}1$;
г) $6{,}8 \cdot 8{,}4 - 1{,}6 \cdot 8{,}4 + 5{,}2 \cdot 1{,}6$.

213 Исәпләп чыгарыгыз:
а) $(1{,}25 \cdot 1{,}7 \cdot 0{,}8 - 1{,}7) \cdot 3{,}45$;
б) $3{,}947 : (3{,}6 - 2{,}6 \cdot 4 \cdot 0{,}25)$.

214 Аңлатмалар бердәй тигезме:
а) $-3(a - b)$ һәм $3b - 3a$;
б) $-5(y - x)$ һәм $5y - 5x$?

215 Тигезлекнең ни өчен бердәйлек икәнен аңлатып бирегез:
а) $|x| = |-x|$;
б) $|x - y| = |y - x|$;
в) $|2c| = 2|c|$.

216 Түбәндәге расламаларны тигезлек рәвешендә языгыз:
а) ике санның аермасы кимүче белән киметүчегә капма-каршы санның суммасына тигез;
б) капма-каршы саннарның кубы капма-каршы саннар була.

217 Тигезлек бердәйлек буламы:
а) $|a + 5| = a + 5$;
б) $|a^2 + 4| = a^2 + 4$;
в) $|a - b| - |b - a| = 0$;
г) $|a + b| - |a| = |b|$?

218 а) Ике санның суммасына аларның аермасын кушсаң, беренче санның икеләтелгәне килеп чыкканын;
б) әгәр ике санның суммасыннан аларның аермасын алсаң, икеләтелгән икенче сан килеп чыкканын исбатлагыз.

219 Тапкырлауның тарату үзлеген кулланып, аңлатманы бердәй тигез аңлатмага үзгәртегез:
а) $0{,}8 \cdot (11x + 10y - 2)$;
б) $(20 - 12a + 4b) \cdot 1{,}5$;
в) $-7 \cdot (0{,}5m - 1{,}2n + 1)$;
г) $(-2{,}2 - m + 1{,}5n) \cdot (-6)$.

220 Аңлатманың нульгә бердәй тигез икәнен исбатлагыз:
а) $(a + b)x + (a - b)x - 2ax$;
б) $8(x - y) + 8(y - x)$.

221 Охшаш кушылучыларны берләштерегез:

а) $-3{,}6x-5{,}2-2{,}4x-9$; г) $1{,}2x+3{,}4x-5-5{,}3x$;

б) $4{,}6a+1{,}5b-3{,}2b-1{,}8a$; д) $2{,}4a-0{,}8m-0{,}4m-1{,}5m$;

в) $-6{,}7a+5b-0{,}8a-2{,}5b$; е) $-3{,}8y+2x+8y-4{,}3y$.

222 а) $x(-1)+x(-2)+x(-3)+6x$ аңлатмасының нульгә бердәй тигез; б) $a(-5)+a\cdot4+a(-3)+a\cdot2$ аңлатмасының $-2a$ га бердәй тигез икәнен исбатлагыз.

223 Җәяләрне ачыгыз:

а) $-(-x)+(-y)$; в) $x+(-(-y))$;

б) $-(-x)-(-y)$; г) $x-(-(-y))$.

224 Җәяләрне ачыгыз һәм охшаш кушылучыларны берләштерегез:

а) $6{,}9-5{,}1m+(6m-1{,}2)$; в) $7{,}5y+(6-7{,}3y)-5{,}8$;

б) $8{,}4x-4{,}4-(1{,}6+10x)$; г) $-(3{,}7q-5{,}5)+9q-3{,}9$.

225 а) $a=6{,}8$, $b=7{,}3$; б) $a=-8{,}9$; $b=-9{,}9$ булганда, $8a-(4b+3a)-(4a-3b)$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

226 Аңлатманың кыйммәте a га бәйле булмавын исбатлагыз:

а) $a+(2a-(3a-5))$; б) $a-(6a-(5a-8))$.

227 $17x-13y+8$ һәм $20x+6y$ аңлатмаларының аермасын төзегез һәм аны гадиләштерегез.

228 Әгәр бер сан 3 кә кабатлы, икенчесе 5 кә кабатлы булса, аларның тапкырчыгышы 15 кә кабатлы икәнен исбатлагыз.

229 Ике җөп санның тапкырчыгышы 4 кә кабатлы икәнен исбатлагыз.

3 нче параграфка

230 а) 1,9; б) 2; в) −1,4; г) −3 саннары $(2x-3{,}8)(4{,}2+3x)=0$ тигезләмәсенең тамырлары буламы?

231 −4, −3, −1, 3, 4 саннарының кайсылары а) $x^2+4x+3=0$; б) $x^2+x=12$ тигезләмәсенең тамырлары була?

232 Тигезләмәнең тамырлары бармы:

а) $3x+7=(9+x)+2x$; в) $x^2=x$;

б) $5x-1=4(x+2)-(9-x)$; г) $x+1=x-1$?

233 а) $|x|=-1$; б) $|x|+3=0$ тигезләмәсенең ни өчен тамырлары юк?

234 Тигезләмәне чишегез: а) $|x|=5$; б) $|a|-17=0$.

235 а) 8; б) −10; в) 0 саны тамыры булган нинди дә булса тигезләмә төзегез.

236 m коэффициентының нинди кыйммәтләре өчен $mx=5$ тигезләмәсенең бердәнбер тамыры була? Бу тигезләмәнең бер тамыры да булмаган, чиксез күп тамыры булган m ның кыйммәтләрен табып буламы?

237 p коэффициентының нинди кыйммәтләре өчен $px=10$ тигезләмәсенең −5 кә; 1 гә; 20 гә тигез тамыры бар?

238 Тигезләмәнең тамырын табыгыз:

а) $3{,}8x-(1{,}6-1{,}2x)=9{,}6+(3{,}7-5x)$;

б) $(4{,}5y+9)-(6{,}2-3{,}1y)=7{,}2y+2{,}8$;

в) $0{,}6m-1{,}4=(3{,}5m+1{,}7)-(2{,}7m-3{,}4)$;

г) $(5{,}3a-0{,}8)-(1{,}6-4{,}7a)=2a-(a-0{,}3)$.

239 Тигезләмәне чишегез:

а) $(x-1)(x-7)=0$;

б) $(x+2)(x-9)=0$;

в) $(x+1)(x-1)(x-5)=0$;

г) $x(x+3)(x+3)=0$.

240 Тигезләмәнең уңай тамыры булуы мөмкинме:

а) $(x+5)(x+6)+9=0$;

б) $x^2+3x+1=0$?

241 Тигезләмәне чишегез:

а) $0{,}15(x-4)=9{,}9-0{,}3(x-1)$;

б) $1{,}6(a-4)-0{,}6=3(0{,}4a-7)$;

в) $(0{,}7x-2{,}1)-(0{,}5-2x)=0{,}9(3x-1)+0{,}1$;

г) $-3(2-0{,}4y)+5{,}6=0{,}4(3y+1)$.

242 Үзгәрешленең нинди кыйммәте өчен:

а) $2x+7$ һәм $-x+12$ аңлатмаларының суммасы 14 кә тигез;

б) $-5y+1$ һәм $3y+2$ аңлатмаларының аермасы -9 га тигез?

243 a ның нинди бөтен сан кыйммәтләрендә $ax=6$ тигезләмәсенең тамыры бөтен сан була? Шул саннарны табыгыз.

244 $7(2x+1)=13$ тигезләмәсен чишми генә, аның тамыры бөтен сан түгеллеген исбат итегез.

245 Фермада 1000 йорт куяны һәм тавык бар. Әгәр аларның барысында 3150 аяк булса, фермада ничә йорт куяны һәм тавык бар?

246 Ике эшче бер сменага 86 деталь ясаган. Аларның берсе икенчесенә караганда 15% ка артыграк деталь ясаса, һәр эшче ничә деталь ясаган?

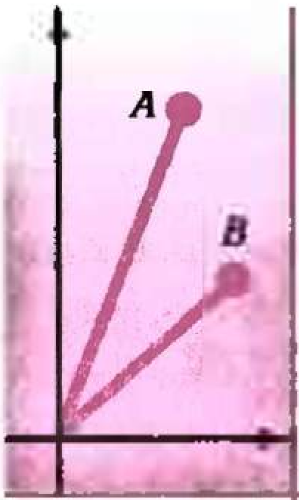
247 Беренче участокта карлыган икенчесенә караганда 9 төпкә артыграк. Икенче участоктан беренчесенә 3 төп карлыганны күчереп утырткач, анда икенчесенә караганда 1,5 тапкыр артыграк булган. Беренче участокта ничә төп карлыган булды?

248 Маратның маркалары Айратныкына караганда дүрт тапкыр күбрәк. Марат 8 маркасын Айратка бирсә, аның маркалары ике тапкырга арта. Һәр малайның ничә маркасы булган?

249 Китапны китапханәгә вакытында илтү өчен, укучы һәр көнне 40 бит укырга тиеш булган, ләкин ул көненә 15 биткә азрак укыган һәм китапны 6 көнгә соңрак илткән. Укучы китапны ничә көндә укып бетерергә тиеш булган?

250 Пыяла әйберләр ясау артеле, заказны вакытында үтәү өчен, һәр көнне 40 әйбер эшләргә тиеш булган. Ләкин алар, һәр көнне 20 әйбер артыграк эшләп, заказны 3 көнгә элегрәк үтиләр. Артель заказны ничә көндә үтәргә тиеш булган?

251 Әгәр уйлаган санга 7 не кушып, килеп чыккан сумманы 3 кә тапкырласаң һәм тапкырчыгыштан 47 не алсаң, уйлаган сан килеп чыга. Нинди сан уйланган булган?



II бүлек

Функцияләр

§ 4. Функцияләр һәм аларның графиклары

10. Функция нәрсә ул

Тормышта без төрле зурлыклар арасындагы бәйлелекләр белән еш очрашабыз. Мәсәлән, түгәрәкнең мәйданы — аның радиусына, металл шакмакның массасы аның күләменә һәм металлның тыгызлыгына бәйле, турыпочмаклы параллелепипедның күләме аның буена, иңенә һәм биеклегенә бәйле.

Алга таба без ике зурлык арасындагы бәйлелекне өйрәнербез.

Мисаллар карыйк.

1 нче мисал Квадратның мәйданы аның ягының озынлыгына бәйле. Квадрат ягының озынлыгы a см, ә аның мәйданы S см^2 га тигез булсын.

a үзгәрешлесенең һәр кыйммәте өчен S үзгәрешлесенең тиңдәшле кыйммәтен табарга мөмкин. Әйтик,

әгәр $a = 3$ булса, $S = 3^2 = 9$;
әгәр $a = 15$ булса, $S = 15^2 = 225$;
әгәр $a = 0{,}4$ булса, $S = 0{,}4^2 = 0{,}16$;
әгәр $a = 0{,}08$ булса, $S = 0{,}08^2 = 0{,}0064$.

S үзгәрешлесенең a үзгәрешлесенә бәйлелеге

$$S = a^2$$

формуласы белән күрсәтелә (мәсьәләнең мәгънәсе буенча $a > 0$).

Кыйммәтләре ирекле рәвештә сайлап алына торган a үзгәрешлесен — *бәйсез үзгәрешле* дип, ә кыйммәтләре a ның сайлап алынган кыйммәтләре ярдәмендә табыла торган S үзгәрешлесен *бәйле үзгәрешле* дип атыйлар.

2 нче мисал Автомобильнең 50 км/сәг тизлек белән үткән юлы хәрәкәт итү вакытына бәйле.

Автомобильнең хәрәкәт итү вакытын (сәгатьләрдә) t хәрефе белән, ә үткән юлын (километрларда) s хәрефе белән тамгалыйк. t үзгәрешлесенең (биредә $t \geq 0$) һәр кыйммәте өчен s үзгәрешлесенең тиңдәшле кыйммәтен табарга мөмкин. Мәсәлән,

әгәр $t = 0{,}5$ булса, $s = 50 \cdot 0{,}5 = 25$;
әгәр $t = 2$ булса, $s = 50 \cdot 2 = 100$;
әгәр $t = 3{,}5$ булса, $s = 50 \cdot 3{,}5 = 175$.

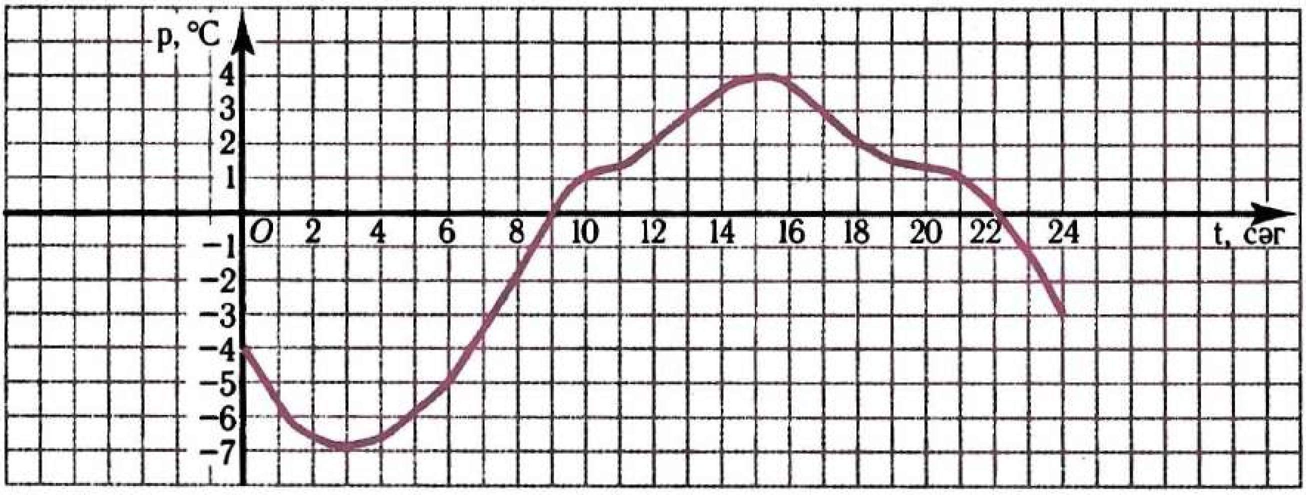
s үзгәрешлесенең t үзгәрешлесенә бәйлелеге

$$s = 50t$$

формуласы белән күрсәтелә.

Бу мисалда t — бәйсез үзгәрешле, s — бәйле үзгәрешле.

3 нче мисал 7 нче рәсемдә һава температурасының тәүлек дәвамындагы графигы сурәтләнгән.



Рәс. 7

Бу график ярдәмендә һәр вакыт моменты t өчен (сәгатьләрдә), биредә $0 \leq t \leq 24$, тиңдәшле температура p ны (Цельсий градусларында) табарга мөмкин. Мәсәлән,

әгәр $t = 6$ булса, $p = -5$;
әгәр $t = 12$ булса, $p = 2$;
әгәр $t = 17$ булса, $p = 3$;
әгәр $t = 22$ булса, $p = 0$.

Биредә t — бәйсез үзгәрешле, p — бәйле үзгәрешле.

4 нче мисал Шәһәр янында йөри торган поездга билет бәясе станция урнашкан зона номерына бәйле. Бу бәйлелек таблицада күрсәтелгән (зона номеры — n хәрефе белән,

тиңдәшле билет бәясе сумнарда m хәрефе белән тамгаланган):

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m	4	4	4,2	4,8	6,4	8	9,6	11,2	12,8

Бу таблица буенча n ның һәр кыйммәтенә (биредә $n = 1, 2, ..., 9$) m ның тиңдәшле кыйммәтен табарга мөмкин. Мәсәлән,

әгәр $n = 2$ булса, $m = 4$;
әгәр $n = 6$ булса, $m = 8$;
әгәр $n = 9$ булса, $m = 12{,}8$.

Бу очракта n — бәйсез үзгәрешле, ә m бәйле үзгәрешле була.

Без караган мисалларда бәйсез үзгәрешленең һәр кыйммәтенә бәйле үзгәрешленең бердәнбер кыйммәте туры килә. Бер үзгәрешленең икенче үзгәрешлегә мондый бәйлелеген *функциональ бәйлелек* яки *функция* дип атыйлар.

Бәйсез үзгәрешлене икенче төрле *аргумент* дип атыйлар, ә бәйле үзгәрешлене шул аргументтан *функция*, диләр. Мәсәлән, квадратның мәйданы аның ягының озынлыгыннан функция; автомобильнең даими тизлек белән үткән юлы хәрәкәт итү вакытыннан функция була. Бәйле үзгәрешленең кыйммәтләрен *функциянең кыйммәтләре* дип атыйлар.

Бәйсез үзгәрешле кабул иткән барлык кыйммәтләр *функциянең билгеләнү өлкәсен* төзиләр.

Мәсәлән, 1 нче мисалда каралган функциянең билгеләнү өлкәсе — барлык уңай саннардан, ә 3 нче мисалда 0 дән 24 кә кадәрге барлык саннардан тора.

ГОТФРИД ВИЛЬГЕЛЬМ ЛЕЙБНИЦ (1646—1716)—

немец философы, математик, физик, тел белгече. Ул һәм инглиз галиме И. Ньютон (бер-берсенә бәйсез рәвештә) математиканың иң мөһим бүлеге — математик анализ нигезләрен барлыкка китерәләр. Лейбниц математикада әле хәзер дә кулланыла торган күп кенә төшенчәләр һәм символларны кертә.

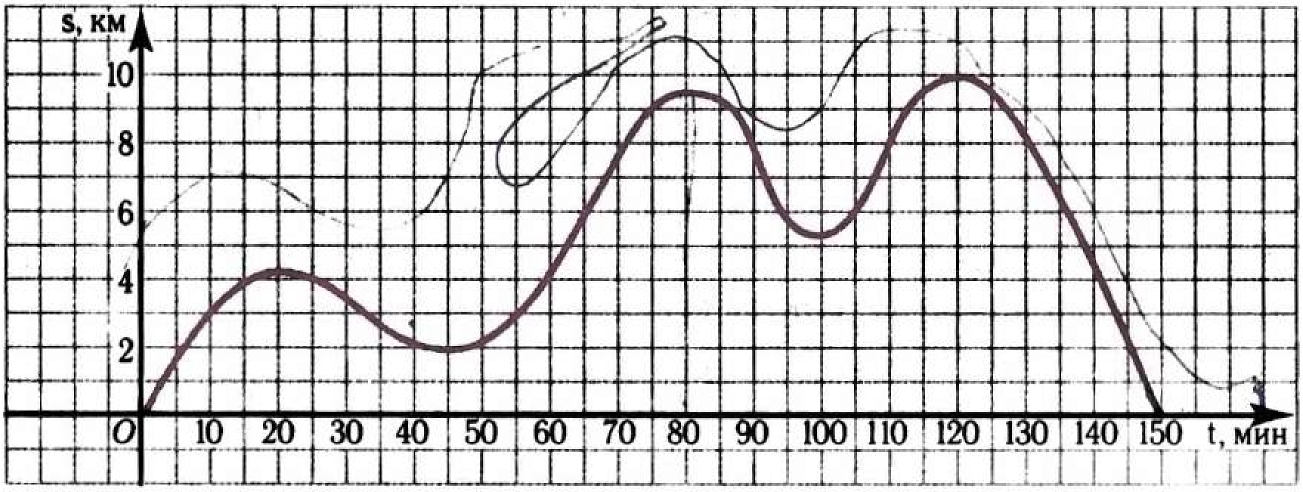
Күнегүләр

252 Яклары 9 см һәм x см га тигез булган турыпочмаклыкның мәйданы S см^2. S ның x ка бәйлелеге формуласын языгыз. x= 4; 6,5; 15 кыйммәтләренә S ның нинди кыйммәтләре туры килә?

253 Поезд, 70 км/сәг тизлек белән хәрәкәт итеп, t сәг тә s км юл үтә. s ның t га бәйлелеген формула аша күрсәтегез. Аргументның 2,4; 3,8 гә тигез кыйммәтенә тиңдәшле функция кыйммәтен табыгыз.

254 Кубның күләме аның кабыргасының озынлыгына бәйле. a см — куб кабыргасының озынлыгы, ә V см^3 аның күләме булсын. V ның a га бәйлелеген формула белән бирегез. Аргументның нинди дә булса ике кыйммәтен алып, функциянең аңа тиңдәшле кыйммәтләрен исәпләп чыгарыгыз.

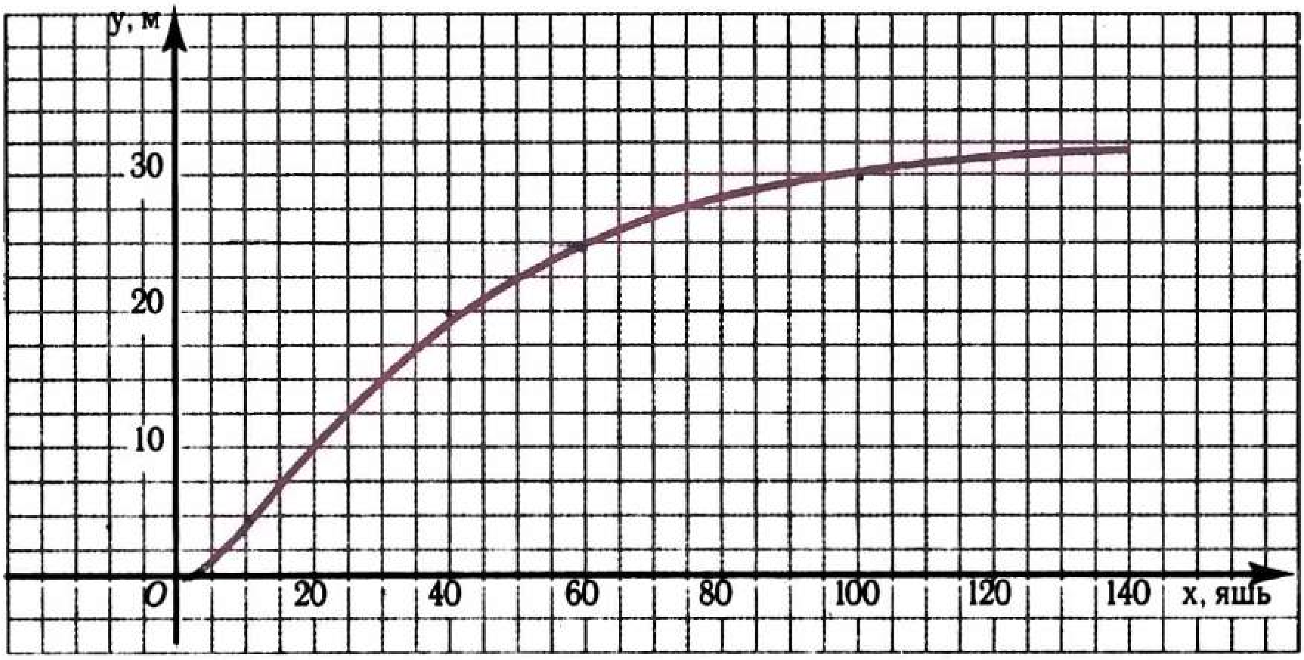
255 Күл буйлап яхта йөзә. Яхтаның базадан ераклыгы s (километрларда) хәрәкәт итү вакыты t (минутларда) үтү белән үзгәрә. s ның t га бәйле рәвештә үзгәрүе 8 нче рәсемдә сурәтләнгән. 20 минуттан, 1 сәг 20 минуттан, 2 сәг 30 минуттан яхта базадан нинди ераклыкта булыр? Бу функциянең билгеләнү өлкәсе нинди?



Рәс. 8

256 9 нчы рәсемдә нарат агачы биеклеге y ның (метрларда) аның яше x ка (елларда) бәйлелеге сурәтләнгән. а) Наратның 10; 40; 90; 120 яшьләрдә биеклеген; б) наратның 20 яшьтән 60 яшькә кадәр; 60 яшьтән 100 яшькә кадәр араларда күпмегә үскәнен табыгыз.

257 Һәр натураль n санына бу санны 4 санына бүлүдән килеп чыккан калдык r тиңдәш итеп куела. n = 13, 34, 43, 100 булганда, r ны табыгыз. Әле караган функциональ бәйлелектә аргументны күрсәтегез. Функциянең билгеләнү өлкәсе нинди? Функциянең кыйммәтләре булып нинди саннар хезмәт итә?



Рәс. 9

258 Таблицада фирманың ярты елда (гыйнвардан алып июнь ахырына кадәр) чыгарган электр плитәләре саны m ны ай номеры n га бәйлелеге күрсәтелгән:

n	1	2	3	4	5	6
m	230	270	310	300	360	340

Бәйсез үзгәрешлене (аргументны) күрсәтегез. Нинди саннар аргументның кыйммәтләре булып, ниндиләре функциянең кыйммәтләре булып хезмәт итәләр? n ның 2, 4 кә тигез кыйммәтенә m ның нинди кыйммәте туры килә? Кайсы айда 310, кайсы айда 360 электр плитәсе чыгарылган?

Кабатлау өчен күнегүләр

259 Бер резервуарда 380 м^3, ә икенчесендә 1500 м^3 су бар. Беренче резервуарга сәгать саен 80 м^3 су агып керә, ә икенчесеннән сәгать саен 60 м^3 су алалар. Ничә сәгатьтән соң резервуарлардагы су тигезләшер?

260 A (4; −3) һәм B (−2; 6) нокталарын билгеләгез. AB турысы үткәрегез һәм бу турының x күчәре һәм y күчәре белән кисешү нокталарының координаталарын табыгыз.

11. Функциянең кыйммәтен формула буенча исәпләү

Үткән пунктта тикшерелгән функцияләр төрле ысуллар белән бирелгән иде. Функцияне формула ярдәмендә бирү иң таралган ысулларның берсе булып тора. Формула исәпләүләр юлы белән аргументның төрле кыйммәтләре өчен функциянең тиңдәшле кыйммәтләрен табарга мөмкинлек бирә.

1 нче мисал Функция формула белән бирелсен, ди:

$$y = \frac{3x-1}{2}, \text{ биредә } -3 \le x \le 3.$$

x ның бөтен сан кыйммәтләренә тиңдәшле y кыйммәтләрен табыйк:

әгәр $x = -3$ булса, $y = \frac{3\cdot(-3)-1}{2} = -5$;

әгәр $x = -2$ булса, $y = \frac{3\cdot(-2)-1}{2} = -3{,}5$ һ. б.

Югарыгы юлда — аргумент кыйммәтләрен, түбәнге юлда функциянең тиңдәшле кыйммәтләрен урнаштырып, исәпләү нәтиҗәләрен таблица рәвешендә язу уңайлы:

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	−5	−3,5	−2	−0,5	1	2,5	4

Без x ның кыйммәтен адым саен 1 гә арттыра барып сайлап алдык. Мондый очракта функциянең кыйммәтләре таблицасы 1 адымы белән төзелгән, диләр.

Әле караган мисалда функциянең билгеләнү өлкәсе күрсәтелгән иде.

Әгәр функция формула белән бирелеп, функциянең билгеләнү өлкәсе күрсәтелмәгән булса, бәйсез үзгәрешленең әлеге формула мәгънәгә ия булгандагы барлык кыйммәтләре күплеген аның билгеләнү өлкәсе дип исәплиләр.

Мәсәлән, $y = x(x+5)$ формуласы белән бирелгән функциянең билгеләнү өлкәсе барлык саннардан тора, ә $y = \frac{1}{x-2}$ формуласы белән бирелгән функциянең билгеләнү өлкәсе 2 санынннан кала барлык саннардан тора.

Функция бирелгән формула ярдәмендә бу функциянең кыйммәтләренә тиңдәшле аргумент кыйммәтләрен табу мәсьәләсе дә чишелә.

2 нче мисал Функция $y = 12x - 3{,}6$ формуласы белән бирелгән. x ның нинди кыйммәте өчен функциянең кыйммәте 2,4 кә тигез икәнен табыйк.

▶ $y = 12x - 3{,}6$ формуласында y урынына 2,4 санын куйыйк. x үзгәрешлесе кергән тигезләмә табарбыз:

$$2{,}4 = 12x - 3{,}6.$$

Аны чишеп табабыз:

$$x = 0{,}5.$$

Димәк, $x = 0{,}5$ булганда, $y = 2{,}4$. ◁

Шуны искәртәбез: мәсьәлә чишү ысулы безгә таныш булган тигезләмәгә китерелде, шуңа күрә без аны чишә алдык.

Күнегүләр

261 Функция $y = 2x + 7$ формуласы белән бирелгән. Аргументның 1; −20; 43 кә тигез кыйммәтенә тиңдәшле функция кыйммәтен табыгыз.

262 Функция $y = 0{,}1x + 5$ формуласы белән бирелгән. Аргументның 10; 50; 120 гә тигез кыйммәтенә тиңдәшле функция кыйммәтен табыгыз.

263 Функция $y = \frac{12}{x}$ формуласы белән бирелгән. Таблицада аргументның кыйммәтләре күрсәтелгән. Функциянең тиңдәшле кыйммәтләрен исәпләп, таблицаны тутырыгыз:

x	−6	−4	−3	2	5	6	12
y							

264 Функция $y = x^2 - 9$ формуласы белән бирелгән. Таблицаны тутырыгыз:

x	−5	−4	−3	0	2	3	6
y							

265 $y = x(x - 3{,}5)$ (биредә $0 \le x \le 4$ һәм адым 0,5) формуласы белән бирелгән функциянең кыйммәтләре таблицасын төзегез.

266 а) $y = x^2 + 8$; б) $y = \frac{1}{x-7}$; в) $y = \frac{2}{3+x}$; г) $y = \frac{4x-1}{5}$ формуласы белән бирелгән функциянең билгеләнү өлкәсен табыгыз.

267 $y = -5x + 6$ формуласы нинди дә булса функцияне бирә. Аргументның нинди кыйммәте өчен функциянең кыйммәте 6; 8; 100 гә тигез?

268 Функция $y = \frac{2}{3}x$ формуласы белән бирелгән. Таблицаның буш шакмакларын тутырыгыз:

x	−0,5			4,5	9
y		−2	0		

269 Функция $y = 0{,}3x - 6$ формуласы белән бирелгән. Функциянең кыйммәте −6; −3; 0 гә тигез булганда, аргументның кыйммәтен табыгыз.

270 Бөкенең тыгызлыгы 0,18 г/см^3 икәне билгеле булса, бөке кисәге массасының аның күләменә бәйлелеген формула белән

бирегез. Шул формула буенча: а) күләме 240 $см^3$ га тигез булган бөке кисәгенең массасын; б) массасы 64,8 г га тигез булган бөке кисәгенең күләмен табыгыз.

271 Автомобиль, v км/сәг тизлек белән барып, 6 сәгатьтә s км юл үткән. s ның v ка бәйлелеген формула белән бирегез. Шул формуладан файдаланып: а) $v = 65$ булса, s ны табыгыз; б) $s = 363$ булса, v ны табыгыз.

272 Велосипедчы турбазадан 60 км ераклыктагы станциягә 12 км/сәг тизлек белән чыгып китә. s үзгәрешлесенең t үзгәрешлесенә бәйлелеген формула белән бирегез, биредә s — велосипедчының станциядән ераклыгы (километрларда), ә t — аның хәрәкәт вакыты (сәгатьләрдә). Формула буенча: а) $t = 3{,}5$ булса, s ны; б) $s = 30$ булса, t ны табыгыз.

273 Малайның 150 сум акчасы булган. Ул 10 ар сумнан x карандаш сатып алган. Малайның калган акчасын y хәрефе белән тамгалап, y ның x ка бәйлелеген формула белән бирегез. Бу функциянең билгеләнү өлкәсе нинди?

Кабатлау өчен күнегүләр

274 Алтынчы һәм җиденче сыйныф укучылары авыл китапханәсе өчен 315 китап җыйганнар. Җиденче сыйныф укучылары алтынчы сыйныф укучыларына караганда 10% ка күбрәк җыйган булсалар, алар ничә китап җыйганнар?

275 Координаталар яссылыгында $M(0; -4)$ һәм $N(6; 2)$ нокталары билгеләгез һәм аларны кисемтә белән тоташтырыгыз. Бу кисемтәнең x күчәре белән кисешү ноктасының координаталарын табыгыз.

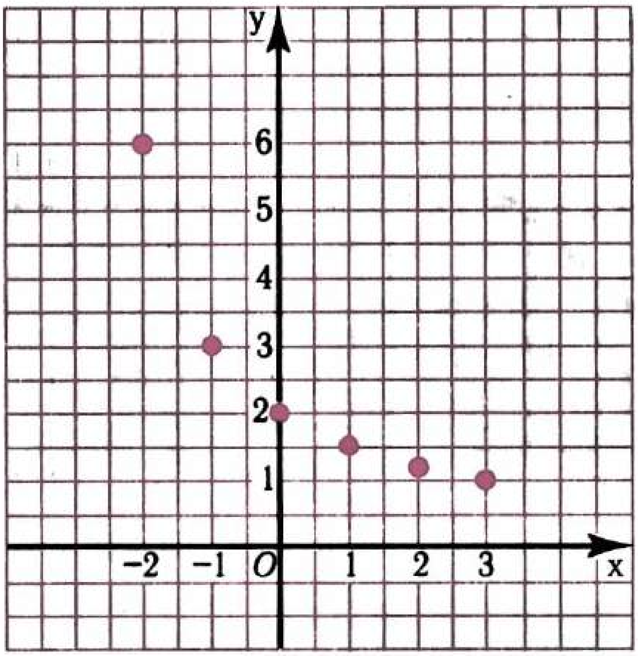
276 Координаталар яссылыгында $A(-2; -3)$ һәм $B(4; 5)$ нокталары билгеләгез. AB кисемтәсе уртасының координаталарын табыгыз.

12. Функциянең графигы

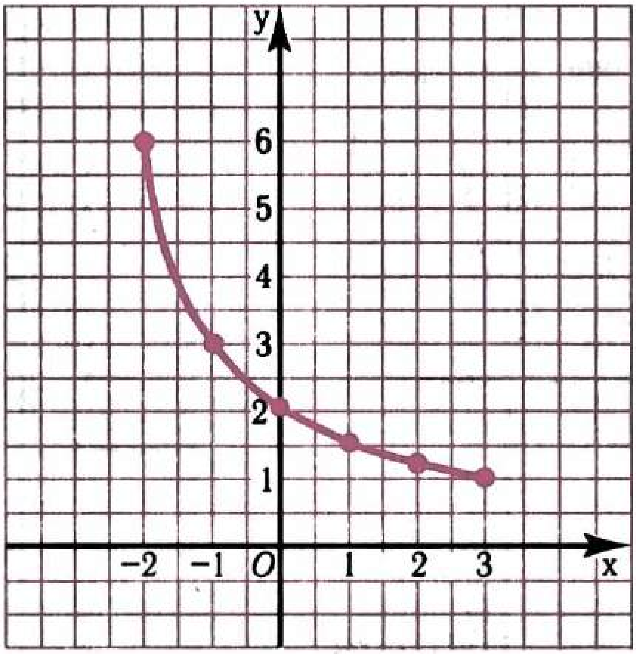
$y = \frac{6}{x+3}$ (биредә $-2 \le x \le 3$) формуласы белән бирелгән функцияне тикшерик. Бу формула буенча аргументның теләсә нинди кыйммәте өчен функциянең тиңдәшле кыйммәтен табарга мөмкин. Мәсәлән, аргументның бөтен сан кыйммәтләрен алыйк. Табабыз:

әгәр $x = -2$ булса, $y = 6$; әгәр $x = 1$ булса, $y = 1{,}5$;
әгәр $x = -1$ булса, $y = 3$; әгәр $x = 2$ булса, $y = 1{,}2$;
әгәр $x = 0$ булса, $y = 2$; әгәр $x = 3$ булса, $y = 1$.

x ның кыйммәтен — абсцисса, ә y ның тиңдәшле кыйммәтен ордината дип исәпләп, x һәм y ның табылган һәр кыйммәтләре парын координаталар яссылыгында нокта белән күрсәтик (рәс. 10). -2 дән 3 кә кадәрге аралыкта x ның башка кыйммәтләрен сайлап алып һәм $y = \frac{6}{x+3}$ формуласы буенча y ның тиңдәшле кыйммәт-



Рәс. 10



Рәс. 11

ләрен исәпләп чыгарып, без x һәм y ның башка кыйммәтләре парларын табарбыз. Бу парларның һәркайсына координаталар яссылыгының шулай ук нинди дә булса ноктасы туры килә. Барлык шундый нокталар $y = \frac{6}{x+3}$ (биредә $-2 \leq x \leq 3$) формуласы белән бирелгән *функциянең графигын* төзиләр (рәс. 11).

Билгеләмә. **Абсциссалары — аргумент кыйммәтләренә, ординаталары функциянең тиңдәшле кыйммәтләренә тигез булган координаталар яссылыгының барлык нокталары күплеге функциянең графигы дип атала.**

1 нче мисал $y = x(6 - x)$ (биредә $-1 \leq x \leq 5$) формуласы белән бирелгән функциянең графигын төзик.

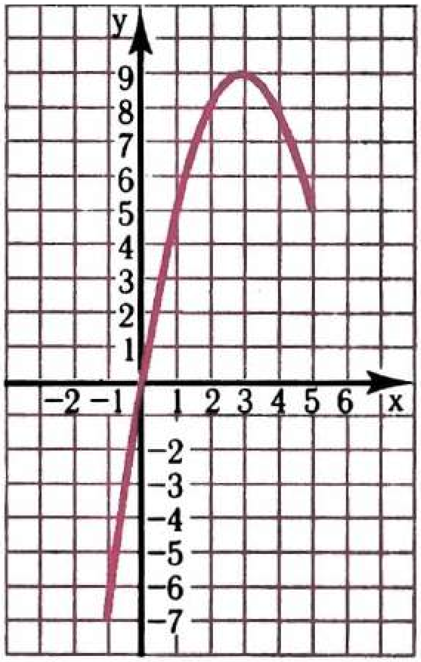
▶ Аргумент һәм функциянең тиңдәшле кыйммәтләре таблицасын тутырабыз:

x	−1	0	1	2	3	4	5
y	−7	0	5	8	9	8	5

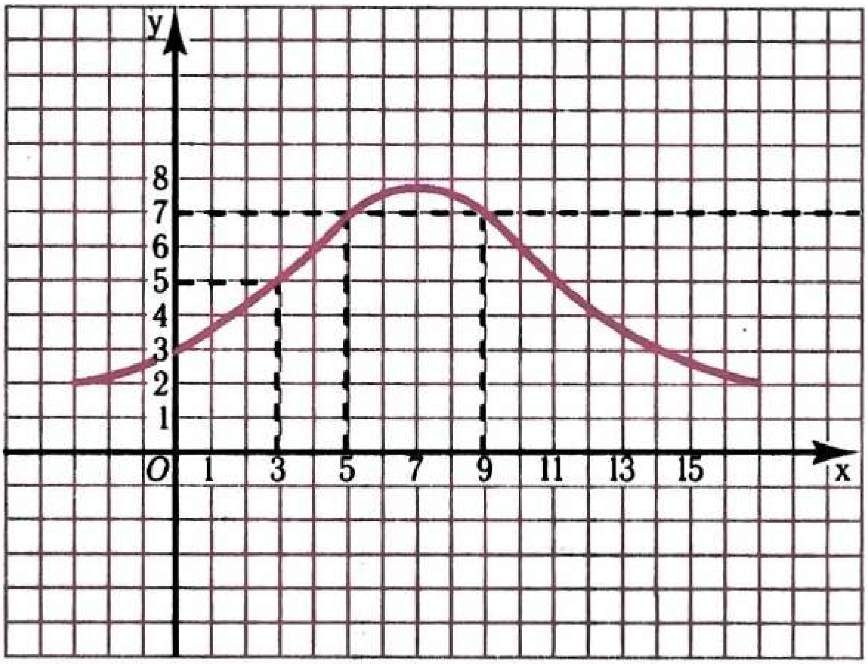
Координаталар яссылыгында координаталары таблицада күрсәтелгән нокталарны билгелик. Аларны салмак сызык белән тоташтырыйк (рәс. 12). Ул вакытта $y = x(6 - x)$ (биредә $-1 \leq x \leq 5$) формуласы белән бирелгән функциянең графигын табарбыз. ◁

Графикның нокталарын күбрәк билгеләгән саен, алар тыгызрак урнашыр һәм график төгәлрәк төзелер.

Функциянең графигы ярдәмендә аргумент кыйммәтләре буенча функциянең тиңдәшле кыйммәтләрен табып була. Шулай ук моңа кире мәсьәләне дә чи-



Рәс. ***12***



Рәс. ***13***

шәргә мөмкин: функциянең күрсәтелгән кыйммәтләре буенча аргументның шуларга тиңдәшле кыйммәтләрен таба алабыз.

[illegible] мисал Функциянең 13 нче рәсемдә сурәтләнгән графигы буенча: а) функциянең $x = 3$ булгандагы кыйммәтен; б) x ның функция кыйммәте 7 гә тигез булгандагы кыйммәтен табыйк.

▶ а) x лар күчәренең абсциссасы 3 кә тигез булган ноктасы аша x лар күчәренә перпендикуляр үткәрәбез. Бу перпендикулярның функция графигы белән кисешү ноктасының координаталары (3; 5) була. Димәк, $x = 3$ булганда, функциянең кыйммәте 5 кә тигез. б) y лар күчәренең ординатасы 7 гә тигез булган ноктасы аша x лар күчәренә параллель туры үткәрәбез. Бу туры графикны ике ноктада: координаталары (5; 7) һәм (9; 7) булган нокталарда кисеп үтә. Димәк, $x = 5$ һәм $x = 9$ булганда, функция 7 гә тигез кыйммәт ала. ◁

График зурлыклар арасындагы бәйлелекне ачык күзалларга мөмкинлек бирә. Мәсәлән, график буенча һаваның температурасы кайчан нульгә тигез, нульдән югары, нульдән түбән булганын, кайчан үскәнен, кимегәнен һ. б. белергә мөмкин. 7 нче рәсемдә сурәтләнгән график ярдәмендә температураның 9 сәгатьтә һәм 22 сәгатьтә 0 °С ка тигез булганын; сәгать 9 дан 22 сәгатькә кадәр 0 °С тан югары булганын; сәгать 3 тән 15 сәгатькә кадәр күтәрелгәнен белергә була.

Тормышта теге яки бу процессның ничек баруын (тәүлек дәвамында атмосфера басымының үзгәрешен, тәүлек дәвамында диңгез тигезлегенең үзгәрешен, пешкәкнең торышына бәйле рәвештә двигатель цилиндрында пар басымының үзгәрешен һ. б.) автомат

рәвештә билгеләп бару өчен еш кына прибордан файдаланалар. Бу приборлар тиндәшле функциональ бәйлелекнең графикларын сызалар.

Күнегүләр

277 Функция $y = x(x-3)$ (биредә $-2 \le x \le 2$) формуласы белән бирелгән. Таблицаны тутырыгыз:

x	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2
y									

Бу функциянең графигын төзегез.

278 $y = x + 3$ (биредә $-1 \le x \le 5$) формуласы белән бирелгән функциянең графигын төзегез. Моның өчен башта 1 адымы белән функциянең кыйммәтләре таблицасын тутырыгыз.

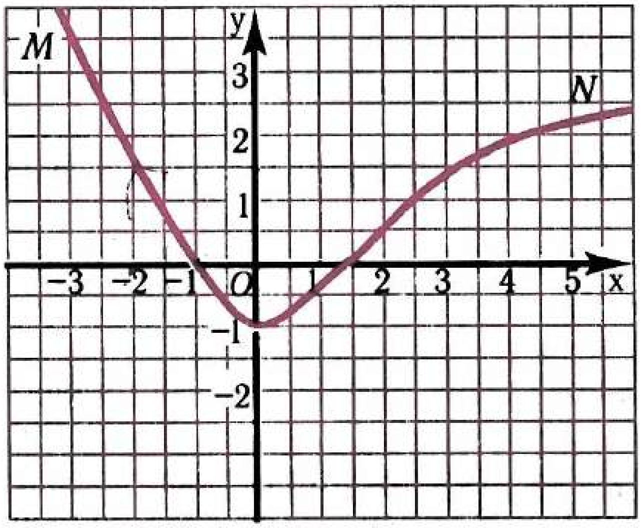
279 Функция $y = \frac{6}{x}$ (биредә $1 \le x \le 6$) формуласы белән бирелгән. 1 адымы белән функция кыйммәтләре таблицасын тутырып, бу функциянең графигын төзегез.

280 MN кәкресе —ниндидер функциянең графигы (рәс. 14). Аргументның −2; −1; 0; 1; 5 кә тигез кыйммәтләре өчен функциянең тиндәшле кыйммәтләрен график буенча табыгыз.

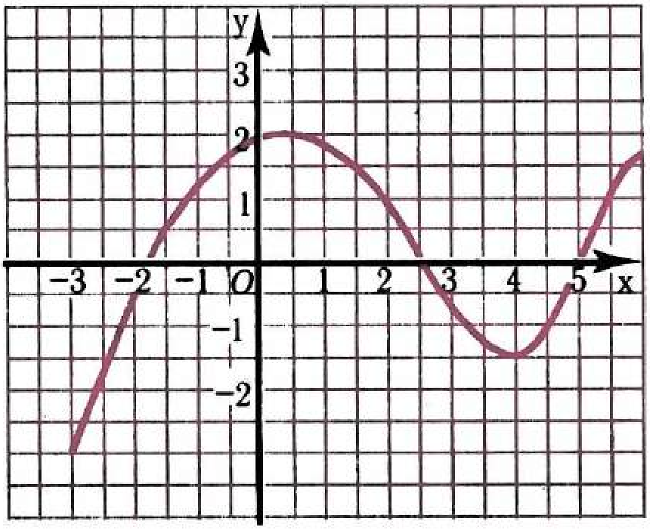
281 Функциянең 15 нче рәсемдә сурәтләнгән графигыннан файдаланып, таблицаны тутырыгыз:

x	−3	−1,5	−0,5	0	0,5	3,2
y						

Функциянең уңай кыйммәтләренә тиңдәш булган биш аргументның кыйммәтен һәм функциянең тискәре кыйммәтләренә тиңдәш булган биш аргументның кыйммәтен күрсәтегез.

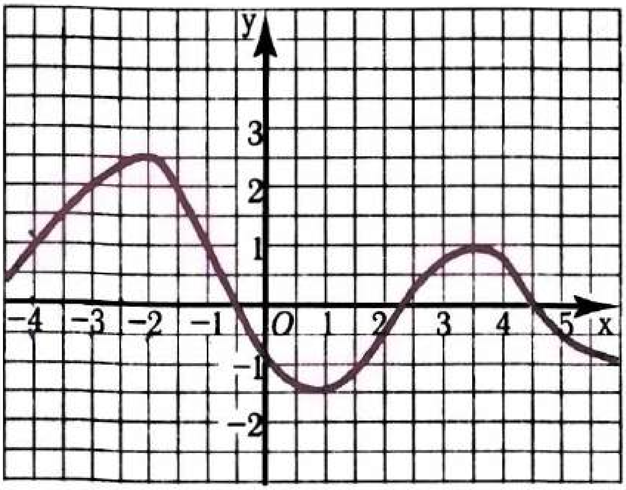


Рәс. 14

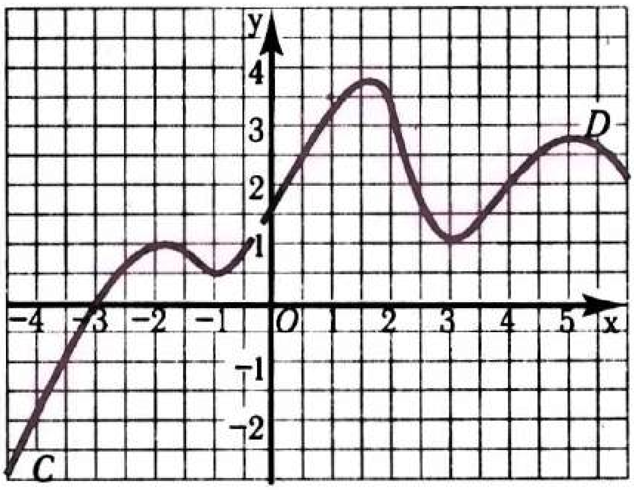


Рәс. 15

4 К4/147



Рәс. 16



Рәс. 17

282 16 нчы рәсемдә ниндидер функциянең графигы сурәтләнгән. Графиктан файдаланып, таблицаны тутырыгыз:

x	−4	−3	−2,5	0	1	3,5
y						

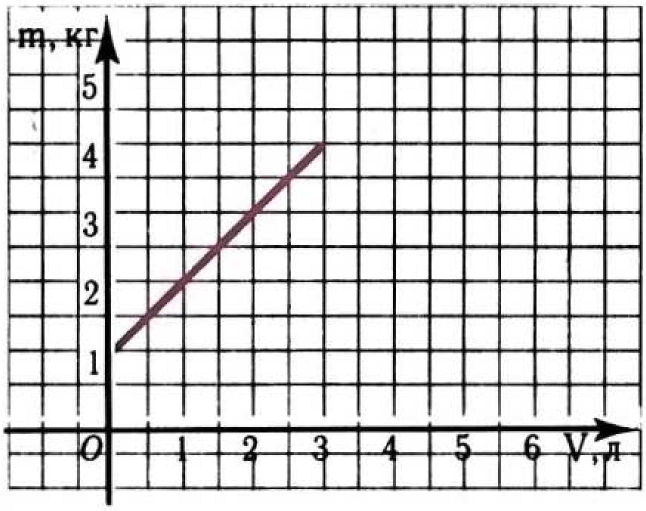
283 CD кәкресе — ниндидер функциянең графигы (рәс. 17). Графиктан файдаланып:
а) $x = -3; -2; 0; 2; 4$ булганда, y ның кыйммәтен;
б) $y = -2; 0; 2; 3$ кыйммәтләренә тиңдәшле x ның кыйммәтләрен табыгыз.

284 Функциянең графигы булып очларының координаталары $(-6; -2)$ һәм $(3; 5)$ булган кисемтә хезмәт итә. Графикны сызыгыз һәм график буенча:
а) $x = -5; -3; -1; 1; 2$ булганда, y ның кыйммәтен;
б) $y = -1; 1; 3; 4$ кыйммәтләренә тиңдәшле x ның кыйммәтләрен табыгыз.

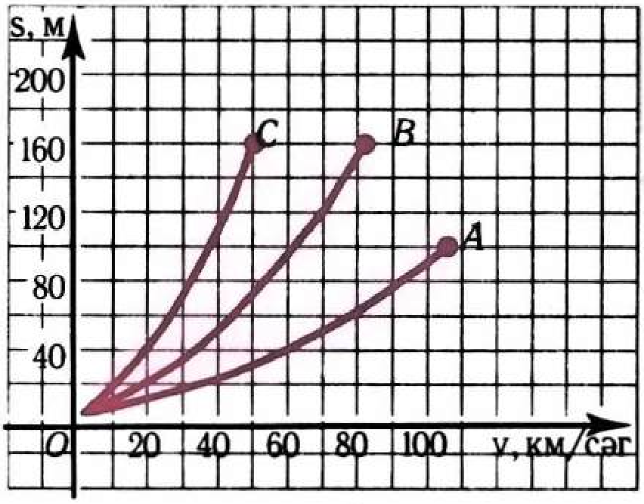
285 ABC сынык сызыгы — ниндидер функциянең графигы, өстәвенә $A\ (-3; 1)$; $B\ (1; -1)$ һәм $C\ (3; 3)$. Графикны сызыгыз һәм аның ярдәмендә:
а) $x = -2{,}5; 0; 2$ булганда, функциянең кыйммәтләрен;
б) аргументның $y = -0{,}5; 1$ гә тиңдәшле кыйммәтләрен табыгыз.

286 MNP сынык сызыгы — ниндидер функциянең графигы, өстәвенә $M(-2; -1)$, $N(3; 6)$, $P(6; -3)$. Графикны сызыгыз һәм аннан файдаланып:
а) $x = -1{,}5; 0; 4; 5{,}5$ булганда, y функциясенең кыйммәтләрен;
б) аргументның $y = -2{,}5; 0; 4{,}5$ кә тиңдәшле кыйммәтләрен табыгыз.

287 $A(4; 2)$, $B(1; -4)$ һәм $C(1; 4)$ ноктaлары $y = 2x - 6$ формуласы белән бирелгән функция графигыныкы буламы? Берсе бу функция графигыныкы, ә икенчесе шул функция графигыныкы булмаган нинди дә булса ике нокталың координаталарын әйтегез.



Рәс. 18



Рәс. 19

288 $A\ (-5; -4)$; $B\ (-0{,}3;\ 0{,}7)$; $C\ (-1{,}2;\ 0{,}2)$ нокталары $y = x + 1$ формуласы белән бирелгән функция графигыныкы буламы?

289 Функция $y = \frac{12}{x}$ (биредә $1 \le x \le 12$) формуласы белән бирелгән. x ның бөтен сан кыйммәтләре өчен таблица тутырыгыз. Функциянең графигын төзегез. Графикта абсциссасы 2,5 кә тигез булган нокта билгеләгез. Аның ординатасын табыгыз һәм нәтиҗәнең дөреслеген формула буенча тикшерегез.

290 18 нче рәсемдә сыеклык салынган бидон массасының сыеклык күләменә бәйлелеге графигы сурәтләнгән. График буенча табыгыз:

а) буш бидон массасын;
б) бер литр сыеклык салынган бидон массасын;
в) бер литр сыеклык массасын;
г) бидонның сыеклык белән бергә гомуми массасы 3 кг га тигез булганда, бидондагы сыеклык күләмен.

291 Һәр минут саен бактагы суның температурасын үлчәп, таблица төзегәннәр:

x, мин	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y, °C	14	28	41	54	66	76	85	93	98	100	100	100	100

y ның x ка бәйлелеге графигын төзегез (масштаб: x лар күчәрендә 1 см га 1 мин, y лар күчәрендә 1 см га 10 °C туры килә). Графиктан файдаланып, сорауларга җавап бирегез:

а) җылыта башлаудан соң 4 мин; 5,5 мин; 9 мин; 10,7 мин үткәч, суның температурасы нинди булган;
б) җылыта башлаудан соң ничә минут үткәч, температура 41 °C; 60 °C; 95 °C булган?

292 19 нчы рәсемдә автомобильнең тормозлау юлының коры асфальтта (*OA* кәкресе), юеш асфальтта (*OB* кәкресе), бозлавыкта (*OC* кәкресе) хәрәкәт тизлегенә бәйлелеге графигы сурәтләнгән. Һәр очрак өчен сорауларга җавап бирегез:

а) автомобильнең тизлеге 50 км/сәг булганда, аның тормозлау юлы күпмегә тигез;
б) тормозлау юлы 60 м дан артмасын өчен, автомобиль нинди тизлек белән барырга тиеш?

Кабатлау өчен күнегүләр

293 Тигезләмәне чишегез:
а) $3{,}7x - 2 = -2x + 3{,}13$;
б) $4{,}2x + 8 = 8 - 7x$;
в) $-27x = 5 - 54x$;
г) $x - 1 = 0{,}4x - 2{,}5$.

294 Автопаркта йөк машиналары җиңел машиналарга караганда 1,5 тапкыр күбрәк булган. Тагын 45 җиңел машина алып, 12 йөк машинасын фермерларга биргәннән соң, автопаркта җиңел машиналар йөк машиналарыннан 17 гә күбрәк булды. Автопаркта барлыгы ничә машина булган?

295 Дөресме:
а) $6\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \cdot 1\frac{3}{4} + \frac{1}{4} - 6 > 0$; б) $7 + 2424 : (11{,}8 + 0{,}2) + 2{,}3 < 200$?

Контроль сораулар

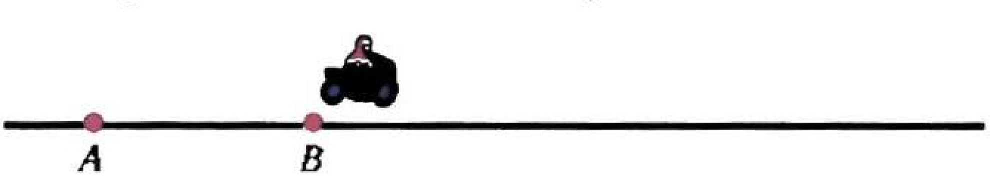
1 Бер үзгәрешленең икенчесенә функциональ бәйлелегенә мисал китерегез. Бәйсез һәм бәйле үзгәрешлене күрсәтегез.
2 $y = 6x + 12$ формуласы белән бирелгән функция мисалында аңлатып бирегез: а) аргумент кыйммәте буенча функциянең тиңдәшле кыйммәтен ничек табарга; б) функциянең күрсәтелгән кыйммәтенә тиңдәш булган аргумент кыйммәтен ничек табарга?
3 Функция графигына билгеләмә бирегез.
4 Функция графигы ярдәмендә: а) аргументның бирелгән кыйммәтенә тиңдәшле функция кыйммәтен; б) функциянең бирелгән кыйммәтенә туры килгән аргумент кыйммәтен ничек табарга икәнен күрсәтегез. Моның өчен 14 нче рәсемдә сурәтләнгән функция графигыннан файдаланыгыз.

§ 5. Сызыкча функция

13. Сызыкча функция һәм аның графигы

Функциягә мисаллар карыйк.

1 нче мисал A һәм B пунктлары шоссе буйлап бер-берсеннән 20 км ераклыкта урнашкан (рәс. 20). B пунктыннан A га капма-каршы юнәлештә 50 км/сәг тизлек белән мотоциклчы чыгып китә. Мотоциклчы t сәг тә $50t$ км



Рәс. 20

юл үтәр һәм A дан $50t+20$ км ераклыкта булыр. Мотоциклчының A пунктына кадәр ераклыгын (километрларда) s хәрефе белән тамгаласак, бу ераклыкның хәрәкәт вакытына бәйлелеген

$$s = 50t + 20, \quad \text{биредә } t \geq 0,$$

формуласы белән күрсәтергә мөмкин.

Икенче мисал Укучы һәркайсын 3 сумнан дәфтәрләр һәм 5 сумга ручка сатып алган. Сатып алынган әйберләрнең бәясе дәфтәрләр санына бәйле. Сатып алынган дәфтәрләр санын x хәрефе белән, әйберләрнең бәясен y хәрефе белән (сумнарда) тамгалыйк. Табабыз:

$$y = 3x + 5, \text{ биредә } x \text{ — натураль сан.}$$

Ике мисалда да без $y = kx + b$ рәвешендәге формула белән бирелгән функцияне очраттык, бу формулада x — бәйсез үзгәрешле, k, b — саннар. Андый функцияләрне *сызыкча функцияләр* дип атыйлар.

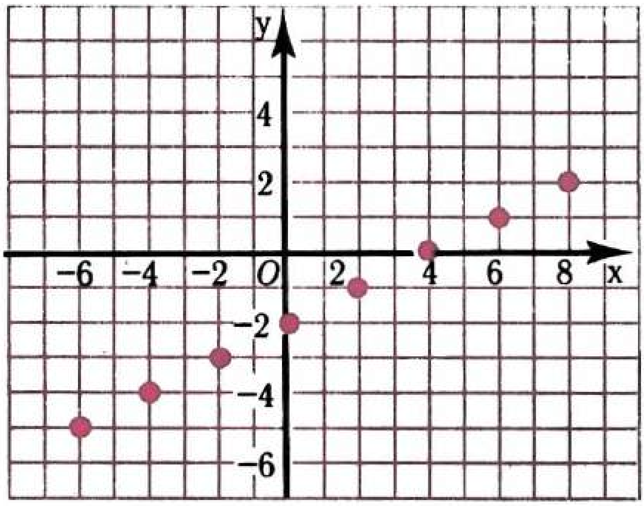
Билгеләмә. **$y = kx + b$ (биредә x — бәйсез үзгәрешле, k һәм b — саннар) рәвешендәге формула белән бирергә мөмкин булган функция сызыкча функция дип атала.**

Сызыкча функциянең графигы турындагы мәсьәләне карыйк. Биредә без функциянең билгеләнү өлкәсе барлык саннардан тора дип уйларбыз.

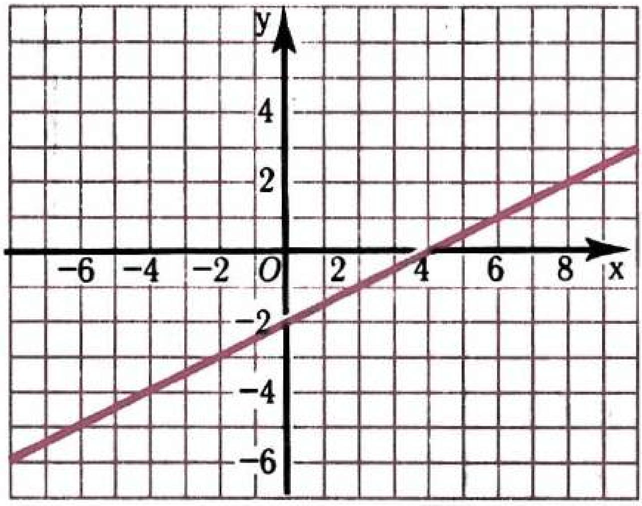
$y = 0{,}5x - 2$ сызыкча функциясенең графигын төзик. x һәм y ның тиңдәшле кыйммәтләре таблицасын төзибез:

x	−6	−4	−2	0	2	4	6	8
y	−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2

Координаталар яссылыгында координаталары таблицада күрсәтелгән нокталарны билгелик (рәс. 21). Бу нокталар барысы да бер турыда ята. Бу туры $y = 0{,}5x - 2$ сызыкча функциясенең графигы була (рәс. 22).



Рәс. 21



Рәс. 22

Сызыкча функциянең графигы туры була.

Сызыкча функциянең графигын төзү өчен, графикның ике ноктасының координаталарын табарга, шул нокталарны координаталар яссылыгында билгеләргә һәм алар аша туры үткәрергә кирәк.

1 нче мисал $y = 2x + 3$ функциясенең графигын төзик.

▶ $y = 2x + 3$ — сызыкча функция, шуңа күрә аның графигы туры була. $y = 2x + 3$ формуласын кулланып, графикның ике ноктасының координаталарын табыйк:

әгәр $x = -2$ булса, $y = 2 \cdot (-2) + 3 = -1$;

әгәр $x = 1$ булса, $y = 2 \cdot 1 + 3 = 5$.

$A\ (-2; -1)$ һәм $B\ (1;\ 5)$ нокталарын билгелик. Бу нокталар аша туры үткәрик (рәс. 23). AB турысы $y = 2x + 3$ функциясенең графигы була. ◁

Сызыкча функциянең графигын төзегәндә еш кына нокталарның берсе сыйфатында абсциссасы 0 булган ноктаны алу җайлы була.

2 нче мисал $y = -0{,}8x + 1$ сызыкча функциясенең графигын төзик.

▶ Графикның ике ноктасының координаталарын табабыз:

әгәр $x = 0$ булса, $y = -0{,}8 \cdot 0 + 1 = 1$;

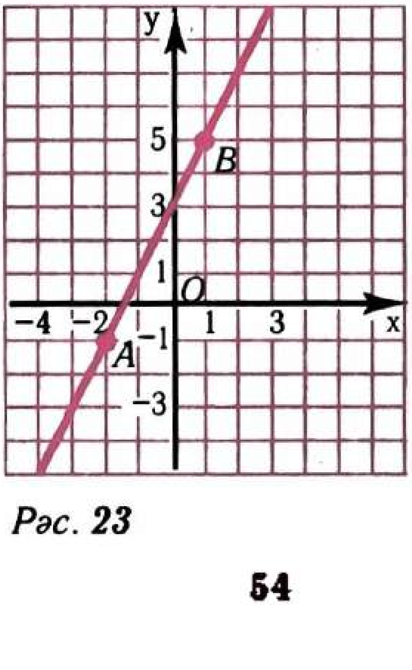
әгәр $x = 5$ булса, $y = -0{,}8 \cdot 5 + 1 = -3$.

$M\ (0;\ 1)$ һәм $K(5; -3)$ нокталарын билгеләп, алар аша туры үткәрик (рәс. 24). MK турысы $y = -0{,}8x + 1$ сызыкча функциясенең графигы була. ◁

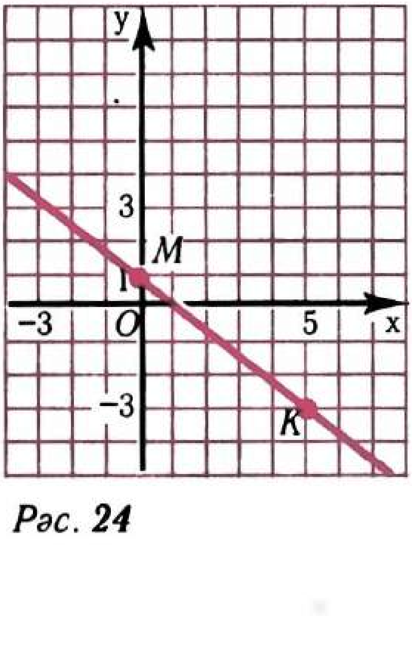
$k = 0$ булганда, сызыкча функция бирелә торган $y = kx + b$ формуласы $y = 0x + b$, ягъни $y = b$ формуласы белән бирелә торган сызыкча функция x ның теләсә нинди кыйммәте өчен бер үк кыйммәт ала.

3 нче мисал $y = -2$ функциясенең графигын төзик.

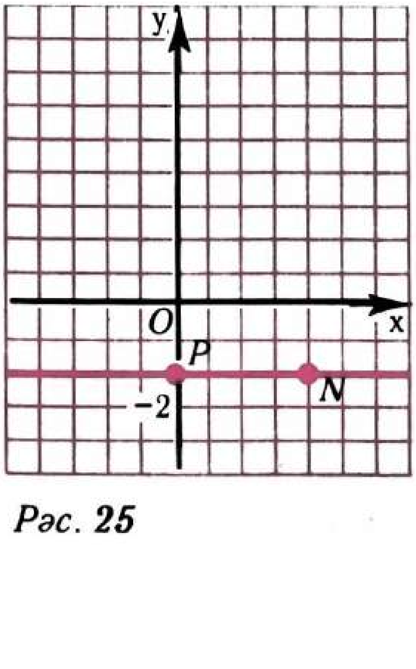
▶ x ның теләсә нинди кыйммәтенә y ның -2 гә тигез булган бер үк кыйммәте тиңдәш була. Ординатасы -2 гә тигез булган нинди дә булса ике нокта, мәсәлән,



Рәс. 23



Рәс. 24



Рәс. 25

P (0; −2) һәм N (4; −2) нокталарын билгеләп, алар аша туры үткәрик (рәс. 25). PN турысы $y = -2$ сызыкча функциясенең графигы була. ◁

Шуны искәртәбез: әгәр сызыкча функциянең билгеләнү өлкәсе барлык саннардан да тормаса, график турының тиңдәшле кисәген күрсәтер. Мәсәлән, аның ярымтуры яки кисемтә булуы мөмкин.

Күнегүләр

296 Бассейнга һәр секундта 0,5 $м^3$ су агып керә. Хәзер бассейнда 120 $м^3$ су булса, x с тан соң бассейнда ничә кубометр су булыр? Бассейндагы су күләменең тутыру вакытына бәйлелеген формула рәвешендә күрсәтегез. Бу бәйлелек сызыкча функция буламы?

297 Турыпочмаклыкның буе x см, иңе 3 см га кыскарак. Турыпочмаклык периметрының аның буена һәм турыпочмаклык мәйданының аның буена бәйлелеген формула аша күрсәтегез. Бу бәйлелекләрнең кайсысы сызыкча функция була?

298 Укучының 125 сум акчасы булган. Шул акчасына ул 10 сумнан x марка сатып алган. Шуннан соң аның y сум акчасы калган. y ның x ка бәйлелеген формула аша күрсәтегез. Бу бәйлелек сызыкча функция буламы?

299 Түбәндәге формула белән бирелгән функция сызыкчамы:

а) $y = 2x - 3$; в) $y = \frac{x}{2} + 1$; д) $y = x^2 - 3$;

б) $y = 7 - 9x$; г) $y = \frac{2}{x} + 1$; е) $y = \frac{10x - 7}{5}$?

300 Сызыкча функция $y = 0{,}5x + 6$ формуласы белән бирелгән. y ның $x = -12$; 0; 34 кә тиңдәшле кыйммәтләрен табыгыз. x ның нинди кыйммәте өчен y ның кыйммәте −16; 0; 8 гә тигез?

301 Сызыкча функция $y = -3x + 1{,}5$ формуласы белән бирелгән.
а) $x = -1{,}5$; 2,5; 4 булса, y ның кыйммәтен;
б) x ның $y = -4{,}5$; 0; 1,5 булгандагы кыйммәтен табыгыз.

302 Формула белән бирелгән функциянең графигын төзегез:

а) $y = -2x + 1$; в) $y = -x + 4{,}5$; д) $y = \frac{1}{2}x - 3$;

б) $y = 0{,}2x + 5$; г) $y = x + 1{,}5$; е) $y = -x - 3{,}5$.

303 Формула белән бирелгән функциянең графигын төзегез:
а) $y = -3x + 4$; в) $y = x - 2$;
б) $y = -x + 3$; г) $y = 0{,}3x - 5$;

304 $y = -1{,}5x + 3$ сызыкча функциясенең графигын төзегез. График ярдәмендә ачыклагыз: а) $x = -2{,}5$; 3,5 кә y ның нинди кыйммәте туры килә; б) x ның нинди кыйммәтенә $y = -4{,}5$; 0,5 кыйммәте тиңдәш була?

305 $y = 1{,}5x + 4$ сызыкча функциясенең графигын сызыгыз. а) $x = -3{,}5$; 1,5 кә тиңдәшле y кыйммәтен; б) x ның $y = -0{,}5$; 4,5 кә туры килә торган кыйммәтен график ярдәмендә табыгыз.

306 x лар күчәрендә 1 см да — бер берәмлек, y лар күчәрендә 1 см да ун берәмлек булган масштаб сайлап алып, $y = -10x + 40$ функциясенең графигын төзегез. а) $x = -2{,}5$; 0,8; 3,5 кә тиңдәшле y кыйммәтен; б) xның $y = 70$; -10; -30 га туры килгән кыйммәтен график буенча табыгыз.

307 Бакка температурасы 10 °С булган су салып, 100 °С ка кадәр җылытканнар. Суның температурасы һәр минут саен 1,5 °С ка күтәрелә барган. Суның температурасы y ның (Цельсий градусларында) җылыту вакыты x ка (минутларда) бәйлелеген формула рәвешендә күрсәтегез. Бу бәйлелекнең графигын төзегез. а) Җылыта башлаганнан соң 5 мин, 10 мин үткәч, суның температурасы күпме булган; б) күпме вакыттан соң су 85 °С ка кадәр җылынганын график буенча белегез.

308 Төзүләрне эшләми генә, функция графигының координата күчәрләре белән кисешү нокталарының координаталарын табыгыз:

а) $y = -2{,}4x + 9{,}6$; в) $y = 1{,}2x + 6$;
б) $y = -0{,}7x - 28$; г) $y = -5x + 2$.

309 а) $y = 0{,}4x - 12$; б) $y = -\frac{1}{3}x + 8$ формуласы белән бирелгән функциянең графигын x күчәре нинди ноктада кисеп үтә?

310 $y = 1{,}2x - 7$ функциясенең графигын төземичә генә ачыклагыз, бу график:

а) $A(100;\ 113)$; в) $C(-10;\ 5)$;
б) $B(-15;\ -25)$; г) $D(300;\ 353)$

ноктасы аша үтәме?

311 $y = 6$; $y = 3{,}2$; $y = -1$; $y = -5$; $y = 0$ функцияләренең графикларын бер үк координаталар яссылыгында төзегез.

312 Функцияләрнең графикларын төзегез: $y = -2$; $y = -1{,}9$; $y = 1{,}6$; $y = 7$.

Кабатлау өчен күнегүләр

313 Тигезләмәне чишегез:

а) $3(0{,}9x - 1) - (x + 0{,}6) = -0{,}2$; б) $7 - (3{,}1 - 0{,}1y) = 3 - 0{,}2y$.

314 n ның нинди натураль кыйммәтләре өчен:

а) $\frac{n+8}{19}$ — ялгыз вакланма;

б) $\frac{7}{n+2}$ — аралаш вакланма?

315 Өч бригада 65 деталь эшләп чыгарган. Беренче бригада икенчесеннән 10 га кимрәк, ә өченче бригада беренче һәм икенче бригада бергә эшләп чыгарганның 30% ы кадәр деталь эшләп чыгарган. Һәр бригада күпме деталь эшләп чыгарган?

316 Кечерәге:

а) n; б) $n - 1$; в) $n + 4$ кә тигез булган эзлекле килүче өч натураль санның суммасын аңлатма рәвешендә языгыз. Язылган аңлатманы гадиләштерегез.

Мисал карыйк. V — тимер борысның күләме (куб сантиметрларда), m аның массасы (граммнарда) булсын. Тимернең тыгызлыгы 7,8 г/см^3 га тигез булганга, $m = 7{,}8V$. Тимер борыс массасының аның күләменә бәйлелеге $y = kx$ (биредә x — бәйсез үзгәрешле, k — нульгә тигез булмаган сан) рәвешендәге формула белән бирелә торган функциягә мисал булып тора. Мондый функцияне *туры пропорциональлек* дип атыйлар.

Билгеләмә. **$y = kx$ рәвешендәге формула белән бирергә мөмкин булган функция туры пропорциональлек дип атала, биредә x — бәйсез үзгәрешле, k — нульгә тигез булмаган сан.**

Туры пропорциональлек — сызыкча функциянең аерым очрагы, чөнки $y = kx$ формуласы $y = kx + b$ формуласыннан $b = 0$ булганда табыла. Моннан туры пропорциональлекнең графигы булып туры хезмәт итүе чыга. Әлеге туры координаталар башлангычы аша үтә, чөнки $x = 0$ булганда, y ның кыйммәте 0 гә тигез.

Туры пропорциональлекнең графигы координаталар башлангычы аша үтүче туры була.

Туры пропорциональлекнең графигын төзү өчен, графикның координаталар башлангычы булмаган нинди дә булса ноктасын билгеләп, шул нокта һәм координаталар башлангычы аша туры үткәрү җитә.

Мисал $y = 0{,}5x$ функциясенең графигын төзик.

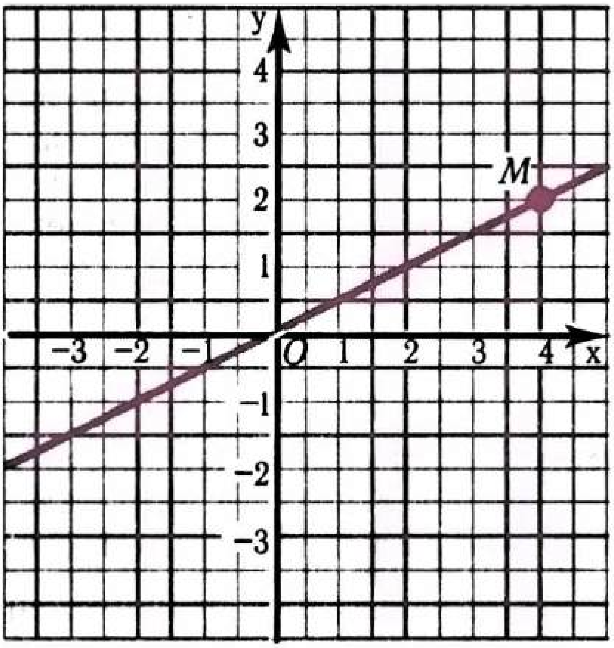
▶ Графикның координаталар башлангычы булмаган нинди дә булса координатасын табабыз:

$$\text{әгәр } x = 4 \text{ булса, } y = 0{,}5 \cdot 4 = 2.$$

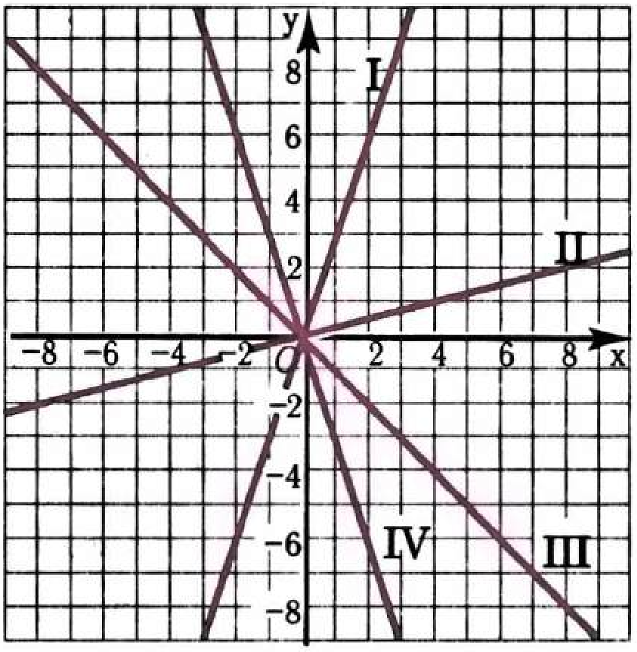
$M(4;\ 2)$ ноктасын билгеләп, бу нокта һәм координаталар башлангычы аша туры үткәрәбез (рәс. 26). Әлеге туры $y = 0{,}5x$ функциясенең графигы була. ◁

Координаталар яссылыгында $y = kx$ функциясенең графигы ничек урнашуы k коэффициентына бәйле. $y = kx$ формуласыннан $x = 1$ булса, $y = k$ икәнен табабыз. Димәк, $y = kx$ функциясенең графигы $(1;\ k)$ ноктасы аша үтә. $k > 0$ булганда, бу нокта — координаталарның беренче чирегендә, ә $k < 0$ булганда, дүртенче чирегендә урнашкан. Моннан туры пропорциональлекнең графигы $k > 0$ булганда — координаталар яссылыгының беренче һәм өченче чирекләрендә, ә $k < 0$ булганда, икенче һәм дүртенче чирекләрендә урнашканлыгы килеп чыга.

27 нче рәсемдә туры пропорциональлекнең графигы k ның төрле кыйммәтләре өчен төзелгән.



Рәс. 26



Рәс. 27

Күнегүләр

317 Велосипедчы 12 км/сәг тизлек белән тигез хәрәкәт итә. Үтелгән юл s ның (километрларда) хәрәкәт вакыты t га (сәгатьләрдә) бәйлелеген белдергән формула языгыз. Бу бәйлелек туры пропорциональлек буламы?

318 Әйләнә озынлыгының аның радиусыннан бәйлелеген күрсәткән формуланы языгыз. Бу бәйлелек туры пропорциональлек буламы?

319 Түбәндәге формула белән бирелгән функция туры пропорциональлек буламы:

а) $y = -5x$; б) $y = 5x^2$; в) $y = \frac{x}{5}$; г) $y = x + 5$?

320 Туры пропорциональлек $y = -\frac{1}{6}x$ формуласы белән бирелгән.

а) x ның −9; 0; 1; 4 кә тигез кыйммәтенә тиңдәшле y ның кыйммәтен;

б) y ның 0; $-\frac{1}{2}$; 10; 1 гә тигез кыйммәтенә тиңдәшле x ның кыйммәтен табыгыз.

321 а) $y = 3x$; б) $y = -1{,}5x$; в) $y = x$; г) $y = -x$ формуласы белән бирелгән туры пропорциональлекнең графигын төзегез.

322 а) $y = 2{,}5x$; б) $y = -4{,}5x$ формуласы белән бирелгән туры пропорциональлекнең графигын төзегез.

323 $y = -0{,}5x$ формуласы белән бирелгән функциянең графигын төзегез. График ярдәмендә:

а) x ның −2; 4; 1 гә тигез кыйммәтләренә тиңдәшле y кыйммәтләрен;

б) x ның нинди кыйммәтләрендә y ның кыйммәте −1; 0; 2,5 кә тигез икәнен табыгыз.

x ның $y = -150$ булырлык кыйммәте бармы? Әгәр булса, шул кыйммәтне исәпләп чыгарыгыз.

324 $y = 2x$ туры пропорциональлегенең графигын төзегез.

а) $x = 2$; 2,5; 3; 4 булганда, функциянең нинди кыйммәтләр алганын;

б) нинди x өчен функциянең кыйммәте 7 гә тигез икәнен табыгыз.

325 Турист, шәһәрдән чыгып x сәг үткәч, аннан y км ераклыкта булган.

y ның x ка бәйлелеге таблицада бирелгән:

x	0	0,5	1	2	2,5	3	3,5	4
y	0	2,1	4,0	7,9	10,1	12,1	14	16,1

Координаталар яссылыгында тиңдәшле нокталарны билгеләгез һәм ул нокталарның бер турыда диярлек ятуын линейка ярдәмендә күрсәтегез. y ның x ка бәйлелеген якынча аңлаткан формула төзегез.

326 28 нче рәсемдә җәяүле (OB кисемтәсе) белән велосипедчының (OA кисемтәсе) хәрәкәт графигы төзелгән. Сорауларга графиктан файдаланып җавап бирегез:

а) Җәяүле һәм велосипедчының һәркайсы күпме вакыт юлда булган?

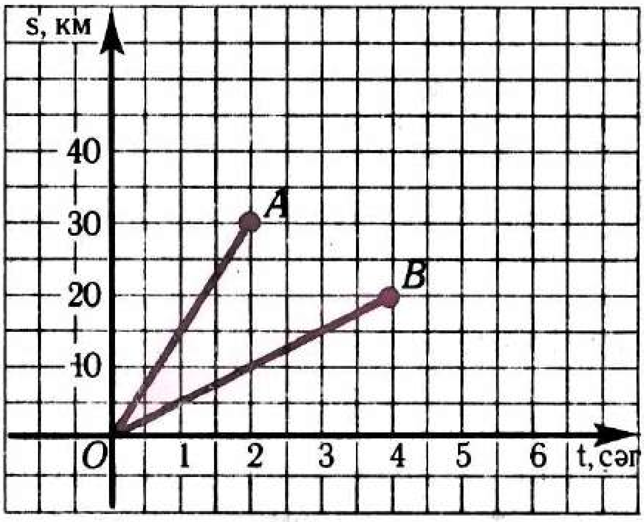
б) Җәяүле һәм велосипедчының һәркайсы күпме юл үткән?

в) Җәяүле һәм велосипедчы нинди тизлек белән барганнар?

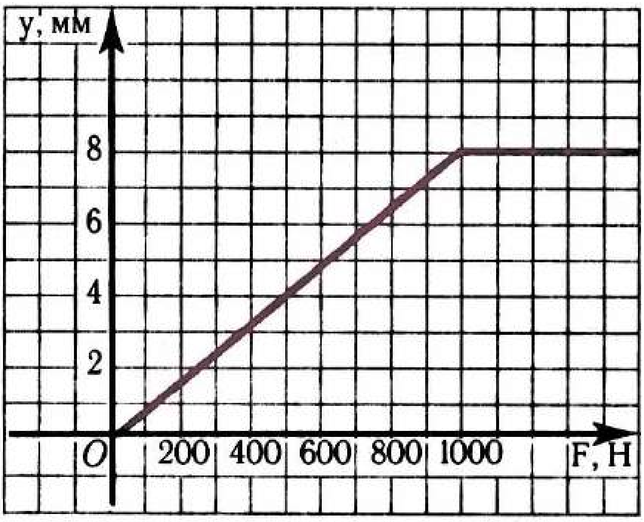
г) Велосипедчының 2 сәг тә үткән юлы җәяүленең шул ук вакыт эчендә үткән юлыннан ничә тапкыр күбрәк?

327 29 нчы рәсемдә корыч чыбыкның сузылу озынлыгы y ның чыбыкны сузу өчен куелган F көченә бәйлелеге графигы сурәтләнгән. F көче нинди чикләрдә үзгәргәндә, F көченнән чыбыкның озынаюы бәйлелеге туры пропорциональлек икәнен күрсәтегез.

328 $A(0; -1)$; $B(-1; 0,5)$; $C(2; -1)$; $D(4; -2)$ нокталары $y = -0,5x$ функциясе графигыныкы буламы?



Рәс. 28



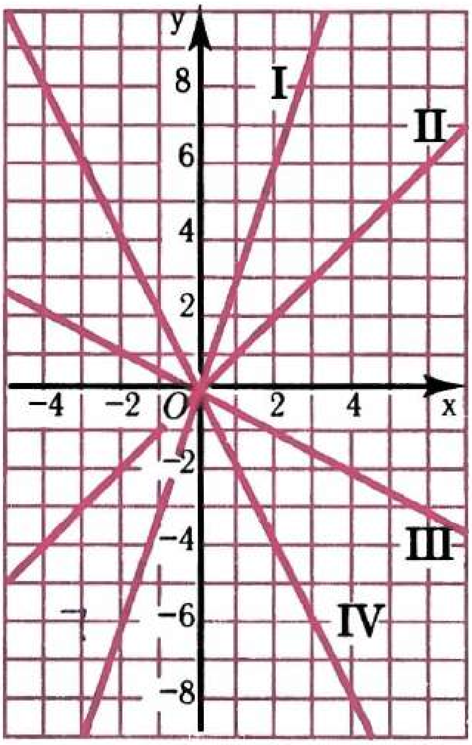
Рәс. 29

329 $A(6;\ -2)$; $B(-2;\ -10)$; $C(1;\ -1)$; $D\left(-\frac{1}{3};\ 1\frac{2}{3}\right)$; $E(0;\ 0)$ нокталарының кайсылары а) $y = -\frac{1}{3}x$; б) $y = 5x$ формулалары белән бирелгән туры пропорциональлек графигыныкы була?

330 Түбәндәге формула белән бирелгән функциянең графигы ничек урнашканын схема рәвешендә күрсәтегез:

а) $y = 1{,}7x$; г) $y = -2{,}3x$;
б) $y = -3{,}1x$; д) $y = kx$, биредә $k > 0$;
в) $y = 0{,}9x$; е) $y = kx$, биредә $k < 0$.

331 30 нчы рәсемдә туры пропорциональлек графиклары төзелгән. Һәр график өчен k коэффициентының тамгасын билгеләгез. Тиңдәшле формулаларны языгыз.



Рәс. 30

Кабатлау өчен күнегүләр

332 Тигезләмәне чишегез:
а) $1 - 1{,}7x - (0{,}8x + 2) = 3{,}4$; б) $5 - 0{,}2y = 0{,}3y - 39$.

333 Аңлатманы гадиләштерегез:
а) $-21(4 - 10a) - 54a$; б) $28 - 10d + 4(d + 18)$.

334 $a > 0$ икәне билгеле. Аңлатманың кыйммәтен нуль белән чагыштырыгыз:

а) $5a$; б) $-10a$; в) $a + 6$; г) $-a$; д) $\frac{a}{8}$; е) $-\frac{4}{a}$.

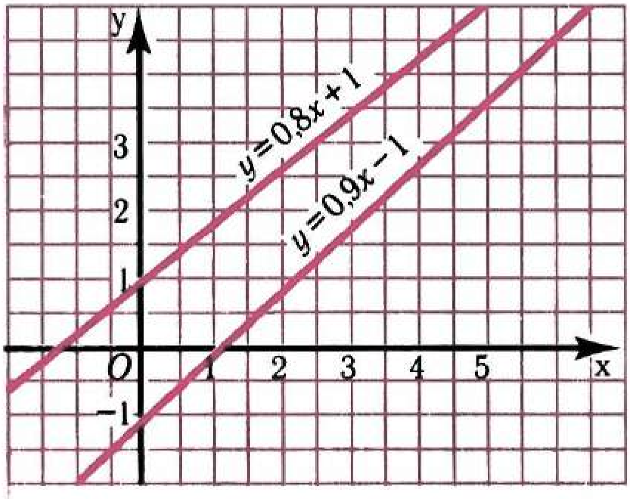
Җавапны тигезсезлек рәвешендә языгыз.

15. Сызыкча функция графикларының үзара торышы

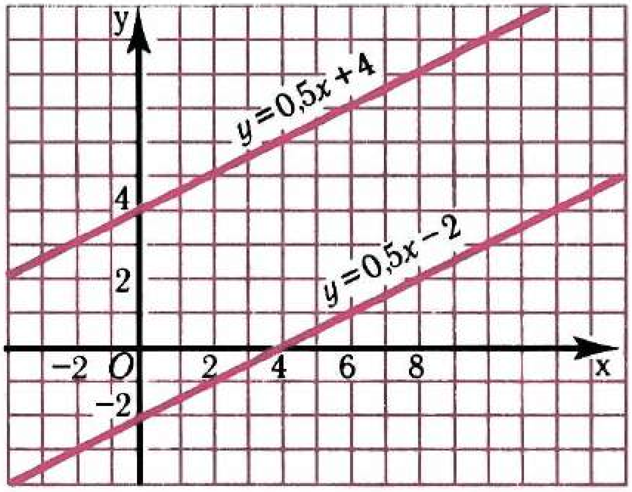
Ике сызыкча функциянең графиклары я кисешә торган, я параллель турылардан гыйбарәт.

Мәсәлән, $y = 0{,}9x - 1$ һәм $y = 0{,}8x + 1$ формулалары белән бирелгән сызыкча функцияләрнең графикларын тикшерик (рәс. 31). Графиклар кисешәләрме икәнен ачыклыйк.

Функцияләрнең графиклары кисешүе — аларның уртак ноктасы барлыгын белдерә. Бу очракта ике функция өчен дә y ның бер үк кыйммәтенә тиңдәшле x кыйммәте табылыр. x ның шул кыйммәтен табу өчен, $0{,}9x - 1 = 0{,}8x + 1$ тигезләмәсен чишәргә кирәк.



Рәс. ***31***



Рәс. ***32***

Табабыз:

$$0{,}9x - 0{,}8x = 1 + 1,$$
$$0{,}1x = 2,$$
$$x = 20.$$

$x = 20$ булганда, $y = 0{,}9x - 1$ һәм $y = 0{,}8x + 1$ функцияләренең икесе дә 17 гә тигез булган бер үк кыйммәт ала. (20; 17) ноктасы беренче графикныкы да, шулай ук икенче графикныкы да. Андый нокта бер генә. Димәк, $y = 0{,}9x - 1$ һәм $y = 0{,}8x + 1$ функцияләренең графиклары булган турылар кисешәләр.

Хәзер x алдындагы коэффициентлары бердәй булган $y = 0{,}5x + 4$ һәм $y = 0{,}5x - 2$ формулалары белән бирелгән сызыкча функцияләрне карыйк (рәс. 32). Бу функцияләрнең графиклары кисешәме икәнен белү өчен, $0{,}5x + 4 = 0{,}5x - 2$ тигезләмәсен чишәргә кирәк. Бу тигезләмәнең тамырлары юк, шулай булгач $y = 0{,}5x + 4$ һәм $y = 0{,}5x - 2$ функцияләренең графиклары булган турыларның уртак нокталары юк, ягъни алар параллель.

$y = kx + b$ рәвешендәге формула белән бирелгән ике сызыкча функциянең графиклары k коэффициентлары төрле булса кисешәләр, k коэффициентлары бертөрле икән, параллель була.

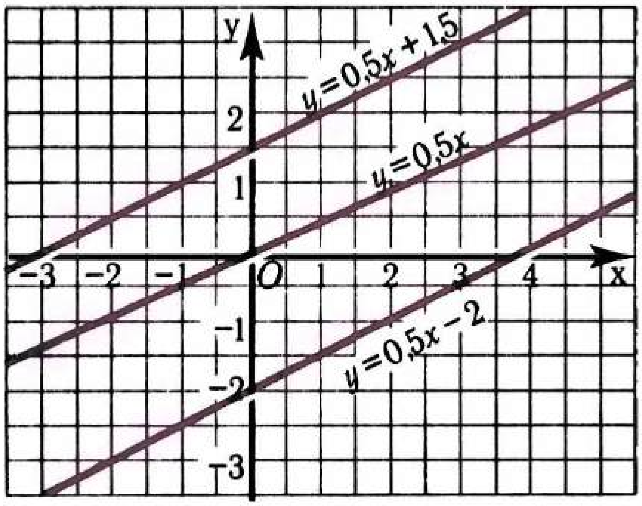
$y = k_1x + b_1$ һәм $y = k_2x + b_2$ — төрле ике сызыкча функция булсын. Аларның графикларының үзара торышын ачыклау өчен,

$$k_1x + b_1 = k_2x + b_2$$

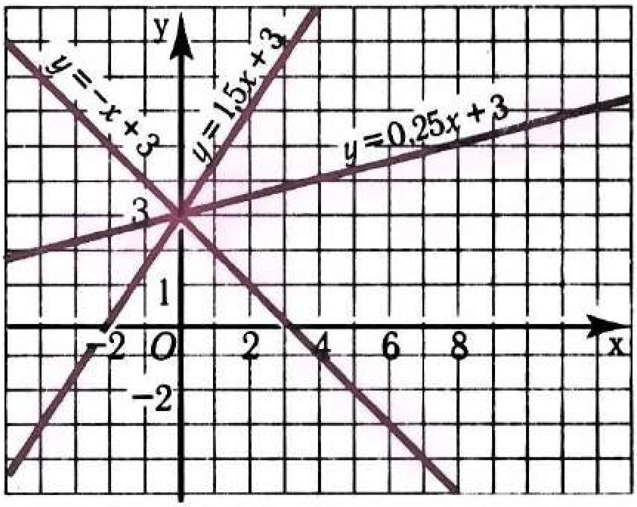
тигезләмәсен тикшерик. Табабыз:

$$k_1x - k_2x = b_2 - b_1,$$
$$(k_1 - k_2)x = b_2 - b_1.$$

Әгәр $k_1 \neq k_2$ булса, тигезләмәнең бердәнбер тамыры бар. Бу очракта функцияләрнең графиклары кисешәләр. Әгәр $k_1 = k_2$ һәм $b_1 \neq b_2$ икән, тигезләмәнең



Рәс. 33



Рәс. 34

тамырлары юк. Бу очракта функцияләрнең графиклары параллель. ○

33 нче рәсемдә $y = kx + b$ рәвешендәге формула белән бирелгән сызыкча функцияләрнең x алдындагы коэффициентлары бердәй, ә b төрле кыйммәтләр алгандагы графиклары булган турылар сурәтләнгән. Барлык бу турылар параллель һәм x лар күчәренә бер үк почмак ясап авышканнар. Бу почмак k коэффициентына бәйле. k санын $y = kx + b$ функциясе графигының — *турының почмакча коэффициенты* дип атыйлар.

«Турының почмакча коэффициенты» терминын кулланып, югарыда исбатланган үзлекне болай әйтергә була: әгәр ике сызыкча функциянең графиклары булган турыларның почмакча коэффициентлары төрле булса, бу турылар кисешәләр, әгәр почмакча коэффициентлары бердәй булса, бу турылар параллель.

$y = kx + b$ формуласыннан $x = 0$ булганда, y ның кыйммәте b га тигез икәнлеге килеп чыга. Димәк, $y = kx + b$ функциясенең графигы y лар күчәрен $(0;\ b)$ координаталы ноктада кисеп үтә. 34 нче рәсемдә $y = kx + b$ рәвешендәге формула белән бирелгән функцияләрнең b ның кыйммәте бер үк булып, k төрле кыйммәтләр алгандагы графиклары булган турылар сурәтләнгән. Барлык бу турылар y лар күчәрендә яткан бер ноктада кисешәләр.

Күнегүләр

335 Түбәндәге функцияләрнең графиклары үзара ничек урнашкан:
а) $y = 7x - 4$ һәм $y = 7x + 8$; г) $y = -4x$ һәм $y = -4x - 5$;
б) $y = 10x + 8$ һәм $y = -10x + 6$; д) $y = 3x + 1$ һәм $y = -4x + 1$;
в) $y = 3x - 5$ һәм $y = -6x + 1$; е) $y = 12x$ һәм $y = -8x$?

336 Сызыкча функцияләр $y = -20x + 13$, $y = 3{,}7x - 13$, $y = -8 - 20x$, $y = -3{,}6x - 8$, $y = 3{,}6x + 8$, $y = -3{,}6x$ формулалары белән бирелгән. Графиклары бер-берсенә параллель булган функцияләрне

аерып алыгыз. Бирелгән функцияләр арасыннан графиклары кисешә торган ике функцияне атагыз.

337 Функцияләр $y = -1{,}5\ x + 6$, $y = 0{,}5x - 6$, $y = 0{,}5x + 4$, $y = 0{,}5x$, $y = 3 + 1{,}5x$ формулалары белән бирелгән. Алар арасыннан графиклары:

а) $y = 0{,}5x + 10$ функциясенең графигына параллель булганнарын;

б) $y = -1{,}5x$ функциясенең графигын кисүчеләрен аерып алыгыз.

338 $y = 2{,}5x + 4$ сызыкча функциясе бирелгән. Графигы:

а) бирелгән функциянең графигына параллель;

б) бирелгән функциянең графигын кискән нинди дә булса сызыкча функциянең формуласын языгыз.

339 Графиклары а) параллель; б) кисешә торган ике сызыкча функциянең формулаларын языгыз.

340 Бирелгән функцияләрнең графикларының кисешү нокталары координаталарын табыгыз:

а) $y = 10x - 8$ һәм $y = -3x + 5$;

б) $y = 14 - 2{,}5x$ һәм $y = 1{,}5x - 18$;

в) $y = 20x - 70$ һәм $y = 70x + 30$;

г) $y = 37x - 8$ һәм $y = 25x + 4$;

д) $y = 14x$ һәм $y = x + 26$;

е) $y = -5x + 16$ һәм $y = -6$.

341 Функцияләрнең графиклары кисешәләрме:

а) $y = -6x + 9$ һәм $y = 2x - 7$;

б) $y = -0{,}5x + 2$ һәм $y = 2{,}5x - 10$;

в) $y = 0{,}2x - 9$ һәм $y = \frac{1}{5}x + 1$;

г) $y = x$ һәм $y = -3x + 3{,}6$?

Кисешүче графиклар өчен кисешү нокталарының координаталарын табыгыз.

342 Бер үк координаталар системасында түбәндәге функцияләрнең графикларын төзегез:

а) $y = -x + 6$, $y = -x - 1{,}5$, $y = -x$, $y = -x - 3$;

б) $y = x + 2{,}5$, $y = -x + 2{,}5$, $y = 2{,}5$, $y = 0{,}5x + 2{,}5$.

343 Графигы y лар күчәрен:

а) $y = x + 11$;   б) $y = -9x - 6$

функциясенең графигы кискән ноктада ук кискән сызыкча функциягә мисал китерегез.

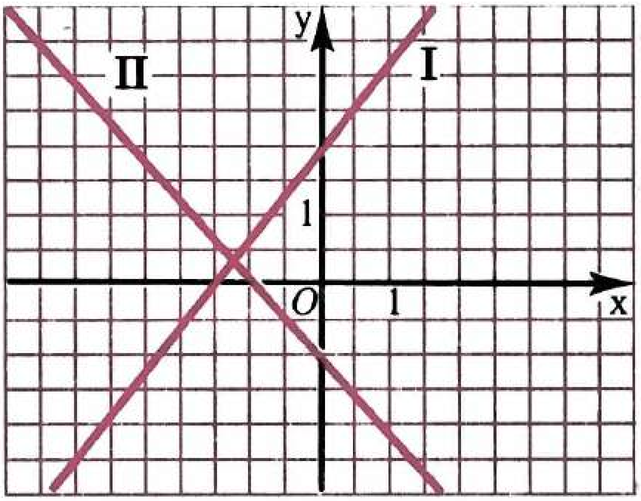
344 а) $y = 3x + b$, биредә $b = 1{,}2$; -4; 0;

б) $y = kx - 2$, биредә $k = 1$; -1; $0{,}4$

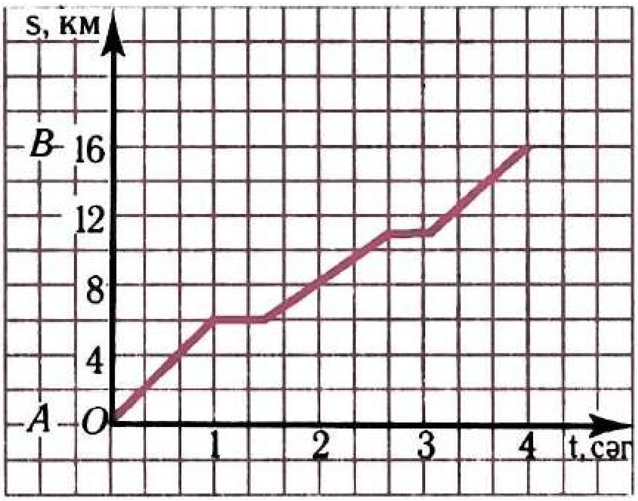
рәвешендәге формулалар белән бирелгән функцияләрнең графикларын бер үк координаталар системасында төзегез.

345 а) $y = 0{,}8x - 1{,}6$; б) $y = -0{,}4x + 1$ формулалары белән бирелгән сызыкча функцияләрнең графикларына параллель булган туры пропорциональлекнең графигы координаталарның кайсы чирекләрендә урнашкан?

346 а) $y = 17x$ һәм $y = 17x - 20$; б) $y = -30x$ һәм $y = -30x + 8$ формулалары белән бирелгән функцияләрнең графиклары координаталар яссылыгында якынча кайда урнашуын күрсәтегез.



Рәс. 35



Рәс. 36

347 35 нче рәсемдә $y = kx + b$ рәвешендәге формула белән бирелгән функцияләрнең графиклары төзелгән. Һәр график өчен k һәм b ның тамгаларын билгеләгез.

Кабатлау өчен күнегүләр

348 Элеваторга ике көндә 1440 т ашлык китергәннәр. Икенче көнне китерелгән ашлык беренче көнне китерелгән ашлык микъдарының 80% ын тәшкил иткән. Элеваторга беренче көнне күпме ашлык китерелгән?

349 Аңлатма рәвешендә языгыз:
а) кечерәге $2n$ га тигез булган эзлекле килүче ике җөп санның тапкырчыгышын;
б) зуррагы $2n + 1$ гә тигез булган эзлекле килүче ике так санның суммасын.

350 $a < 0$ һәм $b > 0$ булсын.

а) ab; б) $-7ab$; в) $\frac{2b}{a}$; г) $1 - ab$ аңлатмасының кыйммәтен нуль белән чагыштырыгыз. Җавапны тигезсезлек рәвешендә языгыз.

Контроль сораулар

1 Сызыкча функциянең билгеләмәсен әйтеп бирегез.

2 Сызыкча функциянең графигы нәрсә була? Сызыкча функциянең графигын ничек төзиләр?

3 $k > 0$ һәм $k < 0$ булганда, $y = kx$ сызыкча функциясенең графигы координаталар яссылыгында ничек урнашкан була?

4 Ике сызыкча функциянең графиклары нинди очракта кисешәләр? Кисешү ноктасының координаталарын ничек табарга?

5 Ике сызыкча функциянең графиклары нинди очракта параллель туралар була?

II бүлеккә өстәмә күнегүләр

4 нче параграфка

351 Бер куб сантиметр терекөмешнең массасы 13,6 г га тигез, V см^3 терекөмешнең массасы m г. а) m нын V га; б) V нын m га бәйлелеген формула рәвешендә күрсәтегез.

352 Натураль n санын 5 кә бүлгәндә өлештә k саны, калдыкта 3 чыккан. n ның k га бәйлелеген формула рәвешендә күрсәтегез.

353 y санын x санына бүлгәндә өлештә 5, калдыкта 10 килеп чыга. y ның x тан функциясен формула рәвешендә күрсәтегез. Бу функциянең билгеләнү өлкәсе нинди? x һәм y ның тиңдәш кыйммәтләренең ике парын табыгыз.

354 Турист, A турбазасыннан чыгып, B тимер юл станциясенә юнәлә. 36 нчы рәсемдә турист үткән юлның хәрәкәт вакытына бәйлелеге графигы бирелгән. а) Туристның A дан B га бару өчен күпме вакыт сарыф итүен; б) туристның нинди уртача тизлек белән баруын; в) аның беренче туктавында ничә минут, икенчесендә күпме ял итүен; г) туристның юлга чыгуының беренче сәгатендә һәм соңгы сәгатендә ничә километр юл үтүен; д) туристның беренче 8 км ны күпме вакытта узуын, соңгы 8 км ны ничә сәгатьтә үтүен ачыклагыз.

355 y ның x ка бәйлелеге таблица белән бирелгән:

x	−3,5	−3	−2,8	−2,1	1,3	2	3,5	5,2	5,8
y	−4	−3	−3	−3	1	2	3	5	5

Үзгәрешлеләрнең кайсысы бәйсез үзгәрешле, кайсысы бәйле үзгәрешле була? Аргументның −3,5; −2,8; 2; 5,8 гә тигез кыйммәтенә функциянең нинди кыйммәте тиңдәш була? Аргументның нинди кыйммәтләре өчен функциянең кыйммәте −3; 1; 5 кә тигез?

356 Функция $y = 5{,}8x - 4(1{,}2x - 2{,}5)$ формуласы белән бирелгән. Таблицаны тутырыгыз:

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y									

357 Функция $y = -0{,}5\,(8 - x)$ формуласы белән бирелгән. x һәм y ның тиңдәшле кыйммәтләре таблицасын тутырыгыз:

x	−1,4		2,6		8,8	
y		−3,4		−1,8		2,4

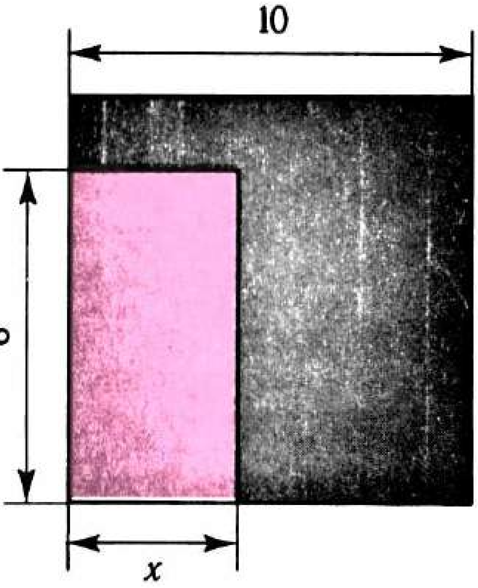
358 а) $y = \frac{7}{x^2 - 4}$; б) $y = \frac{8}{x^2 + 4}$

формуласы белән бирелгән функциянең билгеләнү өлкәсе нинди?

359 Бригада план буенча бер сменада 150 деталь ясарга тиеш булган. Ләкин ул планны $x\%$ ка арттырып үтәгән. y ның (бригада ясарга тиешле детальләр саны) x ка бәйлелеген күрсәтүче формула төзегез. Формула буенча табыгыз:

а) $x = 10$; 30 булса, y ның кыйммәтен;

б) $y = 150$; 180 булса, x ның кыйммәтен.



Рәс. 37

360 Ягы 10 см лы квадраттан яклары 8 см һәм x см булган турыпочмаклык кисеп алганнар (рәс. 37). Квадратның калган кисәгенең мәйданын (квадрат сантиметрларда) y хәрефе белән тамгалап, y ның x ка бәйлелеген формула белән аңлатыгыз. а) $x = 2{,}5$; 4 булса, y ның кыйммәтен; б) $y = 20$; 36 булса, x ның кыйммәтен табыгыз.

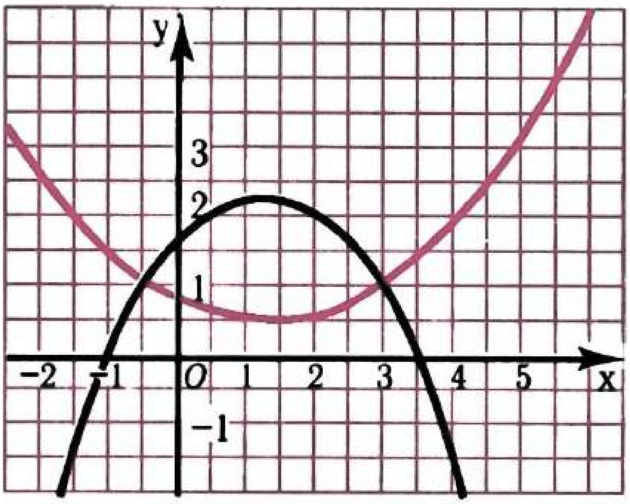
361 Түбәндәге формула белән бирелгән функциянең графигын төзегез:

а) $y = \frac{1}{2}(10 - x)$, биредә $-2 \le x \le 12$;

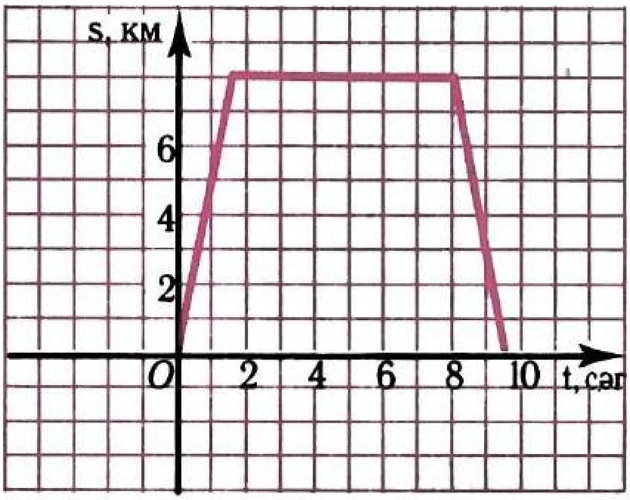
б) $y = (x - 1)(x + 1)$, биредә $-3 \le x \le 3$;

в) $y = 3x + x^2$, биредә $-3 \le x \le 2$.

362 38 нче рәсемдә кара сызык белән — беренче функциянең графигы, кызыл сызык белән икенче функциянең графигы сурәтләнгән. Аргументның нинди кыйммәтләре өчен беренче функциянең кыйммәте: а) икенчесенең кыйммәтенә тигез; б) икенчесенең кыйммәтеннән зуррак; в) икенчесенең кыйммәтеннән кечерәк була?



Рәс. 38



Рәс. 39

363 Савыттагы сыеклык күләме V ның аның биеклеге h ка бәйлелеген өйрәнү нәтиҗәсендә түбәндәге таблица килеп чыккан.

h, см	3	6	9	12	15	18
V, л	1,2	3,1	5,6	9,7	14,7	21

V ның h тан функциясе графигын төзегез. График буенча белегез: а) савыттагы сыеклыкның биеклеге 5 см га; 10 см га тигез булса, савытка ничә литр сыеклык салганнар; б) савытка 4 л, 10 л сыеклык салсалар, андагы сыеклыкның биеклеге күпме булыр?

364 Балыкчы, өеннән чыгып, күлгә китә һәм анда балык тота. Аннары өенә кайта. 39 нчы рәсемдә балыкчының хәрәкәт итү графигы сурәтләнгән. Графиктан файдаланып: а) өйдән күлгә кадәр ераклыкның күпмегә тигез икәнен; б) өйдән күлгә кадәр балыкчының ничә сәгать баруын һәм кире кайтуга күпме вакыт сарыф итүен; в) күл янында аның ничә сәгать булуын; г) өйдән чыгып бер сәгать узгач, өйдән нинди ераклыкта булуын; д) чыгып китүенә ничә сәгать үткәч, балыкчының өйдән 6 км ераклыкта булуын; е) күлгә барганда һәм кире кайтканда аның уртача тизлеге күпме булуын белегез.

5 нче параграфка

365 Түбәндәге формула белән бирелгән функцияләр сызыкча функцияме:

а) $y = \frac{4x - 7}{2}$;

б) $y = 3(x + 8)$;

в) $y = x(6 - x)$;

г) $y = 2(1 - 3x) + 7(x - 3)$;

д) $y = x(9 - x) + x^2$;

е) $y = 5(3 + 4x) - 4(5x - 1)$?

366 Функция $y = 0{,}2x - 4$ формуласы белән бирелгән. Аргументның -25; -12; 45; 60 ка тигез кыйммәтенә тиңдәшле функция кыйммәтен табыгыз. Аргументның нинди кыйммәте өчен функциянең кыйммәте 0 гә тигез, 1 гә тигез? x ның:

а) функция кыйммәте аргумент кыйммәтенә тигез;

б) функциянең аргумент кыйммәтенә капма-каршы булган кыйммәте бармы?

367 y ның x ка бәйлелеге сызыкча функция икәнен белеп, таблицаны тутырыгыз:

а)

x	-2	0	2	4	6
y		-8	12		

б)

x		-10	0	10	30	
y	-15		5	6		15

368 Таблицада аргументның кайбер кыйммәтләре һәм сызыкча функциянең аңа тиңдәш кыйммәтләре күрсәтелгән.

x	1	2	3	4	5	6	7
y	11	21	31	41	51	61	71

Бу функцияне бирергә мөмкин булган формула сайлап алыгыз.

369 Бер кадакның массасы 5 г га, ә буш тартманыкы 400 г га тигез, x кадак салынган тартманың массасы m (граммнарда) күпмегә тигез булыр? m ның x ка бәйлелеген аңлаткан формула төзегез. Бу формула белән бирелгән функция сызыкча функцияме?

370 $y = 0,5x + 3$ формуласы белән бирелгән функциянең графигын төзегез.

а) $x = -4$; -1; 4 булганда, y ның кыйммәтен;

б) x ның $y = -2$; $-0,5$; 6 булгандагы кыйммәтен;

в) графикның координата күчәрләре белән кисешү нокталарының координаталарын;

г) $0,5x + 3 = 0$ тигезләмәсенең тамырын график ярдәмендә табыгыз.

371 Туры пропорциональлек $y = -7,5x$ формуласы белән бирелгән. $x = -12$; 20; 44 булганда, y ның кыйммәтен табыгыз, x ның нинди кыйммәте өчен $y = -1500$; 1200 була?

372 Тиешле масштаб сайлап алып, а) $y = 100x$; б) $y = 0,02x$ функциясенең графигын төзегез.

373 $y = 1,25x - 5$ формуласы белән бирелгән функциянең графигы:

а) $A(12;\ 10)$; в) $P(3;\ 5)$;

б) $K(-20;\ -30)$; г) $Q(20;\ -20)$

ноктасы аша үтәме икәнен төзүләрне эшләмичә генә ачыклагыз.

374 a ның нинди кыйммәте өчен $A(a;\ -1,4)$ ноктасы $y = 3,5x$ туры пропорциональлегенең графигында ята?

375 Функция $y = \frac{1}{4}x + 3$ (биредә $-4 \le x \le 8$) формуласы белән бирелгән. Функциянең графигын төзегез һәм бу функция алырга мөмкин булган барлык бөтен кыйммәтләрне күрсәтегез.

376 Велосипедчы 15 км/сәг тизлек белән хәрәкәт итсә, x сәгатьтә ул күпме юл y (километрларда) үтәр? y ның x ка бәйлелеге графигын төзегез (масштаб x лар күчәре буйлап: 1 см га — 15 км; y лар күчәре буйлап: 1 см га — 1 сәг). График ярдәмендә сорауларга җавап бирегез: а) Велосипедчы 3 сәг тә; 3 сәг 40 мин та күпме юл үтәр? б) 50 км юлны үтү өчен велосипедчы күпме вакыт сарыф итәр?

377 Һавада тавышның таралу тизлеге v ның температура t га бәйлелеге формуласы $v = 331 + 0{,}6t$ икәнлеге табылган, биредә v — тизлек (секундка метрлар белән), t — температура (Цельсий градусларында). Кыш көне температура $-35\ °C$ һәм җәй көне температура $+30\ °C$ булганда, тавышның нинди тизлек белән таралуын табыгыз.

378 Сызыкча функциянең графигы x лар күчәрен кисеп үтәме, кисеп үтсә, нинди ноктада кисеп үтә:

а) $y = 100 - 25x$; в) $y = 200x$; д) $y = -15$;
б) $y = 7x + 49$; г) $y = -75x$; е) $y = 15$?

379 а) $a > 0$, $b > 0$ һәм $a > b$ булса; б) $a < 0$, $b < 0$ һәм $|a| < |b|$ булса, $y = ax$ һәм $y = bx$ функцияләренең графиклары ничек урнашканын схема рәвешендә бер үк координаталар яссылыгында күрсәтегез.

380 $y = kx + 1$ рәвешендәге ниндидер функциянең графигы $y = -0{,}4x$ функциясе графигына параллель. k коэффициентының кыйммәтен табыгыз һәм $M(50; -19)$ ноктасы бу графикныкымы икәнен ачыклагыз.

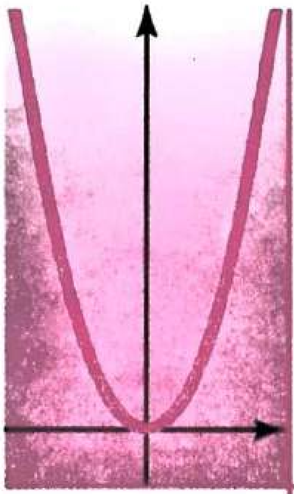
381 $y = 1{,}5x - 3$ функциясенең графигына параллель һәм графигы A $(2; 3)$ ноктасы аша үтүче турыдан гыйбарәт булган функциянең формуласын языгыз. Графигын төзегез.

382 Сызыкча функциянең графигы — абсциссалар күчәренә параллель һәм $M(5; 8)$ ноктасы аша үтүче туры. Бу функциянең формуласын языгыз.

383 Төзүләрне эшләми генә, сызыкча функция графикларының кисешү ноктасы координаталарын табыгыз.

а) $y = 4x + 9$ һәм $y = 6x - 5$; в) $y = 10x - 7$ һәм $y = 5$;
б) $y = 16x - 7$ һәм $y = 21x + 8$; г) $y = 0{,}1x$ һәм $y = 14$.

384 $y = 3x + 2$; $y = -2x + 3$ һәм $y = 0{,}5x - 2$ сызыкча функцияләренең графиклары өчпочмакны чикләп торалар. Координаталар башлангычы бу өчпочмак эчендә ятамы?



III бүлек

Натураль күрсәткечле дәрәҗә

§ 6. Дәрәҗә һәм аның үзлекләре

16. Натураль күрсәткечле дәрәҗә билгеләмәсе

Бертөрле берничә тапкырлаучының тапкырчыгышын *дәрәҗә* дип аталган аңлатма рәвешендә язарга мөмкин. Мәсәлән,

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^7.$$

Кабатланучы тапкырлаучыны *дәрәҗәнең нигезе* дип, ә кабатланучы тапкырлаучылар санын *дәрәҗә күрсәткече* дип атыйлар.

Мәсәлән, 5^7 аңлатмасында 5 саны — дәрәҗәнең нигезе, ә 7 саны — дәрәҗә күрсәткече.

Билгеләмә. **Һәркайсы a га тигез булган n тапкырлаучының тапкырчыгышы a санының 1 дән зуррак натураль n күрсәткечле дәрәҗәсе дип атала. a санының күрсәткече 1 гә тигез булган дәрәҗәсе дип a саны үзе атала.**

Нигезе a, дәрәҗә күрсәткече n булган дәрәҗә болай языла: a^n. «a n нчы дәрәҗәдә», «a санының n нчы дәрәҗәсе» дип укыла.

Дәрәҗәнең билгеләмәсе буенча:

$$a^1 = a,\ a^2 = aa,\ a^3 = aaa,\ a^4 = aaaa.$$

Гомумән,

$$a^n = \underbrace{aa...a}_{n \text{ тапкыр}}.$$

Дәрәҗәнең кыйммәтен табуны *дәрәҗәгә күтәрү* дип атыйлар.

Дәрәҗәгә күтәрүгә мисаллар китерик:

$$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81;\ 0^2 = 0 \cdot 0 = 0;$$
$$(-6)^3 = (-6) \cdot (-6) \cdot (-6) = -216;\ 9^1 = 9.$$

Уңай санны дәрәҗәгә күтәргәндә, уңай сан килеп чыга; нульне дәрәҗәгә күтәргәндә, нуль килеп чыга.

Тискәре санны дәрәҗәгә күтәргәндә, уңай сан да, шулай ук тискәре сан да килеп чыгуы мөмкин. Мәсәлән,

$$(-2)^1 = -2;$$
$$(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = 4;$$
$$(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8;$$
$$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16.$$

Тискәре санның җөп дәрәҗәсе — уңай сан. Тискәре санның так дәрәҗәсе — тискәре сан.

Дөрестән дә, җөп сандагы тискәре тапкырлаучыларның тапкырчыгышы уңай, ә так сандагы тискәре тапкырлаучыларның тапкырчыгышы тискәре.

Теләсә нинди санның квадраты уңай сан яки нульгә тигез, ягъни теләсә нинди a өчен $a^2 \geq 0$.

Дәрәҗәне эченә алган берничә аңлатманың кыйммәтен исәпләп чыгарыйк.

I нче мисал $4 \cdot 10^3$ аңлатмасының кыйммәтен табыйк.

▶ 1) $10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$; 2) $4 \cdot 1000 = 4000$.

Димәк, $4 \cdot 10^3 = 4000$. ◁

II нче мисал $-2^6 + (-3)^4$ аңлатмасының кыйммәтен табыйк.

▶ 1) $2^6 = 64$; 3) $(-3)^4 = 81$;

2) $-2^6 = -64$; 4) $-64 + 81 = 17$.

Димәк, $-2^6 + (-3)^4 = 17$. ◁

СЕРГЕЙ АЛЕКСЕЕВИЧ ЛЕБЕДЕВ (1902—1974) —

электротехника һәм исәпләү техникасы өлкәсендә хезмәт иткән совет галиме, академик. СССРда аның җитәкчелегендә беренче электрон исәпләү машинасы һәм БЭСМ серияле иң яхшы совет электрон исәпләү машиналары төзелде.

3 нче мисал $2{,}7^5$ дәрәҗәсенең кыйммәтен калькулятор ярдәмендә табыйк.

▶ $2{,}7^5$ дәрәҗәсе ул һәркайсы 2,7 гә тигез булган биш тапкырлаучының тапкырчыгышы булганга күрә, исәпләүләрне мондый схема буенча эшләргә мөмкин:

$$2{,}7\ [\times]\ 2{,}7\ [\times]\ 2{,}7\ [\times]\ 2{,}7\ [\times]\ 2{,}7\ [=].$$

Ләкин калькулятор, дәрәҗәнең нигезен һәм тапкырлау тамгасын кабат җыймыйча, дәрәҗәнең кыйммәтен гадирәк исәпләргә мөмкинлек бирә. Безнең мисалда 2,7 санын кертеп, [×] клавишын басу, ә аннары [=] клавишын дүрт тапкыр басу җитә. Исәпләүнең гадирәк схемасын табарбыз:

$$2{,}7\ [\times]\ [=]\ [=]\ [=]\ [=].$$

Исәпләү нәтиҗәсендә $2{,}7^5 = 143{,}48907$ икәнлеге килеп чыга. ◁

Күнегүләр

385 Тапкырчыгышны дәрәҗә рәвешендә языгыз:

а) $0{,}9 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}9$; б) $(-6)\cdot(-6)\cdot(-6)\cdot(-6)$; в) $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}$; г) $\underbrace{5\cdot 5\cdot \ldots \cdot 5}_{25\ \text{тапкыр}}$; д) $ccccccc$;

е) $\underbrace{yy\ldots y}_{12\ \text{тапкыр}}$; ж) $(-x)\cdot(-x)\cdot(-x)\cdot(-x)\cdot(-x)$; з) $(a-b)(a-b)$; и) $(xy)(xy)(xy)(xy)(xy)$.

386 Нигезен һәм дәрәҗә күрсәткечен әйтегез:

а) $3{,}5^4$; б) $(-0{,}1)^3$; в) $(-100)^4$; г) $(-a)^6$; д) $\left(\frac{1}{2}x\right)^5$.

Дәрәҗәнең билгеләмәсеннән файдаланып, дәрәҗәне тапкырчыгыш рәвешендә күрсәтегез.

387 Дәрәҗәгә күтәрегез:

а) 2^4; б) 4^2; в) 5^3; г) 3^5; д) $(-7{,}8)^2$; е) $(-1{,}5)^3$; ж) $\left(\frac{3}{4}\right)^4$; з) $\left(-\frac{2}{3}\right)^5$; и) $\left(1\frac{1}{3}\right)^4$; к) $\left(-2\frac{1}{2}\right)^3$.

388 Дәрәҗәнең кыйммәтен табыгыз:

а) 25^2; б) 8^4; в) 7^3; г) 7^5; д) $(-0{,}9)^3$; е) $(-2{,}4)^2$; ж) $\left(-\frac{1}{2}\right)^5$; з) $\left(-\frac{1}{2}\right)^6$.

389 Калькулятор ярдәмендә исәпләп чыгарыгыз:

а) $4{,}15^3$; в) $1{,}42^6$; д) $1{,}67^4 \cdot 8{,}3$.
б) $(-0{,}98)^5$; г) $2{,}08^3 : 1{,}56$;

390 Калькулятор ярдәмендә аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $8{,}49^4$; в) $2{,}73^5 \cdot 27{,}4$;
б) $(-1{,}062)^3$; г) $(1{,}39 + 7{,}083)^3$.

391 Таблицаны тутырыгыз:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n										
3^n										

392 Күрсәтегез:

а) санның квадраты рәвешендә: 0,81; 0,16; 144; $\frac{25}{169}$; $1\frac{24}{25}$; 0,0004;

б) санның кубы рәвешендә: 64; −216; 0,008; $-\frac{1}{64}$; $4\frac{17}{27}$;

в) унның дәрәҗәсе рәвешендә: 10, 100, 1000, 1 000 000;
г) бишнең дәрәҗәсе рәвешендә: 125, 625, 15 625.

393 Санның квадраты яки кубы рәвешендә күрсәтегез:

а) 8; б) 81; в) 125; г) 64; д) 0,001; е) $3\frac{3}{8}$; ж) $1\frac{11}{25}$.

394 Чагыштырыгыз:

а) 71^2 һәм 0; в) $(-5{,}9)^3$ һәм $(-5{,}9)^2$;
б) $(-25)^3$ һәм 0; г) $(-2{,}3)^{12}$ һәм $(-8{,}6)^{19}$.

395 Гамәлләрне эшләгез:

а) $7 \cdot 5^2$; в) $(-0{,}4)^3$; д) $-3 \cdot 2^5$;
б) $(7 \cdot 5)^2$; г) $-0{,}4^3$; е) $-6^2 \cdot (-12)$.

396 Дәреслекнең форзацында урнаштырылган саннарның квадратлары таблицасыннан файдаланып, аңлатманың кыйммәтен исәпләп чыгарыгыз:

а) 34^2-175; в) $42^2 \cdot 9$; д) 75^2+25^2;
б) $605+78^2$; г) $18^2 : 27$; е) 59^2-36^2.

397 Исәпләп чыгарыгыз:

а) $9 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2$; в) $(-10)^6$; д) $4 \cdot 5^3$; ж) $-2^4 \cdot 15$;
б) $\left(9 \cdot \frac{5}{6}\right)^2$; г) -10^6; е) $-5 \cdot 2^5$; з) $2700 \cdot (-0{,}1)^3$.

398 Гамәлләрне эшләгез:

а) $7^2 + 3^3$; г) $10^2 - 3^2$; ж) $11 - 3^4$;
б) $6^2 + 8^2$; д) $(10 - 3)^2$; з) $(6 - 8)^5$;
в) $(6 + 8)^2$; е) $2^4 - 3^2$; и) $4^3 - 2^2$.

399 Исәпләп чыгарыгыз:

а) $-1^3 + (-2)^3$; г) $10 - 5 \cdot 2^4$; ж) $3^4 - \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot 6\frac{1}{4}$;
б) $-6^2 - (-1)^4$; д) $2 \cdot 3^4 - 3 \cdot 2^4$; з) $0{,}2 \cdot 3^3 - 0{,}4 \cdot 2^4$;
в) $-8^3 + (-3)^3$; е) $2 \cdot 5^3 + 5 \cdot 2^3$; и) $8 \cdot 0{,}5^3 + 25 \cdot 0{,}2^2$.

400 а) $x = -2$; -1; 0; 3 булганда, $8x^3$;
б) $x = -25$; 1; 10 булганда, $70 - a^2$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

401 а) $y = -2$; 3; 10 булганда, $0{,}01y^4$;
б) $c = -11$; 0; 15 булганда, $2c^2 + 3$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

402 а) $x = 9$; -6 булганда, x^2, $-x^2$, $(-x)^2$;
б) $x = 4$; -3 булганда, x^3, $-x^3$, $(-x)^3$ аңлатмаларының кыйммәтләрен табыгыз.

403 $x = -1$; 0; 10 булганда, $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

404 $x = 5$; -5 булганда, $2x^4 - 5x^3 + x^2 + 3x$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

405 Тапкырчыгышны нигезе a булган дәрәҗә рәвешендә күрсәтегез:
а) a^3a; б) a^4a^2; в) a^3a^6; г) $a^{20}a^{12}$.

406 Ни өчен x үзгәрешлесенең теләсә нинди кыйммәте өчен $4x^2$ һәм $(x - 8)^2$ аңлатмаларының кыйммәтләре тискәре булмаган саннар була?

407 $a^2 + 1$ һәм $3 + (5 - a)^2$ аңлатмаларының бары тик уңай кыйммәтләр генә алганын исбатлагыз.

408 а) x һәм 1 саннары суммасының квадратын;
б) a һәм b саннарының квадратлары суммасын;
в) m һәм n саннарының квадратлары аермасын;
г) m һәм n саннары аермасының квадратын;
д) x һәм y саннары квадратларының икеләтелгән тапкырчыгышын;
е) a ның кубы белән b ның квадраты тапкырчыгышының икеләтелгәнен аңлатма рәвешендә языгыз.

409 Аңлатманы укыгыз:

а) $(x + y)^2$; в) $(x - y)^2$; д) $(x - y)^3$; ж) $2(a - b)^2$;
б) $x^2 + y^2$; г) $x^2 - y^2$; е) $x^3 + y^3$; з) $3(a^2 + b^2)$.

Кабатлау өчен күнегүләр

410 Төзүләрне башкармый гына, $y = 1{,}2x - 30$ функциясе графигының x күчәре һәм y күчәре белән кисешү нокталарының координаталарын табыгыз.

411 Функция графикларының кисешү ноктасының координаталарын табыгыз:

а) $y = -4x + 1{,}3$ һәм $y = x - 2{,}7$;

б) $y = -x + 8{,}1$ һәм $y = -3x + 7{,}9$.

412 Түбәндәге функцияләрнең графиклары үзара ничек урнашкан:

а) $y = -\frac{1}{2}x + 3$ һәм $y = -\frac{1}{2}x - 3$; б) $y = \frac{2}{3}x + 4$ һәм $y = -\frac{2}{3}x + 4$?

17. Дәрәҗәләрне тапкырлау һәм бүлү

a^2a^3 аңлатмасы нигезләре бертөрле булган ике дәрәҗәнең тапкырчыгышыннан гыйбарәт. Бу тапкырчыгышны нигезе шул ук булган дәрәҗә рәвешендә язарга мөмкин:

$$a^2a^3 = (aa)\cdot(aaa) = aaaaa = a^5.$$

Димәк,

$$a^2a^3 = a^{2+3}.$$

Мисалдан күренгәнчә, a^2a^3 тапкырчыгышы нигезе шул ук, күрсәткече тапкырлана торган дәрәҗәләрнең күрсәткечләре суммасына тигез булган дәрәҗәгә тигез. Бердәй нигезле теләсә нинди ике дәрәҗәнең тапкырчыгышы шушы аналогик үзлеккә ия була.

Теләсә нинди a саны һәм натураль m, n саннары өчен

$$a^ma^n = a^{m+n}.$$

Исбатлау өчен дәрәҗәнең билгеләмәсен һәм тапкырлауның үзлекләрен кулланып, a^ma^n аңлатмасын башта һәркайсы a га тигез булган тапкырлаучыларның тапкырчыгышы рәвешендә, аннары дәрәҗә рәвешендә күрсәтәбез:

$$a^ma^n = \underbrace{(aa\ldots a)}_{m\text{ тапкыр}}\cdot\underbrace{(aa\ldots a)}_{n\text{ тапкыр}} = \underbrace{aa\ldots a}_{m+n\text{ тапкыр}} = a^{m+n}.$$

Шулай итеп,

$$a^ma^n = a^{m+n}.$$

Исбатланган тигезлек *дәрәҗәнең төп үзлеген* аңлата. Ул өч һәм аннан да күбрәк дәрәҗәләрнең тапкырчыгышы өчен дә дөрес була. Мәсәлән,

$$a^ma^na^k = a^{m+n}a^k = a^{(m+n)+k} = a^{m+n+k}.$$

Дәрәҗәнең төп үзлегеннән дәрәҗәләрне тапкырлау кагыйдәсе килеп чыга:

нигезләре бертөрле булган дәрәҗәләрне тапкырлаганда, нигезен элеккечә калдыралар, ә дәрәҗә күрсәткечләрен кушалар.

Мисаллар китерик:

$$x^8x^7 = x^{8+7} = x^{15},\quad yy^5 = y^1y^5 = y^{1+5} = y^6,$$

$$b^2b^4b^3 = b^{2+4+3} = b^9.$$

$a^7 : a^3$ аңлатмасы нигезләре бертөрле булган ике дәрәҗәнең өлеше булып тора. Бу өлешне, $a \neq 0$ булганда, шул ук нигезнең дәрәҗәсе рәвешендә күрсәтергә мөмкин. Дөрестән дә, $a^3 \cdot a^4 = a^7$ булганлыктан, өлешнең билгеләмәсе буенча

$$a^7 : a^3 = a^4, \text{ ягъни } a^7 : a^3 = a^{7-3}.$$

Без бу өлешнең нигезе шул ук, ә күрсәткече бүленүче белән бүлүченең күрсәткечләре аермасына тигез булган дәрәҗәгә тигез икәнен күрәбез.

Нигезе нуль булмаганда һәм бүленүченең дәрәҗә күрсәткече бүлүченең дәрәҗә күрсәткеченнән зуррак булганда, бердәй нигезле дәрәҗәләрнең теләсә кайсы өлеше аналогик үзлеккә ия була.

Теләсә нинди $a \neq 0$ һәм $m > n$ булырлык итеп ирекле рәвештә алынган натураль m һәм n саннары өчен түбәндәге тигезлек дөрес:

$$a^m : a^n = a^{m-n}.$$

● a^{m-n} һәм a^n тапкырчыгышының a^m нә тигез икәнен раслсак, $a^m : a^n = a^{m-n}$ тигезлеге исбатланган булып чыгар.

$a^{m-n}a^n$ тапкырчыгышына карата дәрәҗәнең төп үзлеген кулланып табабыз:

$$a^{m-n}a^n = a^{(m-n)+n} = a^{m-n+n} = a^m.$$

Димәк, өлешнең билгеләмәсе буенча

$$a^m : a^n = a^{m-n}. \bigcirc$$

Әле исбатлаган үзлектән дәрәҗәләрне бүлү кагыйдәсе килеп чыга:

нигезләре бертөрле булган дәрәҗәләрне бүлгәндә, нигезне элеккечә калдыралар, ә бүленүченең дәрәҗә күрсәткеченнән бүлүченең дәрәҗә күрсәткечен алалар.

Мисаллар китерик:

$$c^{10} : c^2 = c^{10-2} = c^8, \; p^7 : p = p^7 : p^1 = p^{7-1} = p^6.$$

Без $m > n$ очрагы өчен a^m ен a^n нә бүлү кагыйдәсен чыгардык. Әгәр бу кагыйдәне $a^n : a^n$ өлешенә карата куллансак,

$$a^n : a^n = a^{n-n} = a^0$$

килеп чыгар.

Нуль күрсәткечле дәрәҗәгә билгеләмә бирелмәгән иде. Теләсә нинди $a \neq 0$ һәм натураль n өчен

$$a^n : a^n = 1$$

булганга, $a \neq 0$ өчен

$$a^0 = 1$$

дип исәплиләр.

Билгеләмә. Нульгә тигез булмаган a санының нуленче дәрәҗәсе бергә тигез.

Мәсәлән, $2^0 = 1$, $(-3{,}5)^0 = 1$. 0^0 аңлатмасының мәгънәсе юк.

Хәзер, нуль дәрәҗәсенә билгеләмә биргәннән соң, без $a^m a^n = a^{m+n}$ формуласын ($a \neq 0$ булганда) $m = 0$ яки $n = 0$ өчен дә куллана алабыз, $a^m : a^n = a^{m-n}$ ($a \neq 0$ булганда) формуласын $m \geq n$ шартын канәгатьләндергән теләсә нинди тискәре булмаган бөтен m һәм n саннары өчен кулланырга мөмкин.

Күнегүләр

413 Тапкырчыгышны дәрәҗә рәвешендә күрсәтегез:
а) x^5x^4; в) y^4y^9; д) x^9x; ж) $2^6 \cdot 2^4$;
б) a^6a^3; г) b^8b^{15}; е) yy^{12}; з) $7^5 \cdot 7$.

414 Тапкырчыгышны дәрәҗә рәвешендә языгыз:
а) m^3m^8; в) c^7c^{12}; д) aa^3; ж) $5^9 \cdot 5^8$;
б) x^4x^4; г) p^3p^{11}; е) b^2b; з) $3^3 \cdot 3^3$.

415 a^{15} аңлатмасын берсе
а) a^6; б) a[illegible]; в) a^2; г) a^{14}
булган бердәй нигезле ике дәрәҗәнең тапкырчыгышы рәвешендә күрсәтегез.

416 Дәрәҗәне нинди дә булса ысул белән шул ук нигезле ике дәрәҗәнең тапкырчыгышы рәвешендә күрсәтегез:
а) x^{10}; б) y^{15}; в) 2^{12}; г) 5^{17}.

417 x^6 аңлатмасын мөмкин булган барлык ысуллар белән x нигезле ике дәрәҗәнең тапкырчыгышы рәвешендә күрсәтегез.

418 Тапкырчыгышны дәрәҗә рәвешендә күрсәтегез:
а) $x^2x^5x^4$; в) $mm^3m^2m^5$; д) $10^2 \cdot 10^3 \cdot 10^5$;
б) y^3y^2y; г) p^4p^3pp; е) $3^4 \cdot 3^2 \cdot 3^3 \cdot 3$.

419 Аңлатманы дәрәҗә рәвешендә языгыз:
а) $m^3m^2m^8$; в) xx^4x^4x; д) $7^8 \cdot 7 \cdot 7^4$;
б) $a^4a^3a^2$; г) $n^5nn^3n^6$; е) $5 \cdot 5^2 \cdot 5^3 \cdot 5^5$.

420 Дәрәҗә рәвешендә күрсәтегез:
а) $5^8 \cdot 25$; в) $6^{15} \cdot 36$; д) $0{,}4^5 \cdot 0{,}16$;
б) $3^{12} \cdot 27$; г) $2^9 \cdot 32$; е) $0{,}001 \cdot 0{,}1^4$.

421 Аңлатманы дәрәҗә рәвешендә күрсәтегез дә аның кыйммәтен дәреслекнең форзацында урнаштырылган 2 санының дәрәҗәләре таблицасыннан табыгыз:
а) $2^4 \cdot 2$; б) $2^6 \cdot 4$; в) $8 \cdot 2^7$; г) $16 \cdot 32$.

422 Аңлатманы нигезе 3 булган дәрәҗә рәвешендә күрсәтегез һәм дәреслекнең форзацында урнаштырылган 3 санының дәрәҗәләре таблицасыннан кыйммәтен табыгыз:
а) $3^2 \cdot 3^5$; б) $81 \cdot 3^6$; в) $9 \cdot 2187$; г) $27 \cdot 243$.

423 Аңлатманы нигезе c булган дәрәҗә рәвешендә күрсәтегез:
а) $(c^4)^2$; б) $(c^2)^4$.

424 Өлешне дәрәҗә рәвешендә күрсәтегез:
а) $x^5 : x^3$; в) $a^{21} : a$; д) $c^{12} : c^3$; ж) $3^8 : 3^5$;
б) $y^{10} : y^7$; г) $b^{19} : b^{18}$; е) $p^{20} : p^{10}$; з) $0{,}7^9 : 0{,}7^4$.

425 Бүлегез:
а) $p^{10} : p^6$; в) $x^{15} : x^4$; д) $10^{16} : 10^{12}$;
б) $a^8 : a^4$; г) $y^9 : y$; е) $2{,}3^{16} : 2{,}3^7$.

426 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:
а) $5^6 : 5^4$; в) $0{,}5^{10} : 0{,}5^7$; д) $2{,}73^{13} : 2{,}73^{12}$;
б) $10^{15} : 10^{12}$; г) $\left(1\frac{1}{3}\right)^8 : \left(1\frac{1}{3}\right)^6$; е) $\left(-\frac{2}{3}\right)^7 : \left(-\frac{2}{3}\right)^4$.

427 Вакланманың кыйммәтен табыгыз:
а) $\frac{8^6}{8^4}$; б) $\frac{0{,}8^7}{0{,}8^4}$; в) $\frac{(-0{,}3)^5}{(-0{,}3)^3}$; г) $\frac{\left(1\frac{1}{2}\right)^4}{\left(1\frac{1}{2}\right)^2}$; д) $\frac{\left(-2\frac{1}{3}\right)^6}{\left(-2\frac{1}{3}\right)^3}$.

428 Исәпләп чыгарыгыз:
а) $\frac{7^9 \cdot 7^5}{7^{12}}$; б) $\frac{3^{15}}{3^5 \cdot 3^6}$; в) $\frac{5^{16} \cdot 5^4}{5^{18}}$; г) $\frac{0{,}6^{12}}{0{,}6^4 \cdot 0{,}6^5}$.

429 Аңлатманы гадиләштерегез:
а) $x^n \cdot x^3$; в) $x \cdot x^n$; д) $c^9 : c^m$;
б) $a^2 \cdot a^m$; г) $y^n : y^4$; е) $k^n : k$.

430 а) $x = 2{,}6$ булганда, $3x^0$; в) $a = -3$, $b = -8$ булганда, $10a^2b^0$;
б) $y = -1\frac{2}{3}$ булганда, $-2{,}5y^0$; г) $a = \frac{2}{3}$, $c = -\frac{1}{3}$ булганда, $27a^0c^3$
аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

431 Гамәлләрне эшләгез:
а) b^4b^0; б) $c^5 : c^0$; в) a^4a^0; г) $x^3 : x^0$.

Кабатлау өчен күнегүләр

432 Санның квадраты яки кубы рәвешендә күрсәтегез:
а) 9; б) -27; в) 6,25; г) 0,064; д) $-3\frac{3}{8}$; е) $5\frac{4}{9}$.

433 $y = x - 3$ формуласы белән бирелгән функциянең графигын төзегез. График буенча функциянең $x = 4$ һәм $x = 6$ булгандагы кыйммәтләрен табыгыз.

434 Автомобиль, 70 км/сәг тизлек белән барып, t сәг тә s км юл үтә. S ның t га бәйлелеген формула белән бирегез. Шушы формуладан файдаланып, автомобильнең 3 сәг 30 минуттан алып 5 сәгатькә кадәр вакыт эчендә үткән юлын табыгыз.

435 a — теләсә нинди сан булсын. Аңлатманың кыйммәтен нуль белән чагыштырыгыз:

а) $6a^2$; б) $-a^2$; в) a^2+4; г) $(a+4)^2$; д) $-a^2-5$.

436 $A(7;\ 196)$ ноктасы, $B(-5;\ -200)$ ноктасы функциянең $y=x^3-3x^2$ формуласы белән бирелгән графигында ятамы?

437 40 см^3 күләмле гранит кисәгенең массасы 108 г. Күләме 35 см^3 га зуррак булган гранит кисәгенең массасы күпмегә тигез?

18. Тапкырчыгышны һәм дәрәҗәне дәрәҗәгә күтәрү

$(ab)^4$ аңлатмасы a һәм b тапкырлаучылары тапкырчыгышының дәрәҗәсе була. Бу аңлатманы a һәм b дәрәҗәләренең тапкырчыгышы рәвешендә күрсәтергә мөмкин.

$$(ab)^4 = ab\cdot ab\cdot ab\cdot ab = (aaaa)\cdot(bbbb) = a^4b^4.$$

Димәк,

$$(ab)^4 = a^4b^4.$$

Ике тапкырлаучы тапкырчыгышының теләсә нинди натураль дәрәҗәсе аналогик үзлеккә ия.

Теләсә нинди a, b һәм ирекле рәвештә алынган натураль n саны өчен

$$(ab)^n = a^nb^n.$$

Дәрәҗә билгеләмәсе буенча

$$(ab)^n = \underbrace{(ab)\cdot(ab)\cdot\ldots\cdot(ab)}_{n\ \text{тапкыр}}.$$

a һәм b тапкырлаучыларын аерым-аерым төркемлибез:

$$\underbrace{(ab)\cdot(ab)\cdot\ldots\cdot(ab)}_{n\ \text{тапкыр}} = \underbrace{(aa\ldots a)}_{n\ \text{тапкыр}}\cdot\underbrace{(bb\ldots b)}_{n\ \text{тапкыр}}$$

Дәрәҗә билгеләмәсеннән файдаланып табабыз:

$$\underbrace{(aa\ldots a)}_{n\ \text{тапкыр}}\cdot\underbrace{(bb\ldots b)}_{n\ \text{тапкыр}} = a^nb^n.$$

Шулай булгач,

$$(ab)^n = a^nb^n.$$

Тапкырчыгыш дәрәҗәсенең әле исбатлаган үзлеге өч һәм аннан да күбрәк тапкырлаучыларның тапкырчыгышы дәрәҗәсе өчен дә дөрес була.

Мәсәлән,

$$(abc)^n = a^nb^nc^n;\ (abcd)^n = a^nb^nc^nd^n.$$

Моннан шундый кагыйдә чыга:

тапкырчыгышны дәрәҗәгә күтәргәндә, һәр тапкырлаучыны шул дәрәҗәгә күтәреп, нәтиҗәне тапкырлыйлар.

1 нче мисал $2yz$ тапкырчыгышын бишенче дәрәҗәгә күтәрик.

▶ Табабыз:

$$(2yz)^5 = 2^5y^5z^5 = 32y^5z^5. \triangleleft$$

$(a^5)^3$ аңлатмасы — нигезе үзе дәрәҗә булган дәрәҗә ул. Бу аңлатманы нигезе a булган дәрәҗә рәвешендә күрсәтергә мөмкин:

$$(a^5)^3 = a^5a^5a^5 = a^{5+5+5} = a^{5\cdot3}.$$

Теләсә нинди a саны һәм ирекле рәвештә алынган натураль m һәм n саннары өчен түбәндәге тигезлек дөрес:

$$(a^m)^n = a^{mn}.$$

● Дәрәҗәнең билгеләмәсе буенча

$$(a^m)^n = \underbrace{a^m a^m \ldots a^m}_{n \text{ тапкыр}}.$$

Дәрәҗәнең төп үзлеге буенча

$$\underbrace{a^m a^m \ldots a^m}_{n \text{ тапкыр}} = a^{\overbrace{m+m+\ldots+m}^{n \text{ тапкыр}}}.$$

$\underbrace{m+m+\ldots+m}_{n \text{ тапкыр}}$ суммасын mn тапкырчыгышы белән алмаштырабыз.

Ул вакытта табабыз:

$$a^{\overbrace{m+m+\ldots+m}^{n \text{ тапкыр}}} = a^{mn}.$$

Шулай булгач,

$$(a^m)^n = a^{mn}. \bigcirc$$

Дәрәҗәнең әле исбатлаган үзлегеннән түбәндәге кагыйдә килеп чыга:

дәрәҗәне дәрәҗәгә күтәргәндә, нигезен үзгәрешсез калдырып, дәрәҗә күрсәткечләрен тапкырлыйлар.

2 нче мисал $(a^4)^3$ аңлатмасын нигезе a булган дәрәҗә рәвешендә күрсәтик.

▶ Табабыз:

$$(a^4)^3 = a^{4\cdot3} = a^{12}. \triangleleft$$

Дәрәҗәләрнең $(ab)^n = a^nb^n$ һәм $(a^m)^n = a^{mn}$ формулалары белән аңлатылган үзлекләре нуль күрсәткечле дәрәҗә өчен дә дөрес кала (әгәр нигез нульгә тигез булмаса).

Күнегүләр

438 Дәрәҗәгә күтәрегез:
а) $(xy)^4$; в) $(2x)^3$; д) $(-5x)^3$; ж) $(-0{,}2xy)^4$;
б) $(abc)^5$; г) $(3a)^2$; е) $(-10ab)^2$; з) $(-0{,}5bd)^3$.

439 Дәрәҗәгә күтәрегез:
а) $(mn)^5$; в) $(-3y)^4$; д) $(10xy)^2$; ж) $(-am)^3$;
б) $(xyz)^2$; г) $(-2ax)^3$; е) $(-2abx)^4$; з) $(-xn)^4$.

440 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:
а) $(2\cdot 10)^3$; б) $(2\cdot 5)^4$; в) $(3\cdot 100)^4$; г) $(5\cdot 7\cdot 20)^2$.

441 а) Капма-каршы саннарның квадратлары тигез;
б) капма-каршы саннарның кублары — капма-каршы саннар икәнен исбатлагыз.

442 Квадратның ягын 2 тапкыр, 3 тапкыр, 10 тапкыр, n тапкыр озынайтканда, аның мәйданы ничек үзгәрер?

443 Кубның кабыргасын 2 тапкыр, 3 тапкыр, 10 тапкыр, n тапкыр зурайтканда, аның күләме ничек үзгәрер?

444 Тапкырчыгышны дәрәҗә рәвешендә күрсәтегез:
а) b^3x^3; в) $x^2y^2z^2$; д) $32a^5$;
б) a^7y^7; г) $(-a)^3b^3$; е) $0{,}027\ m^3$.

445 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:
а) $2^4\cdot 5^4$; в) $0{,}25^{15}\cdot 4^{15}$; д) $\left(\frac{5}{7}\right)^{10}\cdot 1{,}4^9$;
б) $4^3\cdot 25^3$; г) $\left(\frac{2}{3}\right)^7\cdot 1{,}5^7$; е) $0{,}2^6\cdot 50^7$.

446 Дәрәҗәгә күтәрегез:
а) $(x^3)^2$; в) $(a^5)^4$; д) $(y^2)^5$; ж) $(b^3)^3$;
б) $(x^2)^3$; г) $(a^6)^3$; е) $(y^7)^2$; з) $(b^5)^2$.

447 Аңлатманы нигезе x булган дәрәҗә рәвешендә языгыз:
а) $(x^6)^4$; в) x^2x^4; д) $x^2x^3x^4$;
б) x^6x^4; г) $(x^2)^2$; е) $((x^2)^3)^4$.

448 Аңлатманы нигезе a булган дәрәҗә рәвешендә күрсәтегез:
а) $(a^5)^2$; б) a^5a^2; в) $(a^4)^3$; г) a^3a^4; д) a^5a^5; е) $(a^5)^5$.

449 Аңлатманы нигезе a булган дәрәҗә рәвешендә күрсәтегез:
а) a^na^3; б) aa^m; в) a^2a^m; г) $(a^2)^m$; д) $(a^n)^3$; е) $(a^3)^n$.

450 Санны нигезе 5 булган дәрәҗә рәвешендә күрсәтегез:
а) 25^4; б) 125^3; в) 625^2.

451 2^{20} ен нигезе а) 2^2; б) 2^4; в) 2^5; г) 2^{10} булган дәрәҗә рәвешендә күрсәтегез.

452 2^{60} ен нигезе а) 4; б) 8; в) 16; г) 32 булган дәрәҗә рәвешендә языгыз.

453 a^{12} аңлатмасын берничә ысул белән дәрәҗә рәвешендә күрсәтегез.

454 $a^2 = m$ икәне билгеле, a^6 сен табыгыз.

455 Аңлатманы гадиләштерегез:
а) $x^3 \cdot (x^2)^5$;
б) $(a^3)^2 \cdot a^5$;
в) $(a^2)^3 \cdot (a^4)^2$;
г) $(x^2)^5 \cdot (x^5)^2$;
д) $(m^2m^3)^4$;
е) $(x^4x)^2$.

456 Аңлатманы нигезе a булган дәрәҗә рәвешендә языгыз:
а) $(a^2)^4$;
б) $a^3 \cdot (a^3)^2$;
в) (a^5)[illegible] $\cdot (a^2)^2$;
г) $(a^3)^3 \cdot (a^3)^3$;
д) $(a^3a^3)^2$;
е) $(aa^6)^3$.

457 Аңлатманы гадиләштерегез:
а) $x^5 \cdot (x^2)^3$;
б) $(x^3)^4 \cdot x^8$;
в) $(x^4)^2 \cdot (x^5)^3$;
г) $(x^2)^3 \cdot (x^3)^5$.

458 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $\dfrac{2^5 \cdot (2^3)^4}{2^{13}}$; б) $\dfrac{(5^8)^2 \cdot 5^7}{5^{22}}$; в) $\dfrac{(2^5)^2}{2^6 \cdot 4}$; г) $\dfrac{3^7 \cdot 27}{(3^4)^3}$.

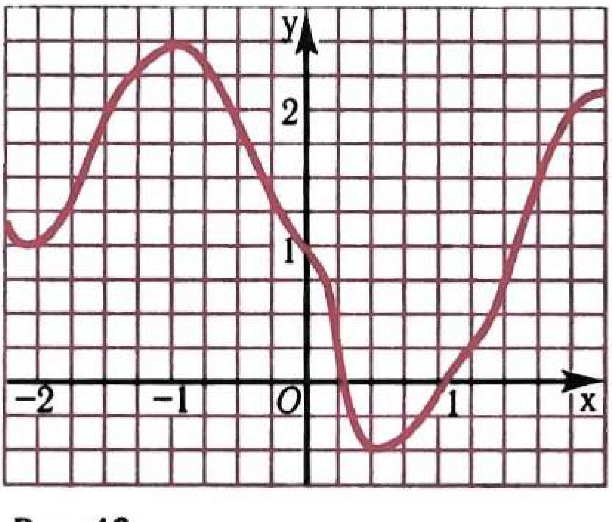
Кабатлау өчен күнегүләр

459 $a < 0$ һәм $b > 0$ икәне билгеле. Аңлатманың кыйммәтен нуль белән чагыштырыгыз:
а) ab^2; б) a^3b; в) $-ab^3$; г) $a^2 + b^2$; д) $(a + b)^2$.

460 Нинди цифрга тәмамлануы мөмкин: а) натураль санның квадраты; б) натураль санның дүртенче дәрәҗәсе?

461 $y = kx + 5{,}4$ функциясенең графигы $A\,(3{,}7;\ -2)$ ноктасы аша үтүе билгеле. k коэффициентын табыгыз.

462 40 нчы рәсемдә нindидер бер функциянең графигы бирелгән.
а) $x = -2;\ -1;\ 2$ булганда, y нын кыйммәтен;
б) x нын $y = -0{,}5;\ 2$ булгандагы кыйммәтен графиктан файдаланып табыгыз.



Рәс. 40

Контроль сораулар

1 Санның натураль күрсәткечле дәрәҗәсе билгеләмәсен әйтеп бирегез. Мисаллар китерегез һәм аларның һәркайсының нигезен һәм дәрәҗә күрсәткечен әйтегез.

2 Нинди сан була (уңаймы яки тискәреме): а) уңай санның дәрәҗәсе; б) тискәре санның җөп күрсәткечле дәрәҗәсе; в) тискәре санның так күрсәткечле дәрәҗәсе? Мисаллар китерегез.

3 Теләсә нинди санның квадратын нуль белән чагыштырыгыз. Җавапны тигезсезлек рәвешендә языгыз.

4 Дәрәҗәнең төп үзлеген әйтеп бирегез һәм исбатлагыз.

5 Бердәй нигезле дәрәҗәләрне тапкырлау һәм бүлү кагыйдәләрен әйтеп бирегез.

6 Санның нуль күрсәткечле дәрәҗәсенә билгеләмә бирегез.

7 Тапкырчыгышны дәрәҗәгә күтәрү һәм дәрәҗәне дәрәҗәгә күтәрү кагыйдәләрен әйтеп бирегез.

§ 7. Бербуыннар

19. Бербуын һәм аның стандарт рәвеше

$5a^2x$, $2b^3(-3)bc^2$, $-3a^7$, xy^2 аңлатмалары саннарның, үзгәрешлеләрнең һәм аларның дәрәҗәләренең тапкырчыгышыннан гыйбарәт. Андый аңлатмаларны *бербуыннар* дип атыйлар. Саннарны, үзгәрешлеләрне һәм аларның дәрәҗәләрен дә бербуыннар дип исәплиләр. Мәсәлән, -7, 2^3, x, x^4 аңлатмалары — бербуыннар.

$2b^3(-3)bc^2$ бербуынын тапкырлауның урын алыштыру һәм оештыру үзлекләрен кулланып гадиләштерик:

$$2b^3(-3)bc^2 = 2(-3)b^3bc^2 = -6b^4c^2.$$

Без $2b^3(-3)bc^2$ бербуынын беренче урында торган санлы тапкырлаучы белән үзгәрешлеләрнең төрле дәрәҗәләренең тапкырчыгышы рәвешендә күрсәттек. Мондый бербуынны бербуынның *стандарт рәвеше* дип атыйлар. -5, a, $-a$, a^3 кебек бербуыннарны да стандарт рәвештәге бербуыннарга кертәләр. Теләсә нинди бербуынны стандарт рәвешкә китерергә мөмкин.

Стандарт рәвештә язылган бербуынның санча тапкырлаучысын *бербуынның коэффициенты* дип атыйлар. Мәсәлән, $-6b^4c^2$ бербуынының коэффициенты -6 га тигез, a^2 һәм $-ab$ бербуыннарының коэффициентлары тиңдәшле рәвештә 1 гә һәм -1 гә тигез дип исәпләнә, чөнки $a^2 = 1 \cdot a^2$ һәм $-ab = -1 \cdot ab$.

$7ax^2y^3$ бербуынында үзгәрешлеләрнең барлык дәрәҗә күрсәткечләренең суммасы 6 га тигез. Бу сумманы *$7ax^2y^3$ бербуынының дәрәҗәсе* дип атыйлар. $-9b^4c^3$ бербуынының дәрәҗәсе 7 гә, $\frac{3}{8}x^5$ бербуынының дәрәҗәсе 5 кә тигез.

Бербуынның дәрәҗәсе дип аңа кергән үзгәрешлеләрнең барлык дәрәҗә күрсәткечләренең суммасын атыйлар. Әгәр бербуын үзгәрешлеләрне эченә алмаса (ягъни сан булса), **аның дәрәҗәсен нульгә тигез дип исәплиләр.**

Күнегүләр

463 Аңлатма бербуынмы:

а) $3{,}4x^2y$; г) x^2+x; ж) $a-b$; к) c^{10};
б) $-0{,}7xy^2$; д) x^2x; з) $2(x+y)^2$; л) $-m$;
в) $a(-0{,}8)$; е) $-\frac{3}{4}m^3nm^2$; и) $-0{,}3xy^2$; м) 0,6?

464 Бербуын стандарт рәвештә язылганмы:

а) $6xy$; в) $0{,}5m\cdot 2n$; д) $-x^2y^3$;
б) $-2aba$; г) $-bca$; е) $5p^3p^2$?

465 Бербуынны стандарт рәвештә күрсәтегез һәм аның коэффициентын әйтегез:

а) $8x^2x$; в) $3xy(-1{,}7)y$; д) $\frac{2}{3}m^2n\cdot 4{,}5n^3$;
б) $1{,}2abc\cdot 5a$; г) $6c^2(-0{,}8)c$; е) $2\frac{1}{3}a^2x\left(-\frac{3}{7}\right)a^3x^2$.

466 Бербуынны стандарт рәвешкә китерегез:

а) $9yy^2y$; в) $-8ab(-2{,}5)b^2$; д) $2m^3n\cdot 0{,}4mn$;
б) $0{,}15pq\cdot 4pq^2$; г) $10a^2b^2(-1{,}2a^3)$; е) $-2x^3\cdot 0{,}5xy^2$.

467 а) $x=0{,}5$ булганда, $5x^3$;
б) $y=-2$ булганда, $-0{,}125y^4$;
в) $x=-0{,}3$, $y=\frac{1}{6}$ булганда, $12x^2y$;
г) $x=-1$, $y=\frac{1}{3}$ булганда, $-9x^5y^2$ бербуынының кыйммәтен табыгыз.

468 а) $m=0{,}4$ булганда, $3{,}7m^2$;
б) $m=0{,}6$ булганда, $-0{,}5m^3$;
в) $a=-0{,}1$, $b=4$ булганда, $-3a^3b$;
г) $x=-\frac{1}{3}$, $y=4\frac{1}{2}$ булганда, $\frac{1}{21}x^2y^2$ аңлатмасының кыйммәтен исәпләп чыгарыгыз.

469 а) $m=3{,}2$, $n=1{,}8$; б) $m=0{,}61$, $n=32$ булганда, $2{,}1m^2n$ бербуынының кыйммәтен калькулятор ярдәмендә табыгыз.

470 а) $x = 1{,}1$, $y = 1{,}9$ булганда, $3x^2y$ бербуынның кыйммәтен калькулятор ярдәмендә табыгыз.

471 Турыпочмаклыкның иңе m см, ә буе иңеннән 5 тапкырга озынрак. Турыпочмаклыкның мәйданын табыгыз.

472 Иңе a см, буе иңеннән 2 тапкыр озынрак, ә биеклеге буеннан 2 тапкыр зуррак булган турыпочмаклы параллелепипедның күләме күпмегә тигез?

473 Бербуынның дәрәҗәсе нинди:

а) $-7x^5y^6$; в) $0{,}8mn^3k^2$; д) $-6m^7$;

б) $\frac{1}{3}abc$; г) ab^2c^3; е) 23?

Кабатлау өчен күнегүләр

474 $A(-7;\ 15)$ ноктасы бирелгән. а) x күчәренә карата; б) y күчәренә карата; в) координаталар башлангычына карата A ноктасына симметрияле B ноктасының координаталарын табыгыз.

475 Функция $y = -\frac{2}{3}x$ формуласы белән бирелгән, $x = -3;\ 3;\ \frac{2}{3};\ -\frac{2}{3};\ 2{,}4$ булганда, функциянең кыйммәтен табыгыз. x ның нинди кыйммәте өчен $y = 1;\ -6;\ -10{,}2$?

476 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $\dfrac{4^3 \cdot 3^{10}}{6^{10}}$; б) $\dfrac{2^6 \cdot 6^{18}}{2^{25} \cdot 9^9}$.

20. Бербуыннарны тапкырлау. Бербуынны дәрәҗәгә күтәрү

Бербуыннарны тапкырлаганда һәм бербуыннарны дәрәҗәгә күтәргәндә нигезләре бердәй булган дәрәҗәләрне тапкырлау кагыйдәсе һәм дәрәҗәне дәрәҗәгә күтәрү кагыйдәсе файдаланыла. Бу вакытта гадәттә стандарт рәвештә күрсәтелгән бербуын килеп чыга.

1 нче мисал $-5a^2bc$ һәм $4a^2b^4$ бербуыннарын тапкырлыйк.

▶ Бу бербуыннарның тапкырчыгышын төзибез. Аларның санча тапкырлаучыларын һәм нигезләре бердәй булган дәрәҗәләрен тапкырлыйбыз. Табабыз:

$$-5a^2bc \cdot 4a^2b^4 = (-5 \cdot 4)(a^2a^2)(bb^4)c = -20a^4b^5c. \ \triangleleft$$

2 нче мисал $-x^2y$, $4x^3y^2$ һәм $-5xy$ бербуыннарының тапкырчыгышын табыйк.

▶ $-x^2y \cdot 4x^3y^2 \cdot (-5xy) = -1 \cdot 4 \cdot (-5)(x^2x^3x)(yy^2y) = 20x^6y^4.$ ◁

3 нче мисал $-2a^2b$ бербуынын өченче дәрәҗәгә күтәрик.

Тапкырчыгышны һәм дәрәҗәне дәрәҗәгә күтәрү кагыйдәләреннән файдаланабыз:

$$(-2a^2b)^3 = (-2)^3(a^2)^3b^3 = -8a^6b^3. \lhd$$

4 нче мисал $-x^3y^2$ бербуынын дүртенче дәрәҗәгә күтәрик.

Табабыз:

$$(-x^3y^2)^4 = (-1)^4 \cdot (x^3)^4 \cdot (y^2)^4 = x^{12}y^8. \lhd$$

Күнегүләр

477 Тапкырлагыз:

а) $4x \cdot 7y$; в) $\frac{4}{9}ab^3 \cdot \frac{3}{2}ab$; д) $-0{,}6a^2b \cdot (-10ab^2)$;

б) $-8x \cdot 5x^3$; г) $x^2y^5 \cdot (-6xy^2)$; е) $-\frac{1}{5}m^3n^4 \cdot 5m^2n^3$.

478 Бербуыннарны тапкырлагыз:

а) $-11x^2y$ һәм $0{,}3x^2y^2$; в) $4xy$, $-x^2$ һәм $-y^3$;

б) a^5b һәм $-ab^3c$; г) a^2x^5b, $-0{,}6axb^2$ һәм $0{,}6a^2b^3$.

479 Тапкырлагыз:

а) $3{,}5 \cdot 2m$; г) $ab \cdot (-7ab^2) \cdot 4a^2b$;

б) $-6ax^3 \cdot 9bx^2$; д) $10x^2y \cdot (-xy^2) \cdot 0{,}6x^3$;

в) $-8a^2b^2 \cdot (-8a^3b^5)$; е) $-9ab^2 \cdot 3a^3 \cdot (-4b)$.

480 Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $-0{,}8m^2n \cdot (-0{,}5m^5n^7)$; г) $ab \cdot (-ab^2) \cdot ab^3$;

б) $0{,}3y^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}x^4y^6\right)$; д) $x^2y \cdot (-xy) \cdot (-xy^2)$;

в) $1\frac{1}{6}cd \cdot \left(-\frac{6}{7}c^9d^7\right)$; е) $mn \cdot (-m^5n^3) \cdot (m^4n^8)$.

481 $6a^2b^3$ бербуынын берничә ысул белән стандарт рәвештәге ике бербуынның тапкырчыгышы рәвешендә күрсәтегез.

482 $-12x^4y^3$ бербуынын ике ысул белән:

а) стандарт рәвештәге ике бербуынның;

б) стандарт рәвештәге өч бербуынның тапкырчыгышы рәвешендә күрсәтегез.

483 Дәрәҗәгә күтәрегез:

а) $(3x^2)^3$; в) $(-2a^4b^2)^3$; д) $(-a^2bc^3)^5$;

б) $(4m)^2$; г) $(-3x^2y)^4$; е) $(-a^3b^2c)^2$.

484 Стандарт бербуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $(2m^3)^4$; в) $(-0{,}6m^3n^2)^3$; д) $(-xy^4b^2)^4$;

б) $(3a)^2$; г) $(-2xy^3)^2$; е) $(-x^2y^3m)^5$.

485 Бербуынны дәрәҗәгә күтәрегез:

а) $5x^2y^3$ ны квадратка;

б) $-4ax^3$ ны кубка;

в) $-2m^3n^2$ ны дүртенче дәрәҗәгә;

г) $-a^2bc^3$ны бишенче дәрәҗәгә.

486 Аңлатманы бербуынның квадраты рәвешендә күрсәтегез:

а) $81x^4$; б) $121a^6$; в) $0{,}09y^{12}$; г) $\frac{4}{9}b^6$.

487 Аңлатманы бербуынның кубы рәвешендә күрсәтегез:

а) $64x^9$; б) $0{,}001y^{12}$; в) $-0{,}008b^6$; г) $-\frac{8}{27}a^{15}$.

488 а) $9b^2c^2$; $100m^2n^6$ бербуыннарының һәркайсын бербуынның квадраты рәвешендә;

б) $-a^3b^6$; $-27x^6b^9$ бербуыннарының һәркайсын бербуынның кубы рәвешендә күрсәтегез.

489 а) $16x^6$, $49m^2n^4$ һәм m^8 бербуыннарының һәркайсын бербуынның квадраты рәвешендә;

б) a^9; $-8m^3$ һәм $1000x^3y^6$ бербуыннарының һәркайсын бербуынның кубы рәвешендә языгыз.

490 а) x^6y^{12}; б) $1\,000\,000m^{18}$ бербуыны килеп чыксын өчен, нинди бербуынны квадратка (кубка) күтәрергә кирәк?

491 Аңлатманы стандарт бербуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $25a^4\cdot(3a^3)^2$;

б) $(-3b^6)^4\cdot b$;

в) $8p^{15}\cdot(-p)^4$;

г) $(-c^2)^3\cdot 0{,}15c^4$;

д) $(-10c^2)^4\cdot 0{,}0001c^{11}$;

е) $(3b^5)^2\cdot\frac{2}{9}b^3$;

ж) $(-2x^3)^2\cdot\left(-\frac{1}{4}x^4\right)$;

з) $\left(-\frac{1}{2}y^4\right)^3\cdot(-16y^2)$.

492 Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $(xy)^3\cdot(-3x^4y^2)$;

б) $0{,}5a^2b^3\cdot(-2b)^6$;

в) $(0{,}2m^2n)^3\cdot 1000m^4n^7$;

г) $-7c^8\cdot(-0{,}4c^3)^2$;

д) $(-x^2y)^3\cdot(-x^4y^2)$;

е) $0{,}2a^2b^3\cdot(-5a^3b)^2$;

ж) $\left(\frac{1}{4}m^2n\right)^3\cdot(-32m^2n)$;

з) $\left(-\frac{2}{3}pq^4\right)^2\cdot(-27p^5q)$.

493 Аңлатманы стандарт рәвештәге бербуынга үзгәртегез:

а) $(-0{,}2b^6)^3\cdot 5b$;

б) $-0{,}01a^4\cdot(-10a^5)^3$;

в) $\frac{9}{16}p^7\cdot\left(-1\frac{1}{3}p^4\right)^2$;

г) $\left(3\frac{1}{3}a^2\right)^3\cdot 81a^5$;

д) $(2ab)^4\cdot(-7a^7b)$;

е) $-0{,}6x^7y^7\cdot(0{,}5xy^2)^2$;

ж) $10p^4q^4\cdot(0{,}1pq)^3$;

з) $(-3a^7b^2)^4\cdot\frac{1}{27}ab$.

Кабатлау өчен күнегүләр

494 Бер складта 185 т, ә икенчесендә 237 т күмер булган. Беренче склад һәр көнне 15 т, икенчесе 18 т күмер җибәреп торган. Ничә көннән соң икенче складта күмер беренчесендәгегә караганда бер ярым тапкырга күбрәк калыр?

495 Бер яшелчә базасында 210 т, ә икенчесендә 180 т бәрәңге бар. Беренче базага һәр көнне 90 т, икенчесенә 120 т бәрәңге китерәләр. Ничә көннән соң беренче базада бәрәңге икенчесендәгедән 1,2 тапкыр азрак булыр?

496 $y = kx + b$ формуласы белән бирелгән функциянең графигы булган туры координаталар күчәрләрен $A(0;\ 6)$ һәм $B(-4;\ 0)$ нокталарында кисеп үтә. k һәм b ны табыгыз.

497 $y = -0{,}3x + 5{,}4$ һәм $y = 0{,}7x - 8{,}4$ функцияләре графикларының кисешү ноктасының координаталарын табыгыз.

498 $A(a;\ -3)$ ноктасы $B(4;\ b)$ ноктасына: а) абсциссалар күчәренә карата; б) ординаталар күчәренә карата; в) координаталар башлангычына карата симметрияле, a һәм b ның кыйммәтләрен табыгыз.

499 Унарлы вакланмаларны түгәрәкләгез:
а) 3,468; 27,601; 8,51; 10,5 не берәмлекләргә кадәр;
б) 605,718; 4,0389; 11,05 не унынчы өлешләргә кадәр;
в) 745,1; 699,95; 8,04 не дистәләргә кадәр;
г) 661,38; 1740,5; 7550,1 не йөзләргә кадәр.

21. $y = x^2$ һәм $y = x^3$ функцияләре һәм аларның графиклары

Квадрат мәйданының аның ягына бәйлелеге, куб күләменең аның кабыргасына бәйлелеге $y = x^2$ һәм $y = x^3$ рәвешендәге формулалар белән бирелә торган функцияләргә мисал булып торалар.

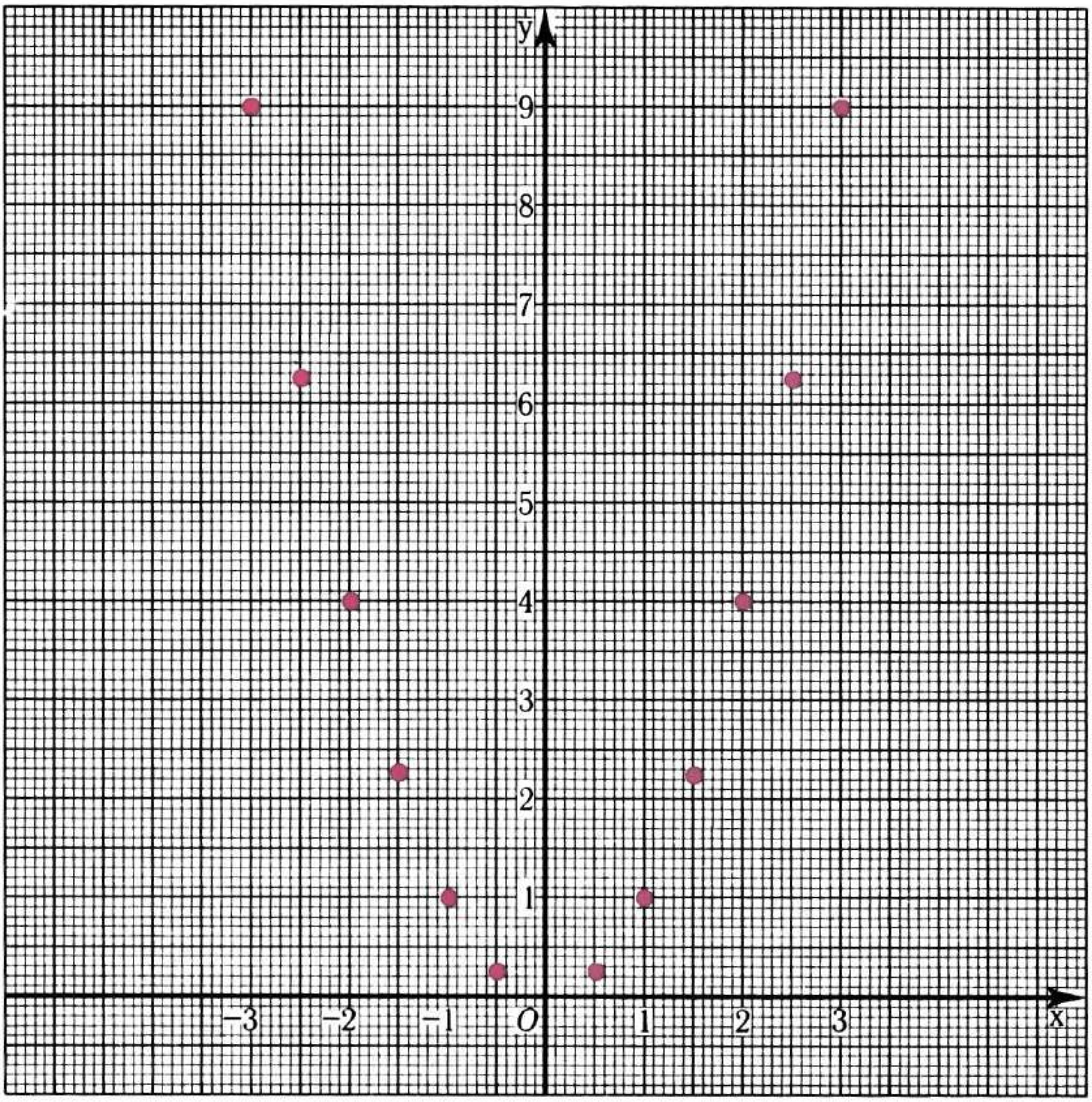
$y = x^2$ функциясенең графигын төзик. x һәм y ның тиңдәшле кыйммәтләре таблицасын тутырабыз:

x	−3	−2,5	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
y	9	6,25	4	2,25	1	0,25	0	0,25	1	2,25	4	6,25	9

Координаталары таблицада күрсәтелгән нокталарны төзик (рәс. 41). Графикны координаталар башлангычы янында төгәлрәк төзү өчен, функциянең тагын берничә кыйммәтен исәплик:

x	−0,4	−0,3	−0,2	−0,1	0,1	0,2	0,3	0,4
y	0,16	0,09	0,04	0,01	0,01	0,04	0,09	0,16

Таблицадан күренгәнчә, функциянең графигы координаталар башлангычы янында x күчәре белән кушылып китә диярлек.



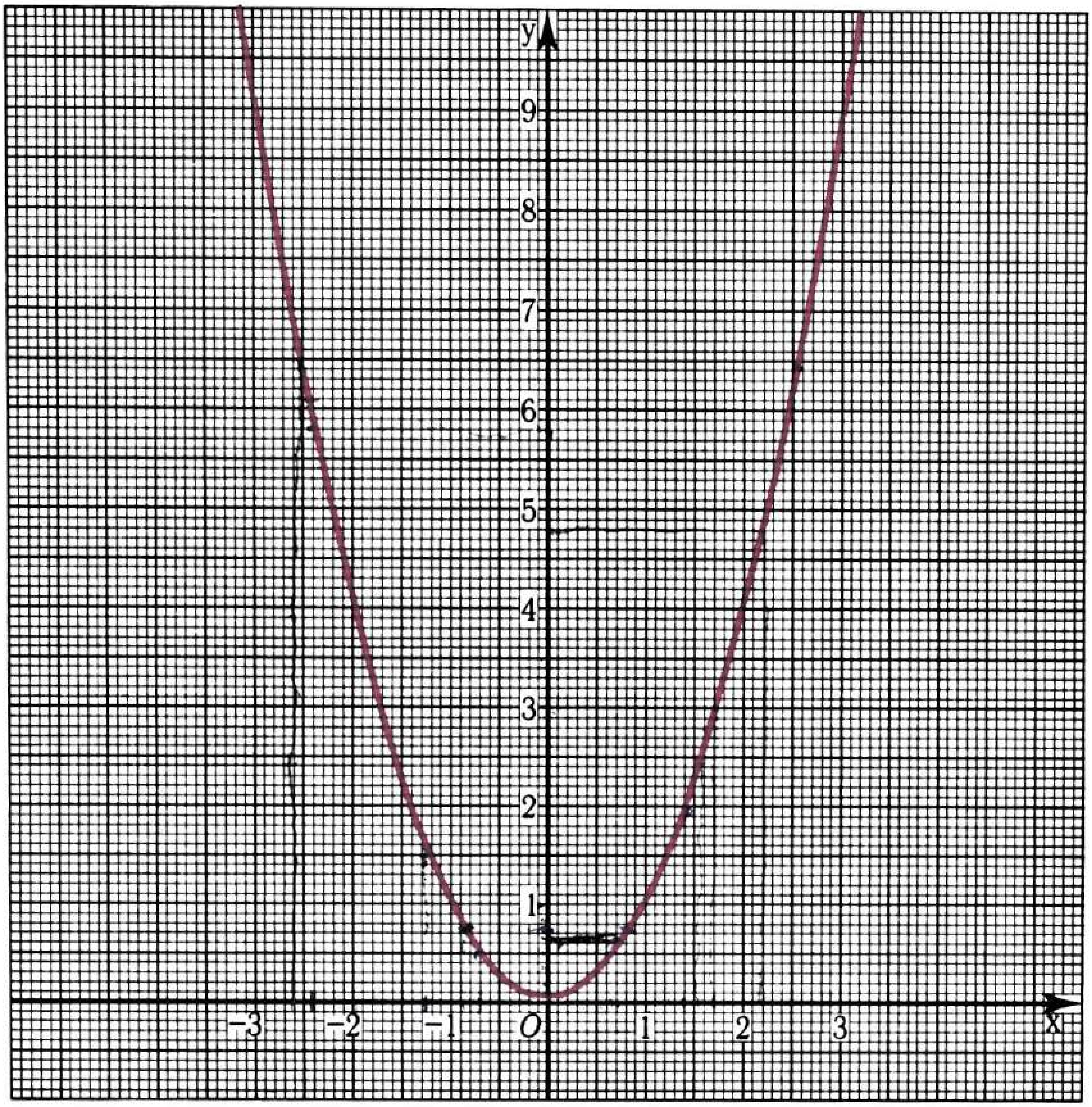
Рәс. 41

Билгеләнгән нокталар аша салмак сызык үткәрәбез (рәс. 42). $y = x^2$ функциясенең графигын табарбыз. Бу графикның y лар күчәреннән уң якта да, сул якта да югарыга таба чиксез дәвам иткәнлеге ачык күренә.

$y = x^2$ функциясенең графигын *парабола* дип атыйлар.

$y = x^2$ функциясенең кайбер үзлекләрен ачыклыйк.

1. **Әгәр $x = 0$ булса, ул вакытта $y = 0$.** Шуңа күрә функциянең графигы координаталар башлангычы аша үтә.
2. **Әгәр $x \neq 0$ булса, ул вакытта $y > 0$.** Дөрестән дә, нульгә тигез булмаган теләсә нинди санның квадраты уңай сан була. Димәк, функция графигының (0; 0) ноктасыннан кала барлык нокталары x лар күчәреннән югарырак урнашкан.
3. **x ның капма-каршы кыйммәтләренә y ның бер үк кыйммәте туры килә.** Бу теләсә нинди x өчен $(-x)^2 = x^2$ булудан килеп чыга. Димәк, абсциссалары капма-каршы саннар булган графикның нокталары y лар күчәренә карата симметрияле.



Рәс. 42

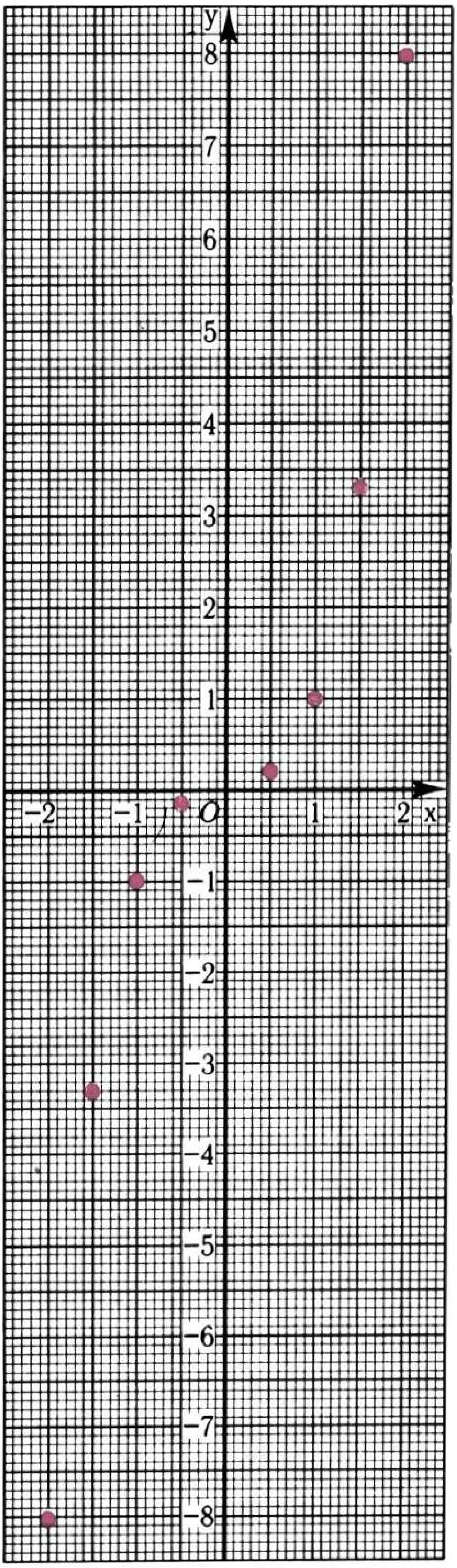
Хәзер $y = x^3$ функциясенең графигын төзик, y ның кыйммәтләрен йөзенче өлешләргә кадәр түгәрәкләп, x һәм y ның тиңдәшле кыйммәтләре таблицасын тутырабыз:

x	−2	−1,5	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2
y	−8	−3,38	−1	−0,13	0	0,13	1	3,38	8

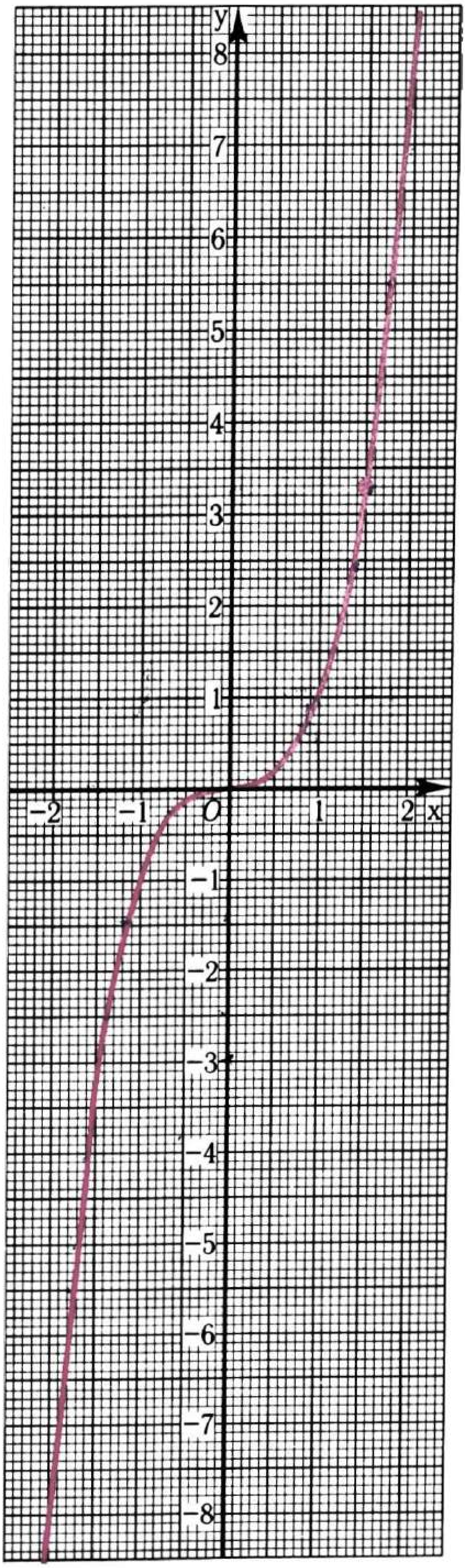
Координаталары таблицада күрсәтелгән нокталарны төзибез (рәс. 43).

Билгеләнгән нокталар аша салмак сызык үткәрәбез (рәс. 44). $y = x^3$ функциясенең графигы килеп чыгар. Бу графикның y лар күчәренең уң ягында — өскә таба, ә y лар күчәренең сул ягында түбәнгә таба чиксез дәвам иткәнлеге ачык күренә.

Шуны да искәртәбез: координаталар башлангычы янында функциянең графигы x лар күчәре белән ку-



*Рәс. **43***



*Рәс. **44***

шылып китә диярлек (әгәр $x = 0{,}1$ булса, ул вакытта $y = 0{,}001$; әгәр $x = 0{,}2$ булса, ул вакытта $y = 0{,}008$; әгәр $x = 0{,}3$ булса, ул вакытта $y = 0{,}027$).

$y = x^3$ функциясенең кайбер үзлекләрен ачыклап китик.

1. **Әгәр $x = 0$ булса, ул вакытта $y = 0$.** Шуңа күрә функциянең графигы координаталар башлангычы аша үтә.
2. **Әгәр $x > 0$ булса, ул вакытта $y > 0$; әгәр $x < 0$ булса, ул вакытта $y < 0$.** Дөрестән дә, уңай санның кубы — уңай сан, ә тискәре санның кубы — тискәре сан. Димәк, функциянең графигы беренче һәм өченче координата чирекләрендә урнаша.
3. **x ның капма-каршы кыйммәтләренә y ның капма-каршы кыйммәтләре тиңдәш була.** Бу xның теләсә нинди кыйммәте өчен $(-x)^3 = -x^3$ тигезлегенең дөрес булуыннан килеп чыга. Димәк, графикның абсциссалары капма-каршы саннар булган нокталары координаталар башлангычына карата симметрияле урнашалар.

Күнегүләр

500 $y = x^2$ функциясенең 42 нче рәсемдә сурәтләнгән графигыннан файдаланып:
а) $x = 0{,}75$; $-1{,}25$; $1{,}25$; $-2{,}2$; $2{,}2$ гә тиңдәшле y ның кыйммәтләрен;
б) $y = 3$; 5 кә туры килә торган x ның кыйммәтләрен табыгыз.

501 $y = x^2$ функциясенең графигыннан файдаланып (рәс. 42):
а) аргументның кыйммәте $1{,}4$; $-2{,}6$; $3{,}1$ гә тигез булганда, функциянең тиңдәшле кыйммәтен;
б) функциянең кыйммәте 4 кә тигез; 6 га тигез булгандагы аргумент кыйммәтләрен;
в) x ның функция кыйммәтләрен 4 тән кечерәк; 4 тән зуррак итә торган берничә кыйммәтен табыгыз.

502 $y = x^2$ функциясенең 42 нче рәсемдә сурәтләнгән графигыннан файдаланып:
а) $x = -2{,}4$; $-0{,}7$; $0{,}7$; $2{,}4$ кә тиңдәшле y ның кыйммәтен;
б) $y = 2$; $0{,}9$ га туры килә торган x ның кыйммәтләрен;
в) x ның функция кыйммәтен 2 дән зуррак; 2 дән кечерәк итә торган берничә кыйммәтен табыгыз.

503 Квадратның ягын 3 тапкыр зурайтканда; 10 тапкыр кечерәйткәндә, аның мәйданы ничек үзгәрер?

504 Квадратның мәйданын 4 тапкыр; 16 тапкыр зурайту өчен, аның ягын ничек үзгәртергә кирәк?

505 $y = x^3$ функциясенең 44 нче рәсемдә сурәтләнгән графигыннан файдаланып:
а) y ның $x = 1{,}4$; $-1{,}4$; $-1{,}8$; $1{,}8$ гә тиңдәшле кыйммәтен;
б) x ның $y = -4$; 4 кә туры килә торган кыйммәтен табыгыз.

506 $y = x^3$ функциясенең графигыннан файдаланып (рәс. **44**):
а) аргументның $-0{,}7$; $1{,}2$ гә тигез кыйммәтенә тиндәшле функция кыйммәтен;
б) функциянең 3; -3 кә тигез кыйммәтенә туры килә торган аргумент кыйммәтен;
в) аргументның функция кыйммәте -3 тән зуррак, ләкин 3 тән кечерәк булырлык берничә кыйммәтен табыгыз.

507 Кубның кабыргасын 2 тапкыр зурайтканда; 3 тапкыр кечерәйткәндә, аның күләме ничек үзгәрер?

508 Кубның күләме 64 тапкыр зурайсын өчен, аның кабыргасын күпмегә үзгәртергә кирәк?

509 $y = -x^3$ функциясенең графигын төзегез. График буенча:
а) $x = 0{,}7$; $-1{,}3$ кә тиндәшле y ның кыйммәтен;
б) $y = 4$ кә туры килә торган x ның кыйммәтен табыгыз.

510 а) $A(-0{,}2;\ -0{,}008)$; б) $B\left(1\frac{1}{2};\ 3\frac{3}{8}\right)$; в) $C\left(-\frac{1}{3};\ \frac{1}{27}\right)$
ноктасы $y = x^3$ графигыныкымы?

511 Бер үк координаталар системасында $y = x^2$ һәм $y = x^3$ (биредә $x \geq 0$) функцияләренең графикларын төзегез. Төзелгән графиклардан файдаланып чагыштырыгыз:
а) $0{,}6^2$ һәм $0{,}6^3$; б) $1{,}5^2$ һәм $1{,}5^3$; в) $2{,}7^2$ һәм $2{,}7^3$.

Кабатлау өчен күнегүләр

512 Квадрат формасындагы плитканы буяр өчен 20 г буяу тоткан-нар. Ягы 3 тапкыр зуррак булган квадрат формасындагы плитканы буяр өчен күпме буяу кирәк (ике плитканың да бер як өслеге генә буяла)?

513 Куб формасындагы резервуар насос ярдәмендә 45 мин та тутырыла. Кабыргасы ике тапкыр зуррак булган куб формасындагы резервуарны шул ук насос белән күпме вакытта тутырып булыр?

514 Аңлатмаларның кыйммәтләрен чагыштырыгыз:
а) $0{,}3^{16}$ һәм $(-0{,}3)^{16}$; в) $-5{,}6^4$ һәм $(-5{,}6)^4$;
б) $(-1{,}9)^{21}$ һәм $1{,}9^{21}$; г) $-0{,}8^{11}$ һәм $(-0{,}8)^{11}$.

515 $y = 8{,}5x$ һәм $y = 0{,}5x - 19{,}2$ функцияләренең графиклары кисешү ноктасының координаталарын табыгыз.

516 а) $a = 6{,}39$, $b = 5{,}46$; в) $a = 43{,}52$, $b = 46{,}68$;
б) $a = 0{,}1$, $b = 0{,}208$; г) $a = b = 7{,}5$
өчен $|a - b|$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

517 Вакланмаларның һәркайсын йөзенче өлешләргә кадәр түгәрәкләгез: 0,00813; 1,00399; 62,125; 39,0956.

518 Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $-0{,}6a^3b(-2a^2b^3)^3$;   б) $0{,}8xy^4(-6xy^4)^2$.

Контроль сораулар

1 Стандарт рәвештәге бербуынга мисал китерегез һәм аның коэффициентын әйтегез.

2 Бербуынның дәрәҗәсе билгеләмәсен әйтеп бирегез.

3 $y = x^2$ функциясенең үзлекләрен әйтеп бирегез. $y = x^2$ функциясенең бу үзлекләре графикта ничек чагылалар?

4 $y = x^3$ функциясенең үзлекләрен әйтеп бирегез. $y = x^3$ функциясенең бу үзлекләре графикта ничек чагылалар?

§ 8. Абсолют һәм чагыштырма хата

22. Абсолют хата

$y = x^2$ функциясенең графигы буенча аның $x = 1{,}5$ һәм $x = 2{,}1$ булгандагы якынча кыйммәтләрен табыйк (42 нче рәсемне карагыз):

$$\text{әгәр } x = 1{,}5 \text{ булса, } y \approx 2{,}3;$$
$$\text{әгәр } x = 2{,}1 \text{ булса, } y \approx 4{,}4.$$

$y = x^2$ формуласы буенча бу функциянең төгәл кыйммәтен табарга мөмкин:

$$\text{әгәр } x = 1{,}5 \text{ булса, } y = 1{,}5^2 = 2{,}25;$$
$$\text{әгәр } x = 2{,}1 \text{ булса, } y = 2{,}1^2 = 4{,}41.$$

Якынча кыйммәт төгәл кыйммәттән беренче очракта 0,05 кә, икенче очракта 0,01 гә аерыла, чөнки:

$$2{,}3 - 2{,}25 = 0{,}05; \qquad 4{,}41 - 4{,}4 = 0{,}01.$$

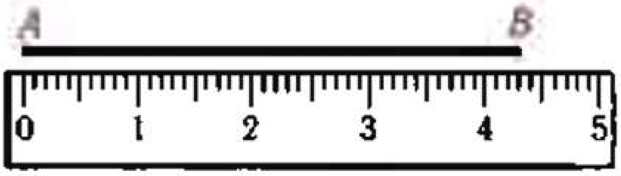
Якынча кыйммәтнең төгәл кыйммәттән күпмегә аерылганын белү өчен, зуррак саннан кечерәген алалар. Икенче төрле әйткәндә, төгәл кыйммәт белән якынча кыйммәт аермасының модулен табарга кирәк. Бу аерманың модулен *абсолют хата* дип атыйлар.

Билгеләмә. **Төгәл һәм якынча кыйммәтләр аермасының модуле якынча кыйммәтнең абсолют хатасы дип атала.**

Мәсәлән, югарыда китерелгән мисалда 2,3 кә тигез булган якынча кыйммәтнең абсолют хатасы 0,05, ә 4,4 кә тигез булган якынча кыйммәтнең абсолют хатасы 0,01:

$$|2{,}25 - 2{,}3| = |-0{,}05| = 0{,}05;$$
$$|4{,}41 - 4{,}4| = 0{,}01.$$

Абсолют хатаны һәрвакытта да табып булмый. Мәсәлән, 45 нче рәсемдә сурәтләнгән AB кисемтәсенең озынлыгын үлчәгәндә,



Рәс. 45

$$AB \approx 4{,}3 \text{ см}$$

нәтиҗәсе табылсын, ди. AB кисемтәсе озынлыгының төгәл кыйммәтен белмәгәнлектән, без якынча кыйммәтнең абсолют хатасын таба алмыйбыз. Мондый очракларда абсолют хата зуррак була алмый торган санны күрсәтү мөһим. Без караган мисалда андый сан сыйфатында 0,1 санын алырга була. Дөрестән дә, линейканың бүлем кыйммәте 0,1 см һәм шуңа күрә 4,3 кә тигез булган якынча кыйммәтнең абсолют хатасы 0,1 дән зур түгел, ягъни

$$|AB - 4{,}3| \le 0{,}1.$$

Мондый очракларда 4,3 санын AB кисемтәсе озынлыгының 0,1 гә кадәр төгәллектәге якынча кыйммәте (сантиметрларда), диләр.

Әгәр $x \approx a$ һәм бу якынча кыйммәтнең абсолют хатасы ниндидер h саныннан зур булмаса, a санын x санының *h ка кадәр төгәллектәге* якынча кыйммәте дип атыйлар.

$$h \text{ ка кадәр төгәллек белән } x \approx a$$

дип язылa.

Якынча кыйммәтнең төгәллеге күп нәрсәгә бәйле. Аерым алганда, әгәр якынча кыйммәт үлчәү юлы белән табылса, ул вакытта аның төгәллеге үлчи торган приборның төгәллегенә бәйле. Мәсәлән, медицина термометрында бүлемнәр 0,1° аша билгеләнгән. Ул температураны 0,1° ка кадәр төгәллек белән үлчәргә мөмкинлек бирә. Бүлмә термометрында бүлемнәр 1° аша билгеләнгән. Аның белән бүлмә температурасын 1° ка кадәр төгәллек белән үлчәп була. Сәүдә үлчәвенең шкаласы бүлеменең кыйммәте 5 г, анда әйберне 5 граммга кадәр төгәллек белән үлчәп була.

Унарлы вакланмаларны унынчы, йөзенче, меңенче һ. б. өлешләргә кадәр түгәрәкләгәндә, якынча кыйммәтләр 0,1; 0,01; 0,001 гә һ. б. кадәр төгәллек белән табыла.

Мәсәлән, 2,513 санын унынчы өлешкә кадәр түгәрәкләсәк, 2,5 килеп чыга. 2,5 саны 2,513 санының 0,1 гә кадәр төгәллектәге якынча кыйммәте. Дөрестән дә,

$$|2{,}513 - 2{,}5| = 0{,}013 < 0{,}1.$$

Күнегүләр

519 $x = 0,2$; $1,6$; $1,9$ булганда, график буенча $y = x^3$ функциясенең (44 нче рәсемне карагыз) якынча кыйммәтен табыгыз һәм һәр якынча кыйммәтнең абсолют хатасын исәпләп чыгарыгыз.

520 $x = 0,6$; $1,8$; $2,6$ булганда, график буенча (42 нче рәсемне карагыз) $y = x^2$ функциясенең якынча кыйммәтен табыгыз. Һәр якынча кыйммәтнең абсолют хатасын исәпләп чыгарыгыз.

521 17,26; 12,034; 8,654 саннарын унынчы өлешләргә кадәр түгәрәкләгез һәм һәр якынча кыйммәтнең абсолют хатасын табыгыз.

522 Түгәрәкләү нәтиҗәсендә табылган якынча кыйммәтнең абсолют хатасын табыгыз:

а) 9,87 санын берәмлекләргә кадәр;
б) 124 санын дистәләргә кадәр;
в) 0,453 санын унынчы өлешләргә кадәр;
г) 0,198 санын йөзенче өлешләргә кадәр.

523 $\frac{1}{3}$ санын унарлы вакланма рәвешендә языгыз һәм бу вакланманы унынчы, йөзенче, меңенче өлешләргә кадәр түгәрәкләгез. Һәр очракта якынча кыйммәтнең абсолют хатасын табыгыз.

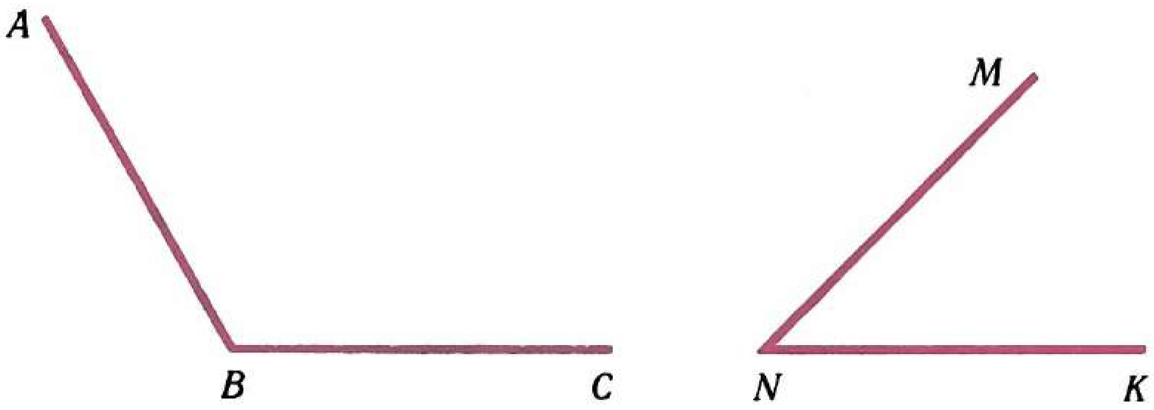
524 Исәпләүләрдә $\frac{1}{7}$ вакланмасын 0,14 унарлы вакланмасы белән алмаштырганнар. Бу якынлашуның абсолют хатасы нинди?

525 46 нчы рәсемдә сурәтләнгән һәр почмакны транспортир ярдәмендә үлчәгез. Табылган нәтиҗәләрнең төгәллеге нинди?

526 Кысынкы почмак сызыгыз һәм аны транспортир ярдәмендә үлчәгез. Табылган нәтиҗәнең төгәллеге нинди?

527 Таякның озынлыгын үлчәү өчен миллиметрларга бүлемләнгән линейка, штангенциркуль (бер бүлеменең кыйммәте 0,1 мм) һәм микрометр (бер бүлеменең кыйммәте 0,01 мм) кулланганнар. Монда шундый нәтиҗәләр алынды: 17,9 мм, 18 мм, 17,86 мм. Күрсәтелгән үлчәү нәтиҗәләренең кайсысы нинди инструмент белән үлчәнгән һәм инструментларның һәркайсының төгәллеге нинди?

528 Үлчәү һәм герләр ярдәмендә карбызның массасы 5 кг нан авыррак һәм 6 кг нан җиңелрәк икәнен белгәннәр. Массаның якынча кыйммәте итеп 5 кг һәм 6 кг ның арифметик уртасын алганнар. Бу якынлашу нинди төгәллек белән сайланган?



Рәс. 46

529 0,16 һәм 0,17 саннарының һәркайсы $\frac{1}{6}$ санының 0,01 гә кадәр төгәллектәге якынча кыйммәте икәнен күрсәтегез. Аларның кайсысы $\frac{1}{6}$ санының 0,005 кә кадәр төгәллектәге якынча кыйммәте була?

Кабатлау өчен күнегүләр

530 Турбазага барып җитү өчен туристлар 252 км юл үтәргә тиеш. Юлның бер өлешен алар автобуста, калганын җәяү үткәннәр. Автобуста алар җәяү барганга караганда 2 сәг озаграк барганнар. Автобусның тизлеге 60 км/сәг, туристларның 6 км/сәг тизлек белән барулары билгеле булса, алар ничә сәгать җәяү барганнар?

531 Исәпләп чыгарыгыз:

а) $\frac{6^7 \cdot 7^8}{42^7}$;

б) $\frac{44^5}{11^3 \cdot 2^{10}}$.

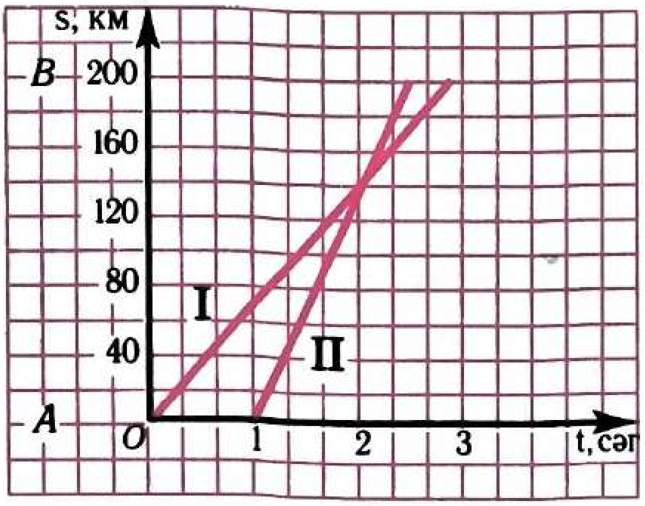
532 а) 12,3 нең 7,5 кә;

б) 18 нең 45 кә;

в) 3,7791 нең 1,7 гә;

г) 7,314 нең 609,5 кә

чагыштырмасын табыгыз.



Рәс. 47

533 47 нче рәсемдә аралары 200 км булган *A* шәһәреннән *B* шәһәренә баручы ике машинаның хәрәкәт графиклары төзелгән. Шушы графиклар ярдәмендә сорауларга җавап бирегез: а) беренче һәм икенче машина күпме вакыт юлда булганнар; б) кайсы машина элегрәк чыгып киткән; в) һәр машина нинди тизлек белән барган; г) кайсы машина *B* шәһәренә алданрак килеп җиткән; д) графикларның кисешү ноктасы нәрсәне белдерә?

23. Чагыштырма хата

Пыяланың калынлыгы *b* ны, китап киштәсенең озынлыгы *l* ны (сантиметрларда) үлчәгәндә, түбәндәге нәтиҗәләр табылган:

$$0{,}1 \text{ гә кадәр төгәллек белән } b \approx 0{,}4;$$
$$0{,}1 \text{ гә кадәр төгәллек белән } l \approx 100{,}0.$$

Әлеге үлчәүләрнең һәркайсында абсолют хата 0,1 дән артмый. Шулай да 0,1 төгәллеге 0,4 нең шактый зур өлешен, ә 100 санының бик кечкенә өлешен тәшкил итә. Бу икенче үлчәүнең сыйфаты беренчесенә караганда күпкә төгәлрәк булуын күрсәтә. Шуңа күрә

үлчәүнең сыйфатын бәяләү өчен якынча кыйммәтнең *чагыштырма хатасыннан* файдаланалар.

Билгеләмә. **Абсолют хатаның якынча кыйммәт модуленә чагыштырмасы якынча кыйммәтнең чагыштырма хатасы дип атала.**

Чагыштырма хатаны процентларда күрсәтү кабул ителгән.

Мисал 14,7 вакланмасын бөтен санга кадәр түгәрәкләп, якынча кыйммәтнең чагыштырма хатасын табыйк.

▶ $14,7 \approx 15$ булганлыктан,

$$\frac{|14,7-15|}{|15|} = \frac{|-0,3|}{15} = \frac{0,3}{15} = 0,02 = 2\%. \triangleleft$$

Чагыштырма хатаны исәпләү өчен, якынча кыйммәттән тыш, абсолют хатаны да белергә кирәк. Гадәттә абсолют хата билгеле булмый, шуңа күрә чагыштырма хатаны да исәпләп булмый. Мондый очракларда *чагыштырма хатаны бәяләү* белән чикләнәләр.

Әлеге пункт башында карап киткән пыяланың калынлыгы b, китап киштәсенең озынлыгы l ны үлчәү турындагы мисалга кире кайтыйк.

Үлчәү нәтиҗәсендә 0,1 гә кадәр төгәллек белән $b \approx 0,4$, ягъни үлчәүнең абсолют хатасы 0,1 дән зур түгел икәнлеген таптык. Димәк, абсолют хатаның якынча кыйммәткә чагыштырмасы

$$\frac{0,1}{0,4} = 0,25 = 25\% \text{ тан}$$

кечерәк яки аңа тигез, ягъни якынлашуның чагыштырма хатасы 25% тан артмый.

Китап киштәсенең озынлыгын үлчәгәндә килеп чыккан якынлашуның чагыштырма хатасы

$$\frac{0,1}{100} = 0,001 = 0,1\% \text{ тан}$$

артмаганлыгын аналогия буенча табабыз.

Беренче очракта үлчәү 25% ка кадәр чагыштырма төгәллек белән, ә икенче очракта 0,1% ка кадәр чагыштырма төгәллек белән үтәлгән, диләр.

Күнегүләр

534 Санны берәмлеккә кадәр түгәрәкләгез, абсолют һәм чагыштырма хаталарны табыгыз: а) 5,3; б) 9,8; в) 1,96; г) 7,5.

535 $3\frac{3}{8}$ һәм $12\frac{7}{16}$ саннарының һәркайсын унарлы вакланма рәвешендә күрсәтегез. Табылган вакланмаларны унынчы өлешләргә

кадәр түгәрәкләп, якынлашуның абсолют һәм чагыштырма хатасын табыгыз.

536 2,525 санын унынчы өлешләргә кадәр түгәрәкләгез. Түгәрәкләгәндә килеп чыккан якынлашуның чагыштырма хатасын табыгыз.

537 $x = 0{,}8$; 1,6 булганда, $y = x^2$ (42 нче рәсемне карагыз) функциясенең якынча кыйммәтен график буенча билгеләгез. Якынча кыйммәтнең чагыштырма хатасын табыгыз.

538 Термометр температураны 0,5 °С төгәллек белән күрсәтә. Һаваның температурасын үлчәп, аның 17 °С икәнен белгәннәр. Үлчәү нинди чагыштырма төгәллек белән үтәлгән?

539 Укучының тимернең тыгызлыгын билгеләү буенча лаборатор эш нәтиҗәсе 7,6 г/см^3 килеп чыккан. Тәҗрибә нәтиҗәсенең чагыштырма хатасын исәпләп чыгарыгыз (тимернең таблица буенча тыгызлыгы 7,8 г/см^3 га тигез).

540 Җирнең өслеге 510,2 млн км^2 га тигез (0,1 млн км^2 га кадәр төгәллек белән). Якынча кыйммәтнең чагыштырма хатасын бәяләгез.

541 Кеше чәченең калынлыгы d ны һәм Җирдән Айга хадәр ераклык l ны үлчәгәннәр. 0,01 гә кадәр төгәллек белән $d \approx 0{,}15$ мм һәм 500 км га кадәр төгәллек белән $l \approx 384\,000$ км булган. Чагыштырма хаталарны бәяләп, үлчәү нәтиҗәләренең сыйфатын чагыштырыгыз.

542 Үлчәүдә 1,5 кг бодайны 5 г га кадәр төгәллек белән, 2,5 кг кукурузны 5 г га кадәр төгәллек белән үлчәгәннәр. Чагыштырма хаталарны процентларда исәпләп, үлчәү нәтиҗәләренең сыйфатын чагыштырыгыз.

Кабатлау өчен күнегүләр

543 A һәм B нокталары координаталар яссылыгының I чирегендә ята һәм $y = x^2$ функциясенең графигыныкы булалар. B ноктасының ординатасы A ноктасының ординатасыннан 16 тапкыр зуррак. A ноктасының абсциссасы B ноктасының абсциссасыннан ничә тапкыр кечерәк?

544 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $\frac{24^4 \cdot 6^3}{48^3 \cdot 3^4}$; б) $\frac{35^7 \cdot 2^4}{5^6 \cdot 14^5}$.

545 $y = 2{,}6x + 9{,}1$ формуласы белән бирелгән функция графигының координата күчәрләре белән кисешү нокталарының координаталарын табыгыз.

Контроль сораулар

1 Абсолют хата билгеләмәсен әйтеп бирегез.

2 Чагыштырма хата билгеләмәсен әйтеп бирегез.

III бүлеккә өстәмә күнегүләр

6 нчы параграфка

546 Тигезлек дөресме:
а) $3^2 + 4^2 + 5^2 = 6^2$; б) $(1 + 2 + 3 + 4)^2 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3$?

547 $26^7 + 15^5 - 31^9$ нең 10 га кабатлы икәнен исбатлагыз.

548 Санны гади тапкырлаучыларга таркатып, аны гади саннарның дәрәҗәләре тапкырчыгышы рәвешендә күрсәтегез:
а) 54; б) 144; в) 225; г) 500.

549 Санны нигезе 2 яки 3 булган дәрәҗә рәвешендә күрсәтегез:
а) 64; б) 81; в) 512; г) 729; д) 1024.

550 Санны 2 санының дәрәҗәләре суммасы рәвешендә күрсәтегез:
а) 6; б) 18; в) 42.

551 Санны күрсәткече 1 дән башка сан булган дәрәҗә рәвешендә күрсәтегез:
а) 121; в) 0,125; д) −0,216;
б) −32; г) 625; е) 0,343.

552 а) $x = -2$ булганда, $0{,}001x^5$; в) $x = 5$, $y = 2$ булганда, x^2y^4;
б) $y = 0{,}1$ булганда, $1000y^3$; г) $x = -2$, $y = -5$ булганда, $3x^3y^3$
аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

553 n үзгәрешлесе а) 6; б) 11; в) 23; г) 70 кә тигез булганда, $(-1)^n$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

554 а) 5 һәм −3 саннарының кублары суммасын;
б) 9 һәм −11 саннары суммасының кубын;
в) 12 һәм 8 саннарының квадратлары аермасын;
г) 96 һәм −4 саннары аермасының квадратын;
д) 7 һәм −5 саннары квадратларының икеләтелгән тапкырчыгышын;
е) 15 саны белән 4 саны квадратының өчләтелгән тапкырчыгышын исәпләп чыгарыгыз.

555 Исәпләүләрне башкармыйча гына, аңлатмаларның кыйммәтләрен чагыштырыгыз:
а) $(-0{,}03)^8$ һәм 0; в) $(-1{,}75)^3$ һәм $(-0{,}29)^2$;
б) 0 һәм $(-1{,}25)^7$; г) $0{,}98^6$ һәм $1{,}02^6$.

556 Кайсы зуррак һәм күпмегә:
а) 2^3 яки 3^2; в) $2 \cdot 3^2$ яки $3 \cdot 2^3$;
б) 5^2 яки 2^5; г) $(11 + 19)^2$ яки $11^2 + 19^2$?

557 a ның а) −12; б) 0; в) 5 кә тигез кыйммәтләре өчен a^2 һәм a^3 аңлатмаларының кыйммәтләрен чагыштырыгыз.

558 $x = 1{,}5$ һәм $x = -2$ булганда, аңлатмаларның кыйммәтләрен табыгыз:
а) x^2; $-x^2$; $(-x)^2$; б) x^3; $-x^3$; $(-x)^3$.

559 Теләсә нинди натураль n өчен вакланманың кыйммәте натураль сан икәнен исбатлагыз:

а) $\frac{10^n - 1}{9}$; б) $\frac{10^n + 8}{9}$.

560 $-3, -2, -1, 1, 2, 3$ саннарының кайсылары тигезләмәнең тамырлары була:

а) $x^4 = 81$; в) $x^2 - x = 2$; д) $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$;
б) $x^6 = 64$; г) $x^4 + x^3 = 6x^2$; е) $x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0$?

561 Тигезләмәнең тамырлары юклыгын исбатлагыз:

а) $x^2 + 1 = 0$; б) $2x^6 + 3x^4 + x^2 + 1 = 0$.

562 x ның нинди кыйммәте өчен $(2x + 3)^2$ аңлатмасының кыйммәте нульгә тигез?

563 $x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x + 6 = 0$ тигезләмәсенең уңай тамырлары юклыгын исбатлагыз.

564 $x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x + 1 = 0$ тигезләмәсенең тискәре тамыры бармы?

565 Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $a^{10}a^{12}(-a^5)$; в) $y^k y^8 y^2$;
б) $x(-x)(-x^6)$; г) $b^n b^n b^3$.

566 Аңлатманы дәрәҗә рәвешендә күрсәтегез:

а) $2^5 \cdot 8$; б) $16 \cdot 64$; в) $7^n \cdot 343$; г) $81 \cdot 3^k$.

567 Аңлатманы берсе a^5 нә тигез булган ике тапкырлаучының тапкырчыгышы рәвешендә күрсәтегез:

а) a^{10}; б) a^6; в) $-a^{40}$.

568 Килеп чыккан тигезлек бердәйлек булырлык итеп, x ны нигезе c булган дәрәҗә белән алмаштырыгыз:

а) $c^2x = c^7$; б) $xc^5 = c^9$; в) $c^6x = c^{11}$; г) $c^4x = c^{15}$.

569 Өлешне дәрәҗә белән алыштырыгыз:

а) $b^{15} : b^{12}$; б) $7^{39} : 7^{13}$; в) $a^{11} : a$; г) $12^{100} : 12^{99}$.

570 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $13^{100} : 13^{98}$; в) $2^{14} : 8^4$; д) $5^{10} : 25^4$;
б) $\frac{3^8 \cdot 2^7}{3^6 \cdot 2^5}$; г) $\frac{9^5 \cdot 5^9}{3^9 \cdot 5^{10}}$; е) $\frac{3^8 \cdot 5^8}{3^{10} \cdot 5^7}$.

571 Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $6^{n+3} : 6^n$; б) $10^{n+1} : 10^{n-1}$.

572 Исәпләп чыгарыгыз:

а) $(217 - 43{,}07 \cdot 4)^0 + 5 \cdot \frac{1}{3}$; б) $17{,}83^0 \cdot 6{,}4 + \frac{1}{7} \cdot 2{,}8$.

573 Гадиләштерегез:

а) $(-1)^n \cdot (-1)^n$; б) $(-1)^{2n} : (-1)^3$.

574 Түгәрәк мәйданы $S = \pi r^2$ формуласы буенча исәпләнә, биредә r — түгәрәкнең радиусы. Түгәрәкнең радиусын 3 тапкыр; 7 тапкыр зурайтканда, аның мәйданы ничек үзгәрер?

575 Шарның күләме $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ формуласы буенча исәпләнә, биредә r — шарның радиусы. Шарның радиусын 2 тапкыр; 4 тапкыр зурайтканда, аның күләме ничек үзгәрер?

576 Тигезлек x ның теләсә нинди кыйммәте өчен дөресме:
а) $|x|^2 = x^2$; б) $|x|^3 = x^3$?

577 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:
а) $4^5 \cdot 2{,}5^5$; в) $0{,}2^9 \cdot 5^7$; д) $0{,}2^6 \cdot 25^3$;
б) $\left(\frac{1}{3}\right)^{13} \cdot 3^{13}$; г) $0{,}4^{10} \cdot 2{,}5^{12}$; е) $\left(\frac{1}{9}\right)^6 \cdot 81^4$.

578 Аңлатмаларның кыйммәтләрен чагыштырыгыз:
а) 10^7 һәм $2^8 \cdot 5^7$; в) 25^{25} һәм $2^{50} \cdot 3^{50}$;
б) 6^{12} һәм $2^{13} \cdot 3^{11}$; г) 63^{30} һәм $3^{60} \cdot 5^{30}$.

579 Аңлатманы 3^n яки -3^n рәвешендә күрсәтегез:
а) $(-3^3)^2$; б) $(-3^2)^3$; в) $-(3^4)^2$; г) $-(-3^2)^3$.

580 Аңлатманы гадиләштерегез:
а) $(x^3)^2 \cdot (-x^3)^4$; в) $(x^7)^5 \cdot (-x^2)^6$;
б) $(-y^3)^7 \cdot (-y^4)^5$; г) $(-c^9)^4 \cdot (c^5)^2$.

581 Килеп чыккан тигезлек бердәйлек булырлык итеп, p хәрефен аңлатма белән алмаштырыгыз:
а) $p^5 = x^{20}$; б) $p^7 = x^{21}$; в) $p^3c^8 = c^{20}$; г) $y^7 \cdot (y^2)^4 = p^5$.

582 Дәрәҗә рәвешендә күрсәтегез:
а) $4^5 \cdot 2^{21}$; б) $25^{13} : 5^{11}$; в) $8^5 \cdot 16^{13}$; г) $27^{10} : 9^{15}$.

583 Аңлатманы x^n яки $-x^n$ рәвешендә күрсәтегез:
а) $(-x^3)^7$; б) $(-x^2)^5$; в) $(-x)^4x^8$; г) $(-x^5)^7 \cdot (x^2)^3$.

584 а) 2^{15}; б) 2^6 саннарын күрсәткече 1 гә тигез булмаган дәрәҗә рәвешендә ничә ысул белән күрсәтергә мөмкин?

585 Нинди шарт үтәлгәндә:
а) ике санның квадратлары суммасы нульгә тигез;
б) ике сан суммасының квадраты нульгә тигез?

586 Натураль a саны берәмлеккә тәмамлана. a санының натураль күрсәткечле дәрәҗәсе нинди цифрга тәмамланыр? Мондый аналогик үзлек тагын нинди цифрлар өчен үтәлә?

587 Теләсә нинди натураль k өчен:
а) 3^{4k} санының берәмлеккә тәмамланганын;
б) $10^k - 1$ санының 3 кә кабатлы икәнен исбатлагыз.

7 нче параграфка

588 а) $a = 0$; 1; -1; $-0{,}1$; 0,2 булганда, $7a^3$;
б) $x = 2$; -3; 20; $-0{,}2$; 0,5 булганда, $-4x^3$ бербуынының кыйммәтен исәпләгез.

589 а) $a = -6$, $a = \frac{3}{4}$, $a = -\frac{5}{9}$,
$b = 3\frac{1}{3}$; $b = -\frac{2}{3}$; $b = -1\frac{3}{5}$
булганда, $-4{,}5ab$;

б) $x = -4$, $y = 8$; $x = 6$, $y = -\frac{1}{9}$; $x = -1$, $y = 125$; $x = 18$, $y = 0$ булганда, $0{,}001x^3y$;

в) $m = -1\frac{1}{3}$, $n = 1\frac{1}{4}$; $m = -0{,}2$, $n = -0{,}5$; $m = 0$, $n = -6$; $m = \frac{1}{6}$, $n = 3\frac{1}{5}$ булганда, $225m^2n^2$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

590 Бербуынның дәрәҗәсе нинди:

а) $3x^3y^7$; в) a^9b^9; д) $-8x^0$;
б) $-10ab^2c^3$; г) $-xyz$; е) 2,4?

591 Аңлатманы стандарт бербуын рәвешендә языгыз һәм дәрәҗәсен күрсәтегез:

а) $5ab \cdot 0{,}7bc \cdot 40ac$; г) $-a^3b \cdot 3a^2b^4$;
б) $-0{,}45bd \cdot \left(-1\frac{1}{9}ad\right) \cdot 9ab$; д) $0{,}6x^3y \cdot (-0{,}5xy^3)$;
в) $-1{,}9ab \cdot (-16abc) \cdot (-0{,}5c)$; е) $-0{,}32m^7n^4 \cdot \left(-3\frac{1}{8}m^3n^6\right)$.

592 Һәр бербуынның дәрәҗәсе а) өчкә; б) дүрткә тигез булырлык итеп, коэффициенты 5 кә тигез булган һәм x, y үзгәрешлеләрен эченә алган стандарт рәвештәге барлык мөмкин булган бербуыннарны төзегез.

593 Бербуыннарны тапкырлагыз:

а) $-8x^2y^3$ һәм $0{,}2xy^3$; г) $1{,}25xy^2$, $-0{,}4yz^2$ һәм $-0{,}3x^2z$;
б) m^2n^2 һәм $0{,}5m^3n$; д) $-2{,}5abc$, $-abc$ һәм $3{,}4a^2b$;
в) $-2{,}4x^3a$ һәм $-0{,}5xy^3$; е) $0{,}8a^5bx$, $-0{,}4ab^2x^3$ һәм $-0{,}5ab^4x^3$.

594 Аңлатманы берсе $20x^4y$ ка тигез булган стандарт рәвештәге ике бербуынның тапкырчыгышы рәвешендә күрсәтегез:

а) $100x^5y^3$; б) $-30x^4y^5$; в) $-4x^{16}y$; г) $x^{10}y^2$.

595 Бирелгән бербуынны нинди дә булса стандарт рәвештәге ике бербуынның тапкырчыгышы рәвешендә күрсәтегез:

а) $-8a^5c^3$; б) $-b^6y^9$; в) $60x^{10}y^{10}$.

596 Аңлатманы аңа бердәй тигез булган стандарт рәвештәге бербуынга үзгәртегез:

а) $(-10ab^{12})^2$; в) $(-3xy^2a^3)^3$;
б) $(-0{,}2x^4y)^4$; г) $(-0{,}5ab^2c^3)^4$.

597 Бербуыннарның тапкырчыгышын нинди дә булса бербуынның дәрәҗәсе рәвешендә күрсәтегез:

а) $27a^2b^5 \cdot 3a^{10}b^3$; в) $0{,}01b^5c^3 \cdot (-0{,}1bc^6)$;
б) $-64a^8x^{11} \cdot (-0{,}25\ a^2x^9)$; г) $-\frac{9}{16}p^9q^{14} \cdot \frac{3}{4}p^3q^4$.

598 Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $(-0{,}2y)^3 \cdot 50y^2$;

б) $-60c^6 \cdot (-0{,}5c^2)^3$;

в) $(-0{,}6x^3)^2 \cdot (-5x^4)$;

г) $(-3a^4b)^2 \cdot \frac{7}{9}a^{12}b^8$;

д) $-\frac{1}{2}bc^2 \cdot \left(\frac{2}{3}b^3c^5\right)^3$;

е) $(-0{,}4x^5y^6)^3 \cdot (-1000x^5y^{10})$.

599 Стандарт бербуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $(2ab)^2 \cdot (-3ab)^3$;

б) $(-0{,}2xy)^3 \cdot (-5xy)^2$;

в) $-(3xy)^2 \cdot (-3x)^3$;

г) $-(-0{,}5ac^2)^2 \cdot (-2a^2c)^3$;

д) $(-3mn^2)^4 \cdot (-m^2n)^3$;

е) $\left(\frac{2}{3}a^2b^2\right)^2 \cdot (-3ab)^4$.

600 Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $(-x^2y^2)^4 \cdot (-xy)^2$;

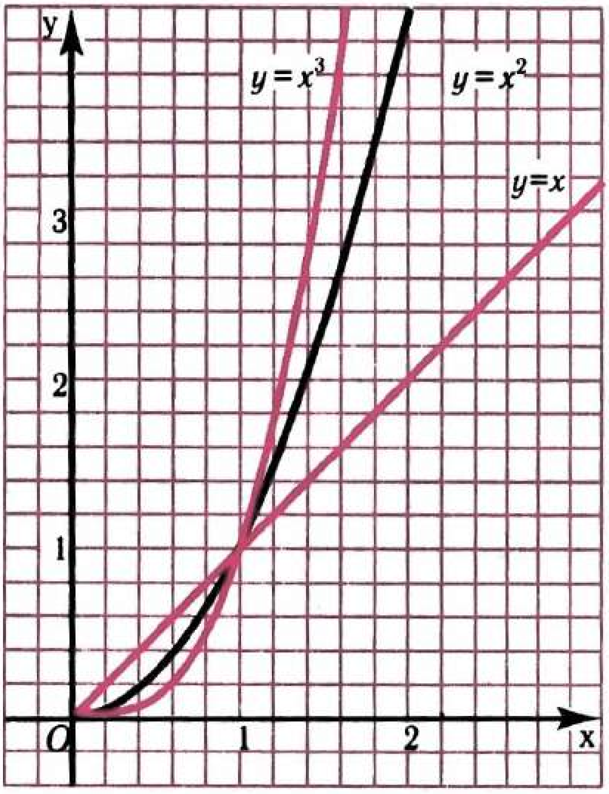
б) $-\left(\frac{1}{3}xy^3\right)^2 \cdot (-3x)^3$;

в) $(-2x^3y)^3 \cdot (-2y^2)^3$;

г) $\left(\frac{1}{3}a^2b\right)^3 \cdot (9ab^2)^2$;

д) $(-5a^3b)^2 \cdot \left(\frac{1}{5}ab^3\right)^3$;

е) $\left(-\frac{2}{7}ab^4\right)^2 \cdot \left(-3\frac{1}{2}a^3b\right)^2$.



Рәс. **48**

601 Аңлатманы 3 саны белән ниндидер аңлатма квадратының тапкырчыгышы рәвешендә күрсәтегез:

а) $3m^4n^2$; б) $12x^6y^4z^2$; в) $\frac{3}{4}m^8n^4$.

602 $P(-4; b)$ ноктасы $y = x^2$ формуласы белән бирелгән функция графигыныкы икәне билгеле. b нын кыйммәтен табыгыз. $Q(4; b)$ ноктасы бу функция графигыныкы буламы?

603 48 нче рәсемдә $y = x$, $y = x^2$; $y = x^3$ функцияләренең графиклары төзелгән. Графиклардан файдаланып чагыштырыгыз:

а) 0,23 һәм $0{,}23^2$; 0,23 һәм $0{,}23^3$; $0{,}23^2$ һәм $0{,}23^3$;

б) 1,47 һәм $1{,}47^2$; 1,47 һәм $1{,}47^3$; $1{,}47^2$ һәм $1{,}47^3$.

604 $A(a; b)$ ноктасы а) $y = x^2$; б) $y = x^3$ функциясенең графигында ята. $B(-a; b)$, $C(a; -b)$, $D(-a; -b)$ нокталары бу графикныкы булырмы?

605 Әгәр а) $0 < a < 1$; б) $a > 1$; в) $-1 < a < 0$; г) $a < -1$ булса, a, a^2 һәм a^3 саннарын үсә бару тәртибендә урнаштырыгыз.

606 y санын унарлы вакланма рәвешендә күрсәтегез һәм бу вакланманы унынчы, йөзенче, меңенче өлешләргә кадәр түгәрәкләгез. Һәр очрак өчен якынча кыйммәтнең абсолют хатасын табыгыз:

а) $y = \frac{1}{9}$; б) $y = \frac{4}{11}$.

607 $\frac{2}{11}$ санының кайсы якынча кыйммәте төгәлрәк: 0,18 яки 0,19?

608 $\pi = 3{,}14159...$ санының дүрт якынча кыйммәте: 3,141; 3,142; $3\frac{1}{7}$; $3\frac{10}{71}$ арасыннан кайсысы төгәлрәк?

609 1,4 саны 1,361 санының 0,1 гә кадәр төгәллектәге якынча кыйммәте икәнен исбатлагыз.

610 $\frac{7}{16}$ санын унарлы вакланма рәвешендә языгыз һәм бу вакланманы а) унынчы; б) йөзенче; в) меңенче өлешләргә кадәр түгәрәкләгез. Түгәрәкләгәндә килеп чыккан якынча кыйммәтләрнең төгәллеген күрсәтегез.

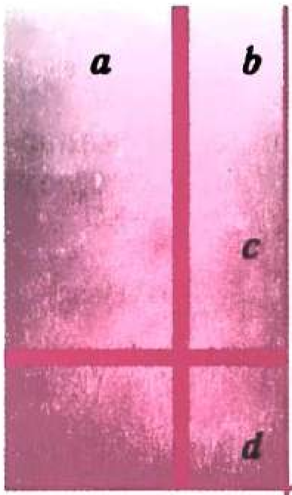
611 $\frac{2}{7} + \frac{5}{14}$ суммасында һәр кушылучыны өтердән соң берурынлы унарлы вакланма рәвешендә күрсәтеп, кушу гамәлен эшләделәр. Кушылучыларның һәм сумманың якынча кыйммәтләренең абсолют хатасын табыгыз.

612 a һәм b саннарының арифметик уртасы бу саннарның теләсә кайсының аларның ярымаермасына кадәр төгәллектәге якынча кыйммәте була. Шуны исбатлагыз.

613 Санны дистәләргә кадәр түгәрәкләгез һәм түгәрәкләүнең чагыштырма хатасын процентларда бәяләгез: а) 38,9; б) 4219.

614 Тимер юл вагонының массасы $M \approx 63$ т (0,5 т га кадәр төгәллек белән), дару дозасының массасы $m \approx 0{,}15$ г (0,01 г га кадәр төгәллек белән) булса, аларның үлчәү сыйфатларын чагыштырыгыз.

615 Приборда үлчәгәндәге чагыштырма хата чиге 0,1% ка тигез икәнлеге күрсәтелгән. Нindидер зурлыкны үлчәү нәтиҗәсендә 492 килеп чыга. Үлчәү нинди төгәллек белән башкарылган?



IV бүлек

Күпбуыннар

§ 9. Күпбуыннарның суммасы һәм аермасы

24. Күпбуын һәм аның стандарт рәвеше

$4x^2y - 5xy + 3x - 1$ аңлатмасы $4x^2y$, $-5xy$, $3x$ һәм -1 бербуыннарының суммасы булып тора. Мондый аңлатмаларны *күпбуыннар* дип атыйлар.

Билгеләмә. **Күпбуын дип бербуыннар суммасын атыйлар.**

Күпбуынны төзүче бербуыннарны *күпбуынның буыннары*, диләр. Мисал өчен, $4x^2y - 5xy + 3x - 1$ күпбуыны $4x^2y$, $-5xy$, $3x$ һәм -1 буыннарыннан тора.

[redacted] Күпбуын ике буыннан торса, аны — икебуын, өч буыннан торса, өчбуын дип атыйлар. Бербуынны бер буыннан торучы күпбуын дип исәплиләр.

$5a^2b + 2 + 4ab^2 - 3a^2b - 7$ күпбуынында $5a^2b$ һәм $-3a^2b$ буыннары охшаш кушылучылар була, чөнки аларның хәрефле өлешләре бер үк. Хәрефле өлешләре булмаган 2 һәм -7 буыннары да охшаш кушылучылар булыр. Күпбуындагы охшаш кушылучыларны *күпбуынның охшаш буыннары* дип атыйлар, ә андагы охшаш кушылучыларны берләштерү *күпбуынның охшаш буыннарын берләштерү* дип атала.

1 нче мисал $5a^2b + 2 + 4ab^2 - 3a^2b - 7$ күпбуынындагы охшаш буыннарны берләштерик:

▶ $$5a^2b + 2 + 4ab^2 - 3a^2b - 7 =$$
$$= (5a^2b - 3a^2b) + 4ab^2 + (2 - 7) = 2a^2b + 4ab^2 - 5.$$ ◁

$2a^2b + 4ab^2 - 5$ күпбуынының һәр буыны стандарт рәвешле бербуын була, бу күпбуынның охшаш буыннары юк. Мондый күпбуыннар *стандарт рәвешле күпбуын* дип атала.

Теләсә нинди күпбуынны стандарт рәвешкә китерергә була. Моның өчен аның һәр буынын стандарт рәвешкә китереп, охшаш буыннарны берләштерергә кирәк.

Стандарт рәвешле $8xy + 6x^2y^3 - 9$ күпбуынының буыннары булып икенче, бишенче һәм нуль дәрәҗәдәге бербуыннар тора. Бу дәрәҗәләрнең иң зурысын *күпбуынның дәрәҗәсе* дип атыйлар. Шулай итеп, $8xy + 6x^2y^3 - 9$ күпбуыны бишенче дәрәҗәдәге күпбуын була.

Стандарт рәвешле күпбуынның дәрәҗәсе дип аңа кергән бербуыннар дәрәҗәләренең иң зурысын атыйлар.

Ирекле күпбуын дәрәҗәсе дип аңа бердәй тигез булган стандарт рәвешле күпбуын дәрәҗәсен атыйлар.

1 нче мисал $3a^4 + 8ab - 2a^4 - a^4 + 5b$ күпбуынының дәрәҗәсе күпмегә тигез булуын ачыклыйк.

▶ Моның өчен аны стандарт рәвешкә китерәбез:

$$3a^4 + 8ab - 2a^4 - a^4 + 5b = 8ab + 5b.$$

$8ab + 5b$ күпбуынының дәрәҗәсе икегә тигез, шуңа күрә $3a^4 + 8ab - 2a^4 - a^4 + 5b$ күпбуынының да дәрәҗәсе ике була. ◁

Күнегүләр

616 Күпбуынның һәр буынын әйтегез:

а) $-6x^4 + y^3 - 5y + 11$;

б) $25ab + ab^2 - a^2b + 8a - 7b$.

617 Күпбуында охшаш буыннарны берләштерегез:

а) $10x - 8xy - 3xy$;

б) $2ab - 7ab + 7a^2$;

в) $3x^4 - 5x + 7x^2 - 8x^4 + 5x$;

г) $2a^3 + a^2 - 17 - 3a^2 + a^3 - a - 80$;

д) $12ab^2 - b^3 - 6ab^2 + 3a^2b - 5ab^2 + 2b^3$;

е) $2a^2 - ax^3 - a^4 - a^2x^3 + ax^3 + 2a^4$.

618 Күпбуынның охшаш буыннарын берләштерегез:

а) $-a^4 + 2a^3 - 4a^4 + 2a^2 - 3a^2$;

б) $1 + 2y^6 - 4y^3 - 6y^6 + 4y^3 - y^5 - 9$;

в) $10x^2y - 5xy^2 - 2x^2y + x^2y - 3xy^2$;

г) $3ab^3 + 6a^2b^2 - ab^3 - 2a^2b^2 - 4a^2b^2 + 7$.

619 Күпбуынны стандарт рәвешкә китерегез:

а) $-8p^4+12p^3+4p^4-8p^2+3p^2$;

б) $2aa^2+a^2-3a^2+a^3-a$;

в) $3xx^4+3xx^3-5x^2x^3-5x^2x$;

г) $3a\cdot 4b^2-0{,}8b\cdot 4b^2-2ab\cdot 3b+b\cdot 3b^2-1$.

620 Күпбуынны стандарт рәвештә языгыз:

а) $2a^2x^3-ax^3-a^4-a^2x^3+ax^3+2a^4$;

б) $5x\cdot 2y^2-5x\cdot 3xy-x^2y+6xy^2$.

621 а) $x=-10$ булганда, $5x^6-3x^2+7-2x^6-3x^6+4x^2$;

б) $a=-3$, $b=2$ булганда, $4a^2b-ab^2-3a^2b+ab^2-ab+6$ күпбуынының кыйммәтен табыгыз.

622 а) $a=-3$ булганда, $6a^3-a^{10}+4a^3+a^{10}-8a^3+a$;

б) $x=-2$, $y=-1$ булганда, $4x^6y^3-3x^6y^3+2x^2y^2-x^6y^3-x^2y^2+y$ күпбуынының кыйммәтен табыгыз.

623 $x=0;\ -2;\ 3;\ -4$ булганда, $2x^2+1$ күпбуынының кыйммәтен табыгыз. x ның аны алганда күпбуынның кыйммәте нульгә тигез; тискәре булырлык кыйммәте бармы?

624 x^2+y^2+1 күпбуынының x һәм y ның теләсә нинди кыйммәтләре өчен уңай кыйммәтләр алганлыгын исбат итегез.

625 а) a дистәдән һәм b берәмлектән;

б) a йөздән, b дистәдән һәм c берәмлектән торган санны күпбуын рәвешендә языгыз.

626 Күпбуынны үзгәрешленең дәрәҗәсе кими бару тәртибендә языгыз:

а) $17a^4-8a^5+3a-a^3-1$; б) $35-c^6+5c^2-c^4$.

627 Үзгәрешленең дәрәҗәсе үсә бару тәртибендә языгыз:

а) x^4-5-x^2+12x; б) $2y+y^3-y^2+1$.

628 Күпбуынның дәрәҗәсе нинди:

а) $4a^6-2a^7+a-1$; г) $4xy+xy^2-5x^2+y$;

б) $5p^3-p-2$; д) $8x^4y+5x^2y^3-11$;

в) $1-3x$; е) $xy+yz+xz-1$?

629 а) Бер үзгәрешлене; б) ике үзгәрешлене эченә алган дүртенче дәрәҗәдәге күпбуын төзегез.

630 Микрокалькуляторлар кулланып, күпбуынның кыйммәтен табыгыз:

а) $x=1{,}97$ булганда, $x^2+4{,}23$;

б) $a=2{,}3$, $b=138{,}9$ булганда, a^4+2b.

Кабатлау өчен күнегүләр

631 Тигезләмәне чишегез:

а) $0{,}3y = 70$; б) $\frac{5}{8}x = -1$; в) $\frac{1}{9}a = -\frac{3}{7}$.

632 Исәпләгез:

а) $\frac{5^3 \cdot 25^2}{5^8}$; б) $\frac{2^5 \cdot 8}{4^4}$; в) $\frac{4^5 \cdot 3^8}{6^9}$.

633 $y = 0{,}01x$ функциясе аргумент нинди кыйммәт алганда, түбәндәге кыйммәтләргә ия була: а) 240; б) -100?

634 Языгыз:

а) зуррагы $2n$ га тигез булган эзлекле килүче ике җөп санның суммасын;

б) кечерәге $2n - 1$ гә тигез булган эзлекле килүче өч так санның суммасын.

25. Күпбуыннарны кушу һәм алу

$5x^2 + 7x - 9$ һәм $-3x^2 - 6x + 8$ күпбуыннарын кушыйк.

Моның өчен аларның суммасын төзибез, аннары җәяләрне ачабыз һәм табылган күпбуынның охшаш буыннарын берләштерәбез:

$$(5x^2 + 7x - 9) + (-3x^2 - 6x + 8) =$$
$$= 5x^2 + 7x - 9 - 3x^2 - 6x + 8 = 2x^2 + x - 1.$$

$5x^2 + 7x - 9$ һәм $-3x^2 - 6x + 8$ күпбуыннарының суммасын без $2x^2 + x - 1$ күпбуыны рәвешендә күрсәттек. Гомумән, теләсә нинди күпбуыннар суммасын күпбуын рәвешендә күрсәтеп була.

$x^3 + 5x^2 - x + 8$ күпбуынынннан $x^3 - 7x - 1$ күпбуынын алыйк.

Моның өчен аларның аермасын төзибез, җәяләрне ачабыз һәм табылган күпбуынның охшаш буыннарын берләштерәбез:

$$(x^3 + 5x^2 - x + 8) - (x^3 - 7x - 1) =$$
$$= x^3 + 5x^2 - x + 8 - x^3 + 7x + 1 = 5x^2 + 6x + 9.$$

$x^3 + 5x^2 - x + 8$ һәм $x^3 - 7x - 1$ күпбуыннары аермасын без күпбуын рәвешендә күрсәттек. Гомумән, теләсә нинди күпбуыннар аермасын күпбуын рәвешендә күрсәтеп була.

Шулай итеп, күпбуыннарны кушканда һәм алганда, күпбуын килеп чыга.

Кайвакытта мәсьәләнең киресен чишәргә — күпбуыннарны күпбуыннарның суммасы яки аермасы рәвешендә күрсәтергә кирәк була. Ул вакытта мондый кагыйдәне кулланалар:

жәяләр алдына «плюс» тамгасы куелса, җәяләр эченә алынган буыннарны үз тамгалары белән язалар;
әгәр да җәяләр алдына «минус» тамгасы куелса, җәяләр эченә алынган буыннарны капма-каршы тамгалары белән язалар.

Мәсәлән,

$$3x - 2y + b = 3x + (-2y + b),$$
$$3x - 2y + b = 3x - (2y - b).$$

Күнегүләр

635 а) $4x^3 - 5x - 7$ һәм $x^3 - 8x$ күпбуыннарының суммасын төзегез һәм аны стандарт күпбуын рәвешенә китерегез.
б) $5y^2 - 9$ һәм $7y^2 - y + 5$ күпбуыннарының аермасын төзегез һәм аны стандарт күпбуын рәвешенә китерегез.

636 $2a^3 - 5a + 5$ һәм $a^3 - 4a - 2$ күпбуыннары бирелгән:
а) бу күпбуыннарның суммасын;
б) аларның беренчесе белән икенчесенең аермасын;
в) икенчесе белән беренчесенең аермасын төзеп, аны гадиләштерегез.

637 Стандарт күпбуын рәвешенә китерегез:
а) $(1 + 3a) + (a^2 - 2a)$;
б) $(2x^2 + 3x) + (-x + 4)$;
в) $(y^2 - 5y) + (5y - 2y^2)$;
г) $(b^2 - b + 7) - (b^2 + b + 8)$;
д) $(8n^3 - 3n^2) - (7 + 8n^3 - 2n^2)$;
е) $(a^2 + 5a + 4) - (a^2 + 5a - 4)$.

638 Аңлатманы гадиләштерегез:
а) $5{,}2a - (4{,}5a + 4{,}8a^2)$;
б) $-0{,}8b^2 + 7{,}4b + (5{,}6b - 0{,}2b^2)$;
в) $8x^2 + (4{,}5 - x^2) - (5{,}4\ x^2 - 1)$;
г) $(7{,}3y - y^2 + 4) + 0{,}5y^2 - (8{,}7y - 2{,}4y^2)$.

639 Стандарт күпбуын рәвешенә китерегез:
а) $18x^2 - (10x - 5 + 18x^2)$;
б) $-12c^2 + 5c + (c + 11c^2)$;
в) $(b^2 + b - 1) - (b^2 - b + 1)$;
г) $(15 - 7y^2) - (y^3 - y^2 - 15)$.

640 Аңлатмаларның суммасын һәм аермасын табыгыз:
а) $a + b$ һәм $a - b$;
б) $a - b$ һәм $a + b$;
в) $-a - b$ һәм $a - b$;
г) $a - b$ һәм $b - a$.

641 а) $(x - y) + (y - z) + (z - x)$ аңлатмасының бердәй 0 гә;
б) $(a^2 - 5ab) - (7 - 3ab) + (2ab - a^2)$ аңлатмасының бердәй -7 гә тигез булганлыгын исбатлагыз.

642 M урынына күпбуынны куйгач, түбәндәге тигезлек бердәйлек булырлык күпбуын табыгыз:
а) $M + (5x^2 - 2xy) = 6x^2 + 9xy - y^2$;
б) $M - (4ab - 3b^2) = a^2 - 7ab + 8b^2$;
в) $(4c^4 - 7c^2 + 6) - M = 0$.

643 Нинди күпбуын белән $5x^2 - 3x - 9$ күпбуынының суммасы: а) 0; б) 18; в) $2x - 3$; г) $x^2 - 5x + 6$ га бердәй тигез булыр?

644 Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $(a^2 - 0{,}45a + 1{,}2) + (0{,}8a^2 - 1{,}2a) - (1{,}6a^2 - 2a)$;

б) $(y^2 - 1{,}75y - 3{,}2) - (0{,}3y^2 + 4) - (2y - 7{,}2)$;

в) $6xy - 2x^2 - (3xy + 4x^2 + 1) - (-xy - 2x^2 - 1)$;

г) $-(2ab^2 - ab + b) + 3ab^2 - 4b - (5ab - ab^2)$.

645 Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $8a^2b + (-5a^2b + 4b^2) + (a^2b - 5b^2 + 2)$;

б) $(xy + x^2 + y^2) - (x^2 + y^2 - 2xy) - xy$.

646 а) $a = 2$ һәм $b = 5$; б) $a = -2$ һәм $b = 3$ булганда,

$$(5{,}7a^2b - 3{,}1ab + 8b^3) - (6{,}9ab - 2{,}3a^2b + 8b^3)$$

аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

647 а) $x = -0{,}25$ һәм $y = 4$; б) $x = -5$ һәм $y = 0{,}1$ булганда,

$$5x^2 - (3xy - 7x^2) + (5xy - 12x^2)$$

аңлатмасының кыйммәтен исәпләп чыгарыгыз.

648 $0{,}7x^4 + 0{,}2x^2 - 5$ һәм $-0{,}3x^4 + \frac{1}{5}x^2 - 8$ күпбуыннарының аермасы x ның теләсә нинди кыйммәтләрендә уңай кыйммәтләр ала. Шуны исбатлагыз.

649 Укучыларга, «$a = -0{,}25$ булганда,

$$(7a^3 - 6a^2b + 5ab^2) + (5a^3 + 7a^2b + 3ab^2) - (10a^3 + a^2b + 8ab^2)$$

аңлатмасының кыйммәтен табарга» дигән мәсьәлә чишәргә тәкъдим ителгән. Укучыларның берсе мәсьәләдә биремнәр җитмәгәнлеген әйтә. Ул хаклымы?

650 Нинди икебуынга $x^2 + y^2 - 2xy + 1$ күпбуынын кушкач, нәтиҗәдә:

а) x үзгәрешлесен эченә алмаган;

б) y үзгәрешлесен эченә алмаган күпбуын килеп чыгар?

651

$$\left(\frac{3}{5}x^2 - 0{,}4xy - 1{,}5y + 1\right) - \left(y^2 - \frac{2}{5}xy + 0{,}6x^2\right)$$

аңлатмасының кыйммәте x ка бәйле булмавын исбатлагыз.

652 Аңлатманың кыйммәте үзгәрешленең кыйммәтенә бәйле булмавын исбатлагыз:

а) $1{,}7 - 10b^2 - (1 - 3b^2) + (2{,}3 + 7b^2)$;

б) $1 - b^2 - (3b - 2b^2) + (1 + 3b - b^2)$.

653 $x = 5a^2 + 6ab - b^2$, $y = -4a^2 + 2ab + 3b^2$, $z = 9a^2 + 4ab$ булсын. Бу күпбуыннарны түбәндә бирелгән аңлатмаларда x, y һәм z урынына куегыз һәм аларны гадиләштерегез:

а) $x + y + z$; б) $x - y - z$.

654 Тигезләмәне чишегез:

а) $(23 + 3x) + (8x - 41) = 15$;

б) $(19 + 2x) - (5x - 11) = 25$;

в) $(3{,}2y - 1{,}8) - (5{,}2y + 3{,}4) = -5{,}8$;

г) $1 - (0{,}5x - 15{,}8) = 12{,}8 - 0{,}7x$;

д) $3{,}8 - 1{,}5y + (4{,}5y - 0{,}8) = 2{,}4y + 3$;

е) $4{,}2y + 0{,}8 = 6{,}2y - (1{,}1y + 0{,}8) + 1{,}2$.

655 Тигезләмәне чишегез:

а) $8y - 3 - (5 - 2y) = 4{,}3$;

б) $0{,}5y - 1 - (2y + 4) = y$;

в) $-8x + (4 + 3x) = 10 - x$;

г) $1{,}3x - 2 - (3{,}3x + 5) = 2x + 1$.

656 Аңлатманы нинди дә булса икебуыннар суммасы рәвешендә күрсәтегез:

а) $3x^3 - 2x^2 - x + 4$; б) $-5y^4 + 4y^3 + 3y^2 - 2y$.

657 Аңлатманы нинди дә булса ысул белән бербуын һәм өчбуын аермасы рәвешендә күрсәтегез:

а) $x^3 + 2x^2 - 3x - 5$; б) $3a^4 + 2a^3 + 5a^2 - 4$.

658 а) Эзлекле килүче өч натураль сан суммасының 3 кә кабатлы; б) эзлекле килүче дүрт натураль сан суммасының 4 кә кабатлы икәнлеген исбатлагыз.

Кабатлау өчен күнегүләр

659 $x = 1{,}8$ булганда, $y = x^2$ функциясенең кыйммәтен аның графигы (42 нче рәсемне карагыз) буенча һәм исәпләү юлы белән табыгыз. График буенча табылган якынча кыйммәтнең абсолют һәм чагыштырма хаталарын исәпләп чыгарыгыз.

660 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $a = \frac{2}{3}$, $b = \frac{5}{6}$ булганда, $6(2a - b)$;

б) $a = \frac{1}{3}$, $b = 0{,}2$ булганда, $15\left(\frac{a}{5} + \frac{b}{3}\right)$.

661 Аңлатманы бербуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $(2x^2)^3 \cdot \frac{1}{4}x^2$; в) $-0{,}2a^2b^3 \cdot (-5a^3b^2)^2$;

б) $(-3y^4)^3 \cdot \frac{1}{9}y^5$; г) $(-0{,}5c^4d)^3 \cdot (-4c^2d^2)^2$.

662 $x = 1{,}4$, $y = 0{,}157$ булса, $x^3 - y$ аңлатмасының кыйммәтен микрокалькулятор ярдәмендә табыгыз.

Контроль сораулар

1. Күпбуын билгеләмәсен әйтегез.
2. $5a^2x + ax^2 - 4ax \cdot \frac{1}{2}x$ күпбуыны мисалында күпбуынны стандарт рәвешкә ничек китерергә икәнен аңлатыгыз.
3. Күпбуынның дәрәҗәсе дип нәрсәне атыйлар? Өченче дәрәҗә күпбуынга мисал китерегез.
4. $5x^2 - x + 4$ күпбуынында соңгы ике буынны, җәяләр алдына: а) «плюс» тамгасы; б) «минус» тамгасы куеп, җәяләр эченә алыгыз.

§ 10. Бербуын белән күпбуын тапкырчыгышы

26. Бербуынны күпбуынга тапкырлау

$9n^3$ бербуынын $7n^2 - 3n + 4$ күпбуынына тапкырлыйк. Аларның тапкырчыгышын төзибез һәм, тапкырлауның тарату законын кулланып, тапкырчыгышны үзгәртәбез:

$$9n^3(7n^2 - 3n + 4) =$$
$$= 9n^3 \cdot 7n^2 - 9n^3 \cdot 3n + 9n^3 \cdot 4 = 63n^5 - 27n^4 + 36n^3.$$

Без, бербуынны күпбуынның һәр буынына тапкырлап һәм килеп чыккан нәтиҗәләрне кушып, $9n^3$ бербуыны белән $7n^2 - 3n + 4$ күпбуыны тапкырчыгышын $63n^5 - 27n^4 + 36n^3$ күпбуыны рәвешендә күрсәттек.

Бербуын белән күпбуын тапкырчыгышын һәрвакытта да күпбуын рәвешендә күрсәтеп була.

Моның өчен түбәндәге кагыйдәне кулланалар:
Бербуынны күпбуынга тапкырлау өчен, бу бербуынны күпбуынның һәр буынына тапкырлап, килеп чыккан тапкырчыгышларны кушарга кирәк.

1 нче мисал $-3a^2$ бербуынын $4a^3 - a + 1$ күпбуынына тапкырлыйк:

▶ $-3a^2(4a^3 - a + 1) = -3a^2 \cdot 4a^3 - 3a^2 \cdot (-a) - 3a^2 \cdot 1 =$
$= -12a^5 + 3a^3 - 3a^2.$

Арадагы нәтиҗәләрне язмасак, язманың кыскарак булуын күрсәтеп китик:

$$-3a^2(4a^3 - a + 1) = -12a^5 + 3a^3 - 3a^2. \triangleleft$$

2 нче мисал $3x^2 - 2x\,(x + 8)$ аңлатмасын гадиләштерик:

▶ $3x^2 - 2x(x + 8) = 3x^2 - 2x^2 - 16x = x^2 - 16x.$ ◁

Бербуынны күпбуынга тапкырлау тигезләмәләрне чишкәндә еш кулланыла.

3 нче мисал $8-5x(x-7)=1-5x^2$ тигезләмәсен чишик.

▶
$$8-5x(x-7)=1-5x^2;$$
$$8-5x^2+35x=1-5x^2;$$
$$-5x^2+35x+5x^2=1-8;$$
$$35x=-7;$$
$$x=-0{,}2. \ \triangleleft$$

4 нче мисал $\frac{2x-1}{9}-\frac{x+5}{6}=2$ тигезләмәсен чишик.

▶ Тигезләмәнең ике кисәген дә вакланмаларның уртак ваклаучыларына, ягъни 18 санына тапкырлап табабыз:

$$\left(\frac{2x-1}{9}-\frac{x+5}{6}\right)\cdot 18=2\cdot 18;$$
$$\frac{2x-1}{9}\cdot 18-\frac{x+5}{6}\cdot 18=36;$$
$$2(2x-1)-3(x+5)=36;$$
$$4x-2-3x-15=36;$$
$$x=53. \ \triangleleft$$

Күнегүләр

663 Тапкырлагыз:

а) $2x(x^2-7x-3)$;
б) $4b^2(5b^2-3b-2)$;
в) $(3a^3-a^2+a)(-5a^3)$;
г) $(y^2-2{,}4y+6)\cdot 1{,}5y$;
д) $-0{,}5x^2(-2x^2-3x+4)$;
е) $(-3y^2+0{,}6y)(-1{,}5y^3)$.

664 Тапкырчыгышны күпбуынга үзгәртегез:

а) $3ab(a^2-2ab+b^2)$;
б) $-x^2y(x^2y^2-x^2-y^2)$;
в) $2{,}5a^2b(4a^2-2ab+0{,}2b^2)$;
г) $(-2ax^2+3ax-a^2)(-a^2x^2)$;
д) $(6{,}3x^3y-3y^2-0{,}7x)\cdot 10x^2y^2$;
е) $-1{,}4p^2q^6(5p^3q-1{,}5pq^2-2q^3)$.

665 Күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $\frac{2}{7}x(1{,}4x^2-3{,}5y)$;
б) $-\frac{1}{3}c^2(1{,}2d^2-6c)$;
в) $\frac{1}{2}ab\left(\frac{2}{3}a^2-\frac{3}{4}ab+\frac{4}{5}b^2\right)$;
г) $-\frac{2}{5}a^2y^5\left(5ay^2-\frac{1}{2}a^2y-\frac{5}{6}a^3\right)$.

666 Тапкырлагыз:

а) $-3x^2(-x^3+x-5)$;
б) $(1+2a-a^2)\cdot 5a$;
в) $\frac{2}{3}x^2y(15x-0{,}9y+6)$;
г) $-3a^4x(a^2-2ax+x^3-1)$;
д) $(x^2y-xy+xy^2+y^3)\cdot 3xy^2$;
е) $-\frac{3}{7}a^4(2{,}1b^2-0{,}7a+35)$.

667 Аңлатманы гадиләштерегез һәм аның кыйммәтен табыгыз:

а) $x = -1{,}5$ булганда, $3(2x - 1) + 5(3 - x)$;

б) $a = 11$ булганда, $25a - 4(3a - 1) + 7(5 - 2a)$;

в) $y = -0{,}1$ булганда, $4y - 2(10y - 1) + (8y - 2)$;

г) $p = 2$ булганда, $12(2 - 3p) + 35p - 9(p + 1)$.

668 Күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $14b + 1 - 6(2 - 11b)$;

б) $25(2 - 3c) + 16(5c - 1)$;

в) $14(7x - 1) - 7(14x + 1)$;

г) $36(2 - y) - 6(5 - 2y)$.

669 Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $14y + 2y(6 - y)$;

б) $3y^2 - 2y(5 + 2y)$;

в) $4x(x - 1) - 2(2x^2 - 1)$;

г) $5a(a^2 - 3a) - 3a(a^2 - 5a)$;

д) $7b(4c - b) + 4c(c - 7b)$;

е) $-2y(x^3 - 2y) - (x^3y + 4y^2)$;

ж) $3m^2(m + 5n) - 2n(8m^2 - n)$;

з) $6m^2n^3 - n^2(6m^2n + n - 1)$.

670 Күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $6x(x - 3) - x(2 - x)$;

б) $-a^2(3a - 5) + 4a(a^2 - a)$;

в) $ax(2x - 3a) - x(ax + 5a^2)$;

г) $-4m^2(n^2 - m^2) + 3n^2(m^2 - n^2)$.

671 а) $x = 3$; -3 булганда, $-2x(x^2 - x + 3) + x(2x^2 + x - 5)$;
б) $x = 4$ һәм $y = 2$ булганда, $x(x - y) - y(y^2 - x)$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

672 а) $x = -8$; 10 булганда, $5x(2x - 6) - 2{,}5x(4x - 2)$; б) $a = -0{,}6$ һәм $b = -0{,}5$ булганда, $5a(a - 4b) - 4b(b - 5a)$ аңлатмасының кыйммәтен исәпләп чыгарыгыз.

673 Аңлатманы гадиләштерегез:

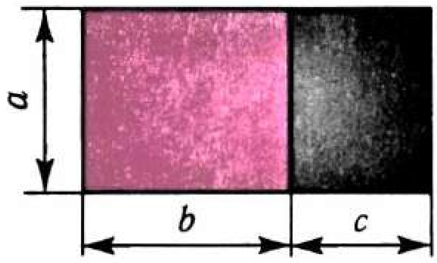
а) $(3a^2)^2 - a^3(1 - 5a)$;

б) $\left(-\frac{1}{2}b\right)^3 - b\left(1 - 2b - \frac{1}{8}b^2\right)$;

в) $x(16x - 2x^3) - (2x^2)^2$;

г) $(0{,}2c^3)^2 - 0{,}01c^4(4c^2 - 100)$.

674 49 нчы рәсем ярдәмендә a, b һәм c ның уңай кыйммәтләре өчен $a(b + c) = ab + ac$ формуласының геометрик мәгънәсен аңлатып бирегез.



Рәс. 49

675 $x(2x + 1) - x^2(x + 2) + (x^3 - x + 3)$ аңлатмасының x теләсә нинди кыйммәт алганда да бер үк кыйммәткә ия булганын исбатлагыз.

676 $y(3y^2 - y + 5) - (2y^3 + 3y - 16) - y(y^2 - y + 2)$ аңлатмасының кыйммәте y ка бәйле булмаганлыгын исбат итегез.

677 Аңлатманың нульгә бердәй тигез икәнлеген исбатлагыз:

а) $a(b - c) + b(c - a) + c(a - b)$;

б) $a(b + c - bc) - b(c + a - ac) + c(b - a)$.

678 $2x(x-6)-3(x^2-4x+1)$ аңлатмасының кыйммәте x теләсә нинди кыйммәтләр алганда да тискәре булганлыгын исбат итегез.

679 Тигезләмәне чишегез:

а) $5x+3(x-1)=6x+11$;
б) $3x-5(2-x)=54$;
в) $8(y-7)-3(2y+9)=15$;
г) $0{,}6-0{,}5(y-1)=y+0{,}5$;
д) $6+(2-4x)+5=3(1-3x)$;
е) $0{,}5(2y-1)-(0{,}5-0{,}2y)+1=0$;
ж) $0{,}15(x-4)=9{,}9-0{,}3(x-1)$;
з) $3(3x-1)+2=5(1-2x)-1$.

680 Тигезләмәнең тамырын табыгыз:

а) $3x(2x-1)-6x(7+x)=90$;
б) $1{,}5x(3+2x)=3x(x+1)-30$;
в) $5x(12x-7)-4x(15x-11)=30+29x$;
г) $24x-6x(13x-9)=-13-13x(6x-1)$.

681 Тигезләмәне чишегез:

а) $3(-2x+1)-2(x+13)=7x-4(1-x)$;
б) $-4(5-2a)+3(a-4)=6(2-a)-5a$;
в) $3y(4y-1)-2y(6y-5)=9y-8(3+y)$;
г) $15x+6x(2-3x)=9x(5-2x)-36$.

682 Үзгәрешле нинди кыйммәт алганда:

а) $2(3-5c)$ аңлатмасының кыйммәте $4(1-c)$ аңлатмасының кыйммәтеннән 1 гә кечерәк?

б) $-3(2x+1)$ аңлатмасының кыйммәте $8x+5$ аңлатмасы кыйммәтеннән 20 гә артыграк?

в) $5x+7$ аңлатмасының кыйммәте $61-10x$ аңлатмасы кыйммәтеннән 3 тапкыр кечерәк?

г) $8-y$ аңлатмасының кыйммәте $7+y$ аңлатмасы кыйммәтеннән 2 тапкыр зуррак?

683 Тигезләмәне чишегез:

а) $\frac{x}{4}+\frac{x}{3}=14$;
б) $\frac{a}{2}-\frac{a}{8}=5$;
в) $\frac{y}{4}=y-1$;
г) $2z+3=\frac{2z}{5}$;
д) $\frac{2c}{3}-\frac{4c}{5}=7$;
е) $\frac{5x}{9}+\frac{x}{3}+4=0$;
ж) $\frac{4a}{9}+1=\frac{5a}{12}$;
з) $\frac{5m}{12}-\frac{m}{8}=\frac{1}{3}$;
и) $\frac{3n}{14}+\frac{n}{2}=\frac{2}{7}$.

684 Тигезләмәнең тамырын табыгыз:

а) $\frac{6x-5}{7}=\frac{2x-1}{3}+2$;
б) $\frac{5-x}{2}+\frac{3x-1}{5}=4$;
в) $\frac{5x-7}{12}-\frac{x-5}{8}=5$;
г) $\frac{4y-11}{15}+\frac{13-7y}{20}=2$;
д) $\frac{5-6y}{3}+\frac{y}{8}=0$;
е) $\frac{y}{4}-\frac{3-2y}{5}=0$.

685 Тигезләмәне чишегез:

а) $\frac{3x+5}{5} - \frac{x+1}{3} = 1$; в) $\frac{6y-1}{15} - \frac{y}{5} = \frac{2y}{3}$;

б) $\frac{2p-1}{6} - \frac{p+1}{3} = p$; г) $\frac{12-x}{4} - \frac{2-x}{3} = \frac{x}{6}$.

686 Тигезләмәнең тамырын табыгыз:

а) $1 - \frac{x-3}{2} = \frac{2-x}{3} + 4$; в) $\frac{2m+1}{4} + 3 = \frac{m}{6} - \frac{6-m}{12}$;

б) $\frac{a+13}{10} - \frac{2a}{5} = \frac{3-a}{15} + \frac{a}{2}$; г) $\frac{x+1}{9} - \frac{x-1}{6} = 2 - \frac{x+3}{2}$.

687 Тигезләмәне чишегез:

а) $\frac{6y+7}{4} + \frac{8-5y}{3} = 5$; г) $\frac{2c-1}{9} + \frac{c}{4} = \frac{c+3}{6}$;

б) $\frac{5a-1}{3} = \frac{2a-3}{5} - 1$; д) $\frac{3p-1}{24} - \frac{2p+6}{36} - 1 = 0$;

в) $\frac{11x-4}{7} - \frac{x-9}{2} = 5$; е) $5 - \frac{1-2x}{4} = \frac{3x+20}{6} + \frac{x}{3}$.

688 15 открытка, 10 конверт һәм блокнот өчен 36 сум түләгәннәр. Конверт блокноттан 4 тапкыр арзанрак, ә открыткадан 50 тиенгә кыйммәтрәк. Открытка, конверт, блокнот күпме тора?

689 Өчпочмакның периметры 44 см. Аның бер ягы икенчесеннән 4 см га кыскарак, ә өченчесеннән 2 тапкыр озынрак. Өчпочмакның якларын табыгыз.

690 Яшелчә кибетендә беренче көнне икенче көндәгегә караганда 3 т га кимрәк яшелчә сатылган, ә өченче көнне баштагы ике көндә сатылганның $\frac{5}{9}$ е кадәр сатканнар. Әгәр өч көндә барлыгы 98 т яшелчә сатылган булса, кибет көн саен күпме яшелчә саткан?

691 Бер сарайга икенчесенә караганда 3 тапкыр күбрәк печән тутырганнар. Беренче сарайдан 20 т печән алып, икенчесенә 20 т печән өстәгәч, икенче сарайдагы печән беренче сарайда калганының $\frac{5}{7}$ енә тигез булган. Һәр сарайда күпме печән булган?

692 Яңа кыргыч кулланып, токарь 1 сәгатьтә нормада каралганнан 4 детальгә артыграк деталь ясый башлаган. Шуңа күрә ул көнлек норманы 8 сәг урынына 6 сәг тә үти алган. Токарь норма буенча 1 көндә ничә деталь ясарга тиеш булган?

693 Көн саен 50 га урынына 60 га печән чабып, бригада, планлаштырылганга караганда, болынны 1 көнгә элегрәк чабып бетерүгә ирешкән. Болынның мәйданы күпме?

694 Уртача тизлеген 250 м/мин тан 300 м/мин ка кадәр арттырып, спортчы кыз дистанцияне бер минутка тизрәк йөгереп үтә алган. Дистанция нинди озынлыкта?

695 Туристлар турбазадан ял итү урынына кадәр 4,5 км/сәг тизлек белән барганнар. Турбазага кире 4 км/сәг тизлек белән кайтканнар, шуңа күрә юлны үтү өчен 15 мин вакыт күбрәк кирәк булган. Туристлар турбазадан нинди ераклыкта туктап ял иткәннәр?

696 *A* пунктыннан велосипедчы чыккан. Аның белән бер үк вакытта *A* пунктыннан 20 км га ераграк булган *B* пунктыннан мотоциклчы кузгалып киткән. Велосипедчы 12 км/сәг, мотоциклчы 16 км/сәг тизлек белән барган. Мотоциклчы велосипедчыны *A* пунктыннан нинди ераклыкта куып житәр?

697 *A* пунктыннан 60 км/сәг тизлек белән йөк машинасы чыккан. 2 сәг узгач, аның артыннан 90 км/сәг тизлек белән жиңел машина кузгалып киткән. *A* пунктыннан нинди ераклыкта жиңел машина йөк машинасын куып житәр?

Кабатлау өчен күнегүләр

698 Сызыкча функцияләр графикларының кисешү нокталарының координаталарын табыгыз:

а) $y = 5x + 29$ һәм $y = -3x - 11$; б) $y = 1{,}2x$ һәм $y = 1{,}8x + 9{,}3$.

699 Функциянең графигы кайсы координата чирекләрендә ята:

а) $y = -28x$; в) $y = 0{,}05x$;

б) $y = -28x + 4$; г) $y = 0{,}05x - 2{,}5$?

700 Координаталарның бер үк яссылыгында функцияләрнең графикларын төзегез: а) $y = x^2$ һәм $y = 4$; б) $y = x^2$ һәм $y = 2x$. Аларның кисешү нокталарының координаталарын табыгыз.

701 Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $\left(\frac{1}{3}a^5y^3\right)^2 \cdot (-ay)^3$; б) $-0{,}1a^4b^7 \cdot (-30a^2b)^2$.

27. Уртак тапкырлаучыны җәя тышына чыгару

Тигезләмәләр чишкәндә, исәпләгәндә һәм башка мәсьәләләр чишкәндә, күпбуынны берничә күпбуынның (алар арасында бербуыннар да булырга мөмкин) тапкырчыгышы белән алыштыру файдалы була. Күпбуынны ике яки берничә күпбуын тапкырчыгышы рәвешендә күрсәтү *күпбуынны тапкырлаучыларга таркату* дип атала.

$6a^2b + 15b^2$ күпбуынын карап үтик. Аның һәр буынын тапкырлаучыларының берсе $3b$ га тигез булган тапкырчыгыш белән алмаштырырга мөмкин:

$$6a^2b + 15b^2 = 3b \cdot 2a^2 + 3b \cdot 5b.$$

Килеп чыккан аңлатманы тарату үзлеге буенча ике тапкырлаучының тапкырчыгышы рәвешендә күрсәтеп

була. Аларның берсе — уртак тапкырлаучы $3b$, икенчесе $2a^2$ белән $5b$ ның суммасы:

$$3b \cdot 2a^2 + 3b \cdot 5b = 3b\,(2a^2 + 5b).$$

Шулай итеп,

$$6a^2b + 15b^2 = 3b\,(2a^2 + 5b).$$

Без, күпбуынны $3b$ бербуынының $2a^2 + 5b$ күпбуынына тапкырчыгышы рәвешендә күрсәтеп, аны тапкырлаучыларга таркаттык. Күпбуынны тапкырлаучыларга таркатуның без кулланган юлы *уртак тапкырлаучыны җәя тышына чыгару* дип атала.

Уртак тапкырлаучыны җәя тышына чыгару юлы белән күпбуынны тапкырлаучыларга таркатуга мисаллар карап китик.

1 нче мисал $-15x^2y^3 - 30x^3y^2 + 45x^4y$ күпбуынын тапкырлаучыларга таркатыйк.

▶ Бу күпбуын буыннарының төрле уртак тапкырлаучылары бар: x, y, $3xy$, $-5x^2$ һ. б. Бөтен коэффициентлы күпбуында җәя тышына чыгару өчен тапкырлаучыны гадәттә күпбуынның җәя эчендә калучы буыннарының хәрефле уртак тапкырлаучысы һәм аларның коэффициентлары модульләренең уртак бүлүчеләре булмаслык итеп сайлап алалар.

$-15x^2y^3 - 30x^3y^2 + 45x^4y$ күпбуынында коэффициентларның модульләре — 15, 30 һәм 45 саннары. Аларның иң зур уртак бүлүчесе 15 кә тигез. Шуңа күрә уртак тапкырлаучының коэффициенты итеп 15 яки -15 санын алырга була. Күпбуынның барлык буыннарына да x һәм y үзгәрешлеләре керә, x үзгәрешлесенең аларда икенче, өченче һәм дүртенче дәрәҗәләрдәгесе бар, шуңа күрә x^2 ны җәя тышына чыгарып була. y үзгәрешлесенең күпбуын буыннарында өченче, икенче һәм беренче дәрәҗәдәгесе бар, шуңа күрә җәя тышына y ны чыгарырга була. Шулай итеп, $15x^2y$ яки $-15x^2y$ бербуынын җәя тышына чыгару максатка ярашлырак булыр. Мисал өчен, җәя тышына $-15x^2y$ ны чыгарыйк. Табабыз:

$$-15x^2y^3 - 30x^3y^2 + 45x^4y = -15x^2y\,(y^2 + 2xy - 3x^2).$$ ◁

2 нче мисал $3a^2(b - 2c) + 7\,(b - 2c)$ аңлатмасын уртак тапкырлаучыларга таркатыйк.

▶ Бу суммадагы һәр кушылучының $b - 2c$ га тигез уртак тапкырлаучысы бар. Аны җәя тышына чыгарыйк:

$$3a^2(b - 2c) + 7\,(b - 2c) = (b - 2c)(3a^2 + 7).$$ ◁

3 нче мисал $a\ (x-y)+b\ (y-x)$ суммасын тапкырчыгыш рәвешендә күрсәтик.

▶ $x-y$ һәм $y-x$ тапкырлаучылары бер-берсеннән бары тик тамгалары белән генә аерылып торалар. Әгәр дә $y-x$ аңлатмасында -1 не җәя тышына чыгарсак, ул вакытта икенче кушылучының беренчесенеке кебек үк тапкырлаучысы булыр. Шуңа күрә бу тапкырлаучыны җәя тышына чыгарып булыр:

$$a(x-y)+b\ (y-x)=a(x-y)+b\ (-1)(x-y)=$$
$$=a(x-y)-b(x-y)=(x-y)\ (a-b).$$

Моны кыскача язып була:

$$a\ (x-y)+b\ (y-x)=$$
$$=a\ (x-y)-b\ (x-y)=(x-y)\ (a-b).\ \triangleleft$$

$b\ (y-x)=-b(x-y)$ рәвешүзгәртүен башкача да аңлатып булганын кисәтеп китик: әгәр икенче тапкырлаучының һәм тапкырчыгышның тамгасын үзгәртсәк, аңлатманың кыйммәте үзгәрмәс.

4 нче мисал $2x^2+3x=0$ тигезләмәсен чишик.

▶ $2x^2+3x$ аңлатмасында x тапкырлаучысын җәя тышына чыгарып табабыз:

$$x\,(2x+3)=0.$$

$x\,(2x+3)$ тапкырчыгышы тапкырлаучыларның кайсы да булса берсе нульгә тигез булса һәм бары тик шул вакытта гына, ягъни $x=0$ яки $2x+3=0$ булганда гына, нульгә тигез була.

$2x+3=0$ тигезләмәсен чишеп табабыз:

$$2x=-3,$$
$$x=-1{,}5.$$

Димәк, $x\,(2x+3)$ тапкырчыгышы $x=0$ һәм $x=-1{,}5$ булганда нульгә тигез була, ягъни $2x^2+3x=0$ тигезләмәсенең ике тамыры бар: 0 һәм $-1{,}5$.

Язманы кыскача башкарып була:

$$2x^2+3x=0,$$
$$x\,(2x+3)=0,$$
$$x=0 \text{ яки } 2x+3=0,$$
$$x=0 \text{ яки } x=-1{,}5.$$

Җавап. 0 һәм $-1{,}5$. ◁

5 нче мисал $3^9+3^7+3^6$ суммасының 31 гә бүленгәнлеген исбат итик.

▶ $3^9+3^7+3^6$ аңлатмасында 3^6 ны җәя тышына чыгарыйк:

$$3^9+3^7+3^6=3^6\,(3^3+3+1)=3^6\,(27+3+1)=3^6\cdot 31.$$

Без $3^9 + 3^7 + 3^6$ суммасын берсе 31 гә тигез булган бөтен ике санның тапкырчыгышы рәвешендә күрсәттек. Димәк, бу сумма 31 гә бүленә. ◁

Күнегүләр

702 Тапкырлаучыларга таркатыгыз һәм дөреслеген тикшерегез:
а) $mx + my$;
б) $kx - px$;
в) $-ab + ac$;
г) $-ma - na$.

703 Уртак тапкырлаучыны җәя тышына чыгарыгыз:
а) $5x + 5y$;
б) $4a - 4b$;
в) $3c + 15d$;
г) $-6m - 9n$;
д) $ax + ay$;
е) $bc - bd$;
ж) $ab + a$;
з) $cy - c$;
и) $-ma - a$.

704 Тапкырчыгыш рәвешендә күрсәтегез:
а) $7a + 7y$;
б) $-8b + 8c$;
в) $12x + 48y$;
г) $-9m - 27n$;
д) $12a + 12$;
е) $-10 - 10c$.

705 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:
а) $7ax + 7bx$;
б) $3by - 6b$;
в) $-5mn + 5n$;
г) $3a + 9ab$;
д) $5y^2 - 15y$;
е) $3x + 6x^2$;
ж) $a^2 - ab$;
з) $8mn - 4m^2$;
и) $-6ab + 9b^2$;
к) $x^2y - xy^2$;
л) $ab - a^2b$;
м) $-p^2q^2 - pq$.

706 Уртак тапкырлаучыны җәя тышына чыгарыгыз:
а) $a^2 + a$;
б) $x^3 - x^2$;
в) $c^5 + c^7$;
г) $a^3 - a^7$;
д) $3m^2 + 9m^3$;
е) $9p^3 - 8p$;
ж) $4c^2 - 12c^4$;
з) $5x^5 - 15x^3$;
и) $-12y^4 - 16y$.

707 Тапкырчыгыш рәвешендә күрсәтегез:
а) $14x + 21y$;
б) $15a + 10b$;
в) $8ab - 6ac$;
г) $9xa + 9xb$;
д) $6ab - 3a$;
е) $4x - 12x^2$;
ж) $m^4 - m^2$;
з) $c^3 + c^4$;
и) $7x - 14x^3$;
к) $16y^3 + 12y^2$;
л) $18ab^3 - 9b^4$;
м) $4x^3y^2 - 6x^2y^3$.

708 а) $x = 2{,}28$ булганда, $3{,}28x - x^2$;
б) $a = -1{,}5$ һәм $y = -8{,}5$ булганда, $a^2y + a^3$;
в) $a = 8{,}8$ һәм $y = -1{,}2$ булганда, $ay^2 - y^3$;
г) $m = 3{,}48$ һәм $b = 96{,}52$ булганда, $-mb - m^2$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

709 Тигезләмәне чишегез:
а) $x^2 + 8x = 0$;
б) $5x^2 - x = 0$;
в) $6y^2 - 30y = 0$;
г) $3x^2 - 1{,}2x = 0$;
д) $6x^2 - 0{,}5x = 0$;
е) $\frac{1}{4}y^2 + y = 0$;
ж) $x - 10x^2 = 0$;
з) $6x - 0{,}2x^2 = 0$;
и) $y^2 + \frac{2}{3}y = 0$.

710 Тигезләмәнең тамырын табыгыз:
а) $5x^2 + 3x = 0$;
б) $x^2 - 11x = 0$;
в) $6x^2 - 3{,}6x = 0$;
г) $0{,}3x^2 - 3x = 0$;
д) $5x^2 - 0{,}8x = 0$;
е) $7x^2 - 0{,}28x = 0$.

711 а) $16^5 + 16^4$ аңлатмасы кыйммәтенең 17 гә;

б) $38^9 - 38^8$ аңлатмасы кыйммәтенең 37 гә;

в) $36^5 - 6^9$ аңлатмасы кыйммәтенең 30 га;

г) $5^{18} - 25^8$ аңлатмасы кыйммәтенең 120 гә кабатлы икәнлеген исбатлагыз.

712 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $x^5 + x^4 - x^3$;
б) $y^7 - y^5 - y^2$;
в) $a^4 + a^5 - a^8$;
г) $-b^{10} - b^{15} - b^{20}$.

713 а) $7^8 - 7^7 + 7^6$ нең 43 кә;

б) $2^{13} - 2^{10} - 2^9$ нең 13 кә;

в) $27^4 - 9^5 + 3^9$ нең 25 кә;

г) $16^4 - 2^{13} - 4^5$ нең 11 гә

бүленгәнлеген исбатлагыз.

714 Күпбуынны тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $x^3 - 3x^2 + x$;
б) $m^2 - 2m^3 - m^4$;
в) $4a^5 - 2a^3 + a$;
г) $6x^2 - 4x^3 + 10x^4$;
д) $15a^3 - 9a^2 + 6a$;
е) $-3m^2 - 6m^3 + 12m^5$.

715 Тапкырчыгыш рәвешендә күрсәтегез:

а) $c^3 - c^4 + 2c^5$;
б) $5m^4 - m^3 + 2m^2$;
в) $4x^4 + 8x^3 - 2x^2$;
г) $5a - 5a^2 - 10a^4$.

716 Уртак тапкырлаучыны җәя тышына чыгарыгыз:

а) $3a^3 - 15a^2b + 5ab^2$;
б) $20x^4 - 25x^2y^2 - 10x^3$;
в) $-6am^2 + 9m^3 - 12m^4$;
г) $12a^2b - 18ab^2 - 30ab^3$;
д) $4ax^3 + 8a^2x^2 - 12a^3x$;
е) $-3x^4y^2 - 6x^2y^2 + 9x^2y^4$.

717 Күпбуынны тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $4c^4 - 6x^2c^2 + 8c$;
б) $10a^2x - 15a^3 - 20a^4x$;
в) $3ax - 6ax^2 - 9a^2x$;
г) $8a^4b^3 - 12a^2b^4 + 16a^3b^2$.

718 Сумманың барлык кушылучылары өчен уртак тапкырлаучыны күрсәтегез һәм аны җәя тышына чыгарыгыз:

а) $2a(x + y) + b(x + y)$;
б) $y(a - b) - (a - b)$;
в) $(c + 3) - x(c + 3)$;
г) $9(p - 1) + (p - 1)^2$;
д) $(a + 3)^2 - a(a + 3)$;
е) $-3b(b - 2) + 7(b - 2)^2$.

719 Аңлатманы ике күпбуын тапкырчыгышы рәвешендә күрсәтегез:

а) $a(b - c) + d(c - b)$;
б) $x(y - 5) - y(5 - y)$;
в) $3a(2x - 7) + 5b(7 - 2x)$;
г) $(x - y)^2 - a(y - x)$;
д) $3(a - 2)^2 - (2 - a)$;
е) $2(3 - b) + 5(b - 3)^2$.

720 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $8m(a - 3) + n(a - 3)$;
б) $(p^2 - 5) - q(p^2 - 5)$;
в) $x(y - 9) + y(9 - y)$;
г) $7(c + 2) + (c + 2)^2$;
д) $(a - b)^2 - 3(b - a)$;
е) $-(x + 2y) - 4(x + 2y)^2$.

Кабатлау өчен күнегүләр

721 Велосипедчы AB юлын 12 км/сәг тизлек белән үткән. B дан A га ул 18 км/сәг тизлек белән кайткан һәм бу юлга, A дан B га барганга караганда, 15 мин ка кимрәк вакыт сарыф иткән. A белән B арасы ничә километр?

722 Тигезләмәне чишегез:

а) $\frac{3x-5}{2}+\frac{8x-12}{7}=9$; б) $\frac{21-4x}{9}-\frac{8x+15}{3}=2$.

723 a һәм b ның ниндидер кыйммәтләре өчен $a-b$ аңлатмасының кыйммәте 0,5 кә тигез икәнлеге билгеле. a һәм b шул ук кыйммәтләрне алганда, түбәндәге аңлатмаларның кыйммәтләре нинди булыр:

а) $b-a$; в) $(a-b)^2$; д) $(a-b)^3$;

б) $\frac{1}{b-a}$; г) $(b-a)^2$; е) $(b-a)^3$?

724 Аңлатма рәвешендә языгыз:

а) a белән b аермасының аларның суммасына тапкырчыгышын;
б) a һәм b квадратларының суммасын;
в) a һәм b суммасының квадратын;
г) b һәм c квадратларының аермасын;
д) b һәм c аермасының кубын;
е) b һәм c кубларының суммасын.

Контроль сораулар

1 Бербуынны күпбуынга тапкырлау кагыйдәсен әйтегез.

2 Нинди рәвешүзгәртү күпбуынны тапкырлаучыларга таркату дип атала?

3 $2xy-6x^2$ күпбуыны мисалы өстендә уртак тапкырлаучыны җәя тышына чыгару ярдәмендә тапкырлаучыларга таркату ничек башкарылуын аңлатыгыз.

§ 11. Күпбуыннарның тапкырчыгышы

28. Күпбуынны күпбуынга тапкырлау

$a+b$ күпбуынын $c+d$ күпбуынына тапкырлыйк. Бу күпбуыннарның тапкырчыгышын төзик:

$$(a+b)(c+d).$$

$a+b$ икебуынын x хәрефе аша тамгалыйк һәм бербуынны күпбуынга тапкырлау кагыйдәсе буенча килеп чыккан тапкырчыгышның рәвешен үзгәртик:

$$(a+b)(c+d)=x(c+d)=xc+xd.$$

$xc + xd$ аңлатмасында x урынына $a + b$ күпбуынын куйыйк һәм бербуынны күпбуынга тапкырлау кагыйдәсен кабат кулланыйк:

$$xc + xd = (a + b)\ c + (a + b) d = ac + bc + ad + bd.$$

Шулай итеп,

$$(a + b)(c + d) = ac + bc + ad + bd.$$

$a + b$ һәм $c + d$ күпбуыннары тапкырчыгышын без $ac + bc + ad + bd$ күпбуыны рәвешендә күрсәттек. Бу күпбуын $a + b$ күпбуынының һәр буынын $c + d$ күпбуынының һәр буынына тапкырлаудан килеп чыккан барлык бербуыннарның суммасы була.

Гомумән, теләсә нинди ике күпбуынның тапкырчыгышын күпбуын рәвешендә күрсәтеп була.

Күпбуынны күпбуынга тапкырлаганда, түбәндәге кагыйдәдән файдаланалар:

Күпбуынны күпбуынга тапкырлау өчен, күпбуыннарның берсенең һәр буынын икенче күпбуынның һәр буынына тапкырлап, килеп чыккан тапкырчыгышларны кушарга кирәк.

m буыннан торган күпбуынны n буыннан торган күпбуынга тапкырлаганда, тапкырчыгышта (охшаш буыннарны берләштергәнгә кадәр) mn буын килеп чыгарга тиеш икәнлеген кисәтеп китик. Контроль өчен моннан файдаланып була.

1 нче мисал $4x^2 + 2xy - y^2$ күпбуынын $2x - y$ күпбуынына тапкырлыйк:

▶ $$(4x^2 + 2xy - y^2)(2x - y) =$$
$$= 8x^3 + 4x^2y - 2xy^2 - 4x^2y - 2xy^2 + y^3 = 8x^3 - 4xy^2 + y^3.$$ ◁

2 нче мисал $(2a - 3)(5 - a) - 3a(4 - a)$ аңлатмасын гадиләштерик:

▶ $$(2a - 3)(5 - a) - 3a(4 - a) =$$
$$= 10a - 15 - 2a^2 + 3a - (12a - 3a^2) =$$
$$= 13a - 15 - 2a^2 - 12a + 3a^2 = a^2 + a - 15.$$ ◁

3 нче мисал Теләсә нинди натураль n өчен $n(n - 5) - (n - 14)(n + 2)$ аңлатмасының кыйммәте 7 гә кабатлы икәнлеген исбатлыйк.

▶ Рәвешүзгәртү башкарыйк:

$$n(n - 5) - (n - 14)(n + 2) =$$
$$= n^2 - 5n - (n^2 - 14n + 2n - 28) =$$
$$= n^2 - 5n - n^2 + 14n - 2n + 28 = 7n + 28 = 7(n + 4).$$

n теләсә нинди натураль кыйммәт алганда, $7(n + 4)$ тапкырчыгышы 7 гә бүленә, димәк, $n(n-5) - (n - 14)(n+2)$ аңлатмасының кыйммәте дә 7 гә бүленә. ◁

725 Тапкырлагыз:

а) $(x+m)(y+n)$; г) $(x+8)(y-1)$;
б) $(a-b)(x+y)$; д) $(b-3)(a-2)$;
в) $(a-x)(b-y)$; е) $(-a+y)(-1-y)$.

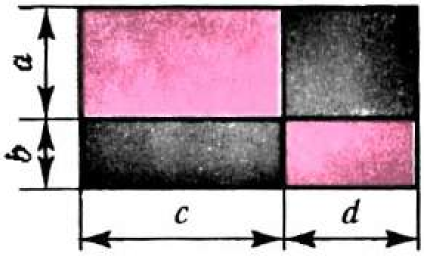
726 Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $(x+6)(x+5)$; г) $(a-4)(2a+1)$;
б) $(a-4)(a+1)$; д) $(2y-1)(3y+2)$;
в) $(2-y)(y-8)$; е) $(5x-3)(4-3x)$.

727 Аңлатманы күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $(m-n)(x+c)$; г) $(5-x)(4-x)$;
б) $(k-p)(k-n)$; д) $(1-2a)(3a+1)$;
в) $(a+3)(a-2)$; е) $(6m-3)(2-5m)$.

728 50 нче рәсем ярдәмендә a, b, c һәм dның уңай кыйммәтләре өчен $(a+b)(c+d)=ac+bc+ad+bd$ формуласының геометрик мәгънәсен аңлатып бирегез.



Рәс. 50

729 Аңлатманы күпбуын рәвешендә языгыз:

а) $(x^2+y)(x+y^2)$;
б) $(m^2-n)(m^2+2n^2)$;
в) $(4a^2+b^2)(3a^2-b^2)$; д) $(a-2)(4a^3-3a^2)$;
г) $(5x^2-4x)(x+1)$; е) $(7p^2-2p)(8p-5)$.

730 Тапкырлагыз:

а) $(2x^2-y)(x^2+y)$; в) $(11y^2-9)(3y-2)$;
б) $(7x^2+a^2)(x^2-3a^2)$; г) $(5a-3a^3)(4a-1)$.

731 Дәрәҗәне тапкырчыгыш белән алыштырыгыз да тапкырчыгышны күпбуынга үзгәртегез:

а) $(x+10)^2$; б) $(1-y)^2$; в) $(3a-1)^2$; г) $(5-6b)^2$.

732 Аңлатманы күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $(x^2+xy-y^2)(x+y)$; д) $(a^2-2a+3)(a-4)$;
б) $(n^2-np+p^2)(n-p)$; е) $(5x-2)(x^2-x-1)$;
в) $(a+x)(a^2-ax-x^2)$; ж) $(2-2x+x^2)(x+5)$;
г) $(b-c)(b^2-bc-c^2)$; з) $(3y-4)(y^2-y+1)$.

733 Күпбуын рәвешендә языгыз:

а) $(c^2-cd-d^2)(c+d)$; в) $(4a^2+a+3)(a-1)$;
б) $(x-y)(x^2-xy-y^2)$; г) $(3-x)(3x^2+x-4)$.

734 Җәяләрне ачыгыз:

а) $(4n^2-6np+9p^2)(2n+3p)$; г) $(7-2a)(4a^2+4a+3)$;
б) $(25x^2+10xy+4y^2)(5x-2y)$; д) $(x^2-x+2)(3x^2+x-2)$;
в) $(-2a^2+3a+1)(3a-2)$; е) $(5-2a+a^2)(4a^2-3a-1)$.

735 Кушбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $y^2(y+5)(y-3)$; в) $-3b^3(b+2)(1-b)$;
б) $2a^2(a-1)(3-a)$; г) $-0{,}5c^2(2c-3)(4-c^2)$.

736 Аңлатманы күпбуын рәвешендә языгыз:

а) $(x+1)(x+2)(x+3)$; б) $(a-1)(a-4)(a+5)$.

737 Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $(3b-2)(5-2b)+6b^2$; г) $5b^3+(a^2+5b)(ab-b^2)$;
б) $(7y-4)(2y+3)-13y$; д) $(a-b)(a+2)-(a+b)(a-2)$;
в) $x^3-(x^2-3x)(x+3)$; е) $(x+y)(x-y)-(x-1)(x-2)$.

738 Күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $(2x-y)(y+4x)+2x(y-3x)$;
б) $(3a-2b)(2a-3b)-6a(a-b)$;
в) $5a(2x-a)-(8a-x)(2x-a)$;
г) $2c(b+15c)+(b-6c)(5c+2b)$.

739 Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $(8a-b)(a+7b)-55ab$; в) $(3p-1)(2p+5)-6p(p-2)$;
б) $(3x+2y)(4x-y)+2y^2$; г) $(7m+3)(2m-1)-2m(7m-1)$.

740 x теләсә нинди кыйммәт алганда,
а) $(x-3)(x+7)-(x+5)(x-1)$ аңлатмасының кыйммәте -16 га;
б) $x^4-(x^2-7)(x^2+7)$ аңлатмасының кыйммәте 49 га тигез икәнлеген исбатлагыз.

741 Аңлатманың кыйммәте x үзгәрешлесенә бәйле булмаганлыгын исбат итегез:

а) $(x-5)(x+8)-(x+4)(x-1)$; б) $x^4-(x^2-1)(x^2+1)$.

742 $(y-6)(y+8)-2(y-25)$ аңлатмасының y теләсә нинди кыйммәт алганда да уңай кыйммәткә ия булуын исбатлагыз.

743 n теләсә нинди бөтен кыйммәт алганда да
а) $n(n-1)-(n+3)(n+2)$ аңлатмасының кыйммәте 6 га;
б) $n(n+2)-(n-7)(n-5)$ аңлатмасының кыйммәте 7 гә бүленгәнлеген исбат итегез.

744 Тигезләмәне чишегез:

а) $(3x-1)(5x+4)-15x^2=17$;
б) $(1-2x)(1-3x)=(6x-1)x-1$;
в) $12-x(x-3)=(6-x)(x+2)$;
г) $(x+4)(x+1)=x-(x-2)(2-x)$.

745 Тигезләмәнең тамырын табыгыз:

а) $5+x^2=(x+1)(x+6)$;
б) $2x(x-8)=(x+1)(2x-3)$;
в) $(3x-2)(x+4)-3(x+5)(x-1)=0$;
г) $x^2+x(6-2x)=(x-1)(2-x)-2$.

746 а) n теләсә нинди натураль кыйммәт алганда, $n(n+5)-(n-3)(n+2)$ аңлатмасының кыйммәте 6 га кабатлы;

б) n 2 дән зуррак натураль кыйммәт алганда, $(n-1)(n+1)-(n-7)(n-5)$ анлатмасының кыйммәте 12 гә кабатлы икәнлеген исбатлагыз.

747 Эзлекле килүче өч натураль санның кечерәгенең квадраты калган икесенең тапкырчыгышыннан 65 кә кимрәк булса, шул саннарны табыгыз.

748 Эзлекле килүче өч так санның ике зуррагының тапкырчыгышыннан ике кечерәгенең тапкырчыгышын алсаң, 76 килеп чыгар. Бу саннарны табыгыз.

749 Турыпочмаклыкның периметры 70 см. Турыпочмаклыкның буен 5 см га киметеп, инен 5 см га арттырсаң, аның мәйданы 50 $см^2$ га артыр. Баштагы турыпочмаклыкның буен һәм инен табыгыз.

750 Квадратның ягы турыпочмаклык якларының берсеннән 3 см га кыскарак, ә икенчесеннән 2 см га озынрак. Квадратның мәйданы турыпочмаклык мәйданыннан 30 $см^2$ га кечерәк булса, квадратның ягын табыгыз.

Кабатлау өчен күнегүләр

751 Планны билгеләнгән вакытка үтәү өчен, эшчеләр бригадасы көн саен 54 деталь ясарга тиеш булган. Көнлек планны 6 детальгә арттырып үтәп, билгеләнгән вакыт җитәргә 1 көн кала бригада планны үтәү генә түгел, ә 18 детальгә артыграк ясаган. Бригада ничә көн эшләгән?

752 Трактор бригадасы план буенча көн саен 112 га җир сөрергә тиеш булган. Көнлек планны 8 гектарга арттырып үтәп, бригада сөрүне 1 көн элек тәгәлләгән. Бригада ничә гектар чирәм җир сөрергә тиеш булган?

753 Тигезләмәне чишегез:

а) $\frac{x-2}{5}=\frac{2}{3}-\frac{3x-2}{6}$; б) $\frac{2x-5}{4}-1=\frac{x+1}{3}$.

754 Анлатманы укыгыз:

а) a^2+b^2; б) $(a+b)^2$; в) a^3-b^3; г) $(a-b)^3$.

29. Күпбуынны группалау юлы белән тапкырлаучыларга таркату

Без, уртак тапкырлаучыны җәя тышына чыгарып, күпбуынны тапкырлаучыларга таркату юлы белән таныштык. Кайвакытта күпбуынны, башка юл — аның буыннарын группалау алымын кулланып, тапкырлаучыларга таркатырга мөмкин була.

1 нче мисал $ab-2b+3a-6$ күпбуынын тапкырлаучыларга таркатыйк.

▶ Аның буыннарын, һәр группада кушылучыларның уртак тапкырлаучылары булырлык итеп, группаларга берләштерик:

$$ab-2b+3a-6=(ab-2b)+(3a-6).$$

Беренче группада җәяләр тышына b тапкырлаучысын, ә икенчесендә 3 тапкырлаучысын чыгарыйк:

$$(ab - 2b) + (3a - 6) = b(a - 2) + 3(a - 2).$$

Килеп чыккан аңлатманың һәр кушылучысында $a - 2$ тапкырлаучысы бар. Бу тапкырлаучыны җәяләр тышына чыгарыйк:

$$b(a - 2) + 3(a - 2) = (a - 2)(b + 3).$$

Шулай итеп,

$$ab - 2b + 3a - 6 = (a - 2)(b + 3).$$

$ab - 2b + 3a - 6$ күпбуынын тапкырлаучыларга таркатуны, аның буыннарын башкача группалап та башкарырга була:

$$ab - 2b + 3a - 6 = (ab + 3a) + (-2b - 6) =$$
$$= a(b + 3) - 2(b + 3) = (b + 3)(a - 2).$$ ◁

2 нче мисал $ac + bd - bc - ad$ күпбуынын тапкырлаучыларга таркатыйк.

▶ Күпбуынның беренче буынын өченчесе белән, ә икенчесен дүртенчесе белән группаларга берләштерик. Беренче группада җәяләр тышына c тапкырлаучысын, ә икенчесендә d тапкырлаучысын җәяләр тышына чыгарып табабыз:

$$ac + bd - bc - ad = (ac - bc) + (bd - ad) =$$
$$= c\ (a - b) - d\ (a - b) = (a-b)(c - d).$$ ◁

3 нче мисал $a^2 - 7a + 12$ өчбуынын тапкырлаучыларга таркатыйк.

▶ $-7a$ ны $-3a - 4a$ рәвешендә күрсәтик һәм группалыйк:

$$a^2 - 7a + 12 = a^2 - 3a - 4a + 12 = (a^2 - 3a) +$$
$$+ (-4a + 12) = a(a - 3) - 4(a - 3) = (a - 3)(a - 4).$$ ◁

Күпбуынны тапкырлаучыларга таркатуның бу ысулын *группалау ысулы* дип атыйлар.

Күнегүләр

755 Аңлатманы күпбуыннар тапкырчыгышы рәвешендә күрсәтегез:
а) $x(b + c) + 3b + 3c$; в) $p(c - d) + c - d$;
б) $y(a - c) + 5a - 5c$; г) $a(p - q) + q - p$.

756 Күпбуынны тапкырлаучыларга таркатыгыз:
а) $mx + my + 6x + 6y$; г) $ax + ay - x - y$;
б) $9x + ay + 9y + ax$; д) $1 - bx - x + b$;
в) $7a - 7b + an - bn$; е) $xy + 2y - 2x - 4$.

757 Күпбуынны тапкырлаучыларга таркатыгыз:
а) $ab - 8a - bx + 8x$; в) $ax - y + x - ay$;
б) $ax - b + bx - a$; г) $ax - 2bx + ay - 2by$.

758 Күпбуынны тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $x^3 + x^2 + x + 1$;
б) $y^5 - y^3 - y^2 + 1$;
в) $a^4 + 2a^3 - a - 2$;
г) $b^6 - 3b^4 - 2b^2 + 6$;
д) $a^2 - ab - 8a + 8b$;
е) $ab - 3b + b^2 - 3a$;
ж) $11x - xy + 11y - x^2$;
з) $kn - mn - n^2 + mk$.

759 Күпбуынны тапкырчыгыш рәвешендә күрсәтегез:

а) $mn - mk + xk - xn$;
б) $x^2 + 7x - ax - 7a$;
в) $3m - mk + 3k - k^2$;
г) $xk - xy - x^2 + yk$.

760 Күпбуынны тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $x^2 + ax - a^2y - axy$;
б) $a^2n + x^2 - anx - ax$;
в) $5a^3c + 10a^2 - 6bc - 3abc^2$;
г) $21a + 8xy^3 - 24y^2 - 7axy$.

761 а) $p = 0{,}5$, $q = -0{,}5$ булганда, $p^2q^2 + pq - q^3 - p^3$;

б) $x = \frac{2}{3}$, $y = \frac{1}{2}$ булганда, $3x^3 - 2y^3 - 6x^2y^2 + xy$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

762 а) $a = 1\frac{1}{3}$ һәм $c = -1\frac{2}{3}$ өчен $2a + ac^2 - a^2c - 2c$;

б) $x = 4$ һәм $y = 0{,}25$ өчен $x^2y - y + xy^2 - x$ аңлатмасының кыйммәте нинди була?

763 Исәпләп чыгарыгыз:

а) $2{,}7 \cdot 6{,}2 - 9{,}3 \cdot 1{,}2 + 6{,}2 \cdot 9{,}3 - 1{,}2 \cdot 2{,}7$;
б) $1{,}25 \cdot 14{,}9 + 0{,}75 \cdot 1{,}1 + 14{,}9 \cdot 0{,}75 + 1{,}1 \cdot 1{,}25$.

764 Тапкырчыгыш рәвешендә күрсәтегез:

а) $ac^2 - ad + c^3 - cd - bc^2 + bd$;
б) $ax^2 + ay^2 - bx^2 - by^2 + b - a$;
в) $an^2 + cn^2 - ap + ap^2 - cp + cp^2$;
г) $xy^2 - by^2 - ax + ab + y^2 - a$.

765 Күпбуынны тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $x^2y + x + xy^2 + y + 2xy + 2$;
б) $x^2 - xy + x - xy^2 + y^3 - y^2$.

766 Өчбуынны тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $x^2 + 6x + 5$;
б) $x^2 - x - 6$.

Кабатлау өчен күнегүләр

767 Көтүдәге сыерлар саны 60 башка арткан. Азык базасы яхшыру сәбәпле бер сыердан алынган көнлек савым уртача 12,8 л дан 15 л га кадәр арткан. Көн саен элеккегә караганда 1340 л га күбрәк сөт савып алсалар, көтүдәге сыер саны ничәгә җиткән?

768 Алдынгы технология кулланып, бригада сәгатькә планга караганда 6 детальгә күбрәк җитештерә башлаган. Моның нәтиҗәсендә ул 6 сәгать эчендә көнлек (8 сәгатьлек) норманы 120% ка үтәгән. Бригада план буенча сәгатенә ничә деталь эшләргә тиеш булган?

769 Тигезләмәне чишегез:

а) $4 - x(x + 8) = 11 - x^2$;
б) $4x(3x - 1) - 2x(6x + 8) = 5$.

Үзгәрешлеләрнең теләсә нинди кыйммәтләре өчен дөрес булган тигезлекнең бердәйлек дип аталганын искә төшереп китик. Ниндидер тигезлекнең *бердәйлек* икәнлеген исбатлау яки, башкача әйткәндә, бердәйлекне исбатлау өчен, аңлатмаларны бердәй рәвешүзгәртүне кулланалар.

Мисаллар карап китик.

1 нче мисал $xy - 3y - 5x + 16 = (x - 3)(y - 5) + 1$ бердәйлеген исбатлыйк.

▶ Бу тигезлекнең сул кисәген үзгәртик:

$$xy - 3y - 5x + 16 = (xy - 3y) + (-5x + 15) + 1 =$$
$$= y(x - 3) - 5(x - 3) + 1 = (x - 3)(y - 5) + 1.$$

Тигезлекнең сул кисәген: $xy - 3y - 5x + 16$ күпбуынын бердәй үзгәртү нәтиҗәсендә аның уң кисәге $(x-3)(y-5) + 1$ килеп чыкты, шулай итеп, без бирелгән тигезлекнең бердәйлек икәнлеген исбатладык.

Бу бердәйлекне башкача да, аның уң кисәген үзгәртеп тә, исбатларга була:

$$(x - 3)(y - 5) + 1 = xy - 3y - 5x + 15 + 1 =$$
$$= xy - 3y - 5x + 16. ◁$$

2 нче мисал $(a - 4)(a + 2) + 4 = (a + 1)(a - 3) - 1$ бердәйлеген исбат итик.

▶ Бу очракта бирелгән тигезлекнең сул кисәген, аннан соң уң кисәген үзгәртеп, табылган нәтиҗәләрне чагыштырырга кирәк:

$$(a - 4)(a + 2) + 4 = a^2 - 4a + 2a - 8 + 4 =$$
$$= a^2 - 2a - 4,$$
$$(a + 1)(a - 3) - 1 = a^2 + a - 3a - 3 - 1 =$$
$$= a^2 - 2a - 4.$$

Бу тигезлекнең сул һәм уң кисәкләре бер үк аңлатмага тигез булганлыктан, алар үзара бердәй тигез. Димәк, баштагы тигезлек бердәйлек була. ◁

Шулай итеп, бердәйлекне исбатлау өчен, аның сул кисәген уң кисәге яки уң кисәген сул кисәге килеп чыгарлык итеп үзгәртәләр яисә баштагы тигезлекнең сул һәм уң кисәкләренең бер аңлатмага бердәй тигез икәнлекләрен күрсәтәләр.

Күнегүләр

770 Бердәйлекне исбатлагыз:

а) $a(b-c)=-a(c-b)$;

б) $m(m-n-k)=-m(n+k-m)$;

в) $(x-y)(a-b)=(y-x)(b-a)$;

г) $(x-a)(y-b)(z-c)=-(a-x)(b-y)(c-z)$.

771 а) $2a-3b=-(3b-2a)$; б) $(2a-3b)^2=(3b-2a)^2$ икәнлеген исбатлагыз.

772 Тигезлекнең бердәйлек икәнлеген исбатлагыз:

а) $10a-(-(5a+20))=5(3a+4)$;

б) $-(-7x)-(-(6-5x))=2(x+3)$;

в) $12y-(25-(6y-11))=18(y-2)$;

г) $47-(3b-(9-5b))=8(7-b)$.

773 Бердәйлекне исбатлагыз:

а) $-x(x-a)(x+b)=x(a-x)(b+x)$;

б) $(-a-b)(a+b)=-(a+b)^2$;

в) $36-(-(9c-15))=3(3c+7)$;

г) $y(-2-(y-4))=y(2-y)$.

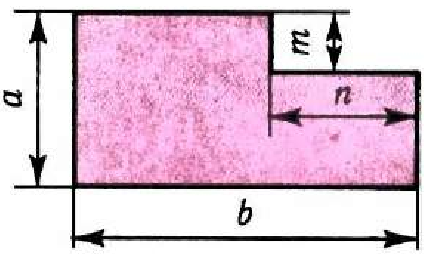
774 Бердәйлекне исбатлагыз:

а) $a(b-x)+x(a+b)=b(a+x)$;

б) $c(y-2)+2(y+c)=y(c+2)$;

в) $a(a-b)+2ab=a(a+b)$;

г) $x(1-x)+x(x^2-1)=x^2(x-1)$.



Рәс. 51

775 51 нче рәсемдә күрсәтелгән фигураның мәйданын, башта аны турыпочмаклыкка тутырып, аннан соң ике турыпочмаклыкка бүлеп табыгыз. Килеп чыккан аңлатмаларның бердәй тигез икәнлекләрен исбатлагыз.

776 $a(b-c)+b(c-a)=c(b-a)$ бердәйлеген исбатлагыз.

777 Тигезлекнең бердәйлек икәнлеген исбатлагыз:

а) $(x-3)(x+7)-13=(x+8)(x-4)-2$;

б) $16-(a+3)(a+2)=4-(6+a)(a-1)$.

778 Бердәйлекне исбатлагыз:

а) $a^2+7a+10=(a+2)(a+5)$; в) $(c-8)(c+3)=c^2-5c-24$;

б) $b^2-9b+20=(b-4)(b-5)$; г) $(m-4)(m+7)=m^2+3m-28$.

779 Бердәйлекне исбатлагыз:

а) $(x+5)(x-7)=x^2-2x-35$;

б) $(a-11)(a+10)+10=(a-5)(a+4)-80$.

780 Түбәндәге тигезлекләрнең һәркайсының да бердәйлек түгел икәнлеген исбатлагыз:

а) $(y-5)(y-8)=y^2+40$; в) $y^3-1=(y-1)(y^2+1)$;

б) $(y-1)(y-2)(y-3)=y^3-3y^2+2y$; г) $y^4-y^2+1=(y^2-1)^2$.

Кабатлау өчен күнегүләр

781 Тигезләмәне чишегез:
а) $(5x-1)(2x+1)-10x^2=0{,}6$; б) $18x^2-(9x+2)(2x-1)=1$.

782 c нинди кыйммәт алганда,
а) $\frac{3c+2}{4}$ вакланмасының кыйммәте $\frac{5c-1}{3}$ вакланмасы кыйммәтеннән 1 гә кечерәк;
б) $\frac{5c-1}{2}$ һәм $\frac{3c-4}{4}$ вакланмаларының суммасы 18 гә тигез булырмы?

783 xның теләсә нинди кыйммәте өчен а) $x^2+4>0$; б) $x^2-4<0$; в) $(x-4)^2>0$ булырмы?

784 Аңлатма рәвешендә языгыз:
а) x һәм y аермасының квадратын;
б) x һәм y квадратларының аермасын;
в) 3 саны белән a ның b га тапкырчыгышы суммасын;
г) 7 саны белән a ның b га икеләтелгән тапкырчыгышы аермасын.

Контроль сораулар

1 Күпбуынны күпбуынга тапкырлау кагыйдәсен әйтегез.
2 $ab-2b+5a-10$ күпбуыны мисалында күпбуынны группалау ысулы белән тапкырлаучыларга таркатуның ничек башкарылганлыгын аңлатыгыз.

IV бүлеккә өстәмә күнегүләр

9 нчы параграфка

785 а) $x=3$, $y=-2$; б) $x=\frac{1}{2}$, $y=\frac{2}{3}$ булса, $x^2-3xy+\frac{1}{2}y^2$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

786 Күпбуынның охшаш буыннарын берләштерегез:
а) $6mn-5m^2n^2-9mn^2-11mn+10mn^2+5m^2n^2$;
б) $2a^3b-ab^3-1\frac{2}{3}ab^3-a^3b-4\frac{1}{2}a^2b-\frac{1}{2}a^2b$.

787 Күпбуынны стандарт рәвешкә китерегез:
а) $10abc^2+23a^2bc-abc^2-15a^2bc+abc^2-2a^2bc$;
б) $-3{,}6x^2yz+1{,}2xy^2z-0{,}5xyz^2+3x^2yz-4xy^2z+xyz^2$.

788 а) $a=8$, $b=-0{,}5$; б) $a=-0{,}5$, $b=4$ булса,
$\frac{1}{2}a^2b-\frac{1}{2}ab^2-a^2b+2ab^2-\frac{1}{2}ab^2$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

789 а) $2x^2+6x+3$ күпбуынының кыйммәте җөп сан; б) x^2+x+2 күпбуынының кыйммәте так сан булырлык x ның бөтен кыйммәтләре табылырмы?

790 $3ax^2-6a^3x+8a^2-x^3$ күпбуынын:
а) x үзгәрешлесенең дәрәҗәсе үсү тәртибендә,
б) a үзгәрешлесенең дәрәҗәсе кимү тәртибендә языгыз.

791 Күпбуынның дәрәҗәсе нинди:
а) $7x^3y^2-2x^5+3xy^3-4x^2y^2+6$;
б) $-mn^2+2mn-8+m^6-3m^3n^3+n^5$;
в) $0{,}4a^3b+3ab^2-10+0{,}6a^3b-2ab^2-a^3b$;
г) $-3{,}1ax^4+2{,}5ax+2ax^4+1{,}1ax^4-0{,}5ax-2ax$?

792 Күпбуынны кушыгыз:
а) $2x^3-4x^2+7x+1$ һәм $-x^3+2x^2+3x-5$;
б) $-10a^2+6a^3+3a$ һәм $-6a^3-4a+8a^2$;
в) $2a+b-c-d$ һәм $4a-3b-2c+5d$;
г) x^2-y^2+x-6 һәм $-x^2+2y^2-y-4$.

793 Күпбуыннарның аермасын табыгыз:
а) $6a^3+2a^2-8a-9$ һәм $8a^3-a^2-6a+1$;
б) $-3x+x^3-2x^2$ һәм $4x^3-2x^2-4x$;
в) $4a-3b+2c$ һәм $-6a+4b-2c-2$;
г) $a^2+b^2-2ab+1$ һәм $2a^2+b^2+2b+1$.

794 Күпбуын рәвешендә күрсәтегез:
а) $(-2x^2+x+1)-(x^2-x+7)-(4x^2+2x+8)$;
б) $(3a^2-a+2)+(-3a^2+3a-1)-(a^2-1)$;
в) $2a-3b+c-(4a+7b+c+3)$;
г) $2xy-y^2+(y^2-xy)-(x^2+xy)$.

795 Аңлатманы гадиләштерегез:
а) $(1-x+4x^2-8x^3)+(2x^3+x^2-6x-3)-(5x^3+8x^2)$;
б) $(0{,}5a-0{,}6b+5{,}5)-(-0{,}5a+0{,}4b)+(1{,}3b-4{,}5)$.

796 $A=2x-1$, $B=3x+1$ һәм $C=5x$ булса, $A+B-C$ аңлатмасының $C-B-A$ аңлатмасына бердәй тигез икәнлеген исбатлагыз.

797 Аерма:
а) 0; б) 5; в) y^2; г) $4y^2-y+7$ гә бердәй тигез булсын өчен, y^2-5y+1 күпбуыннан нинди күпбуынны алырга кирәк?

798 x ның теләсә нинди кыйммәте өчен

$$1\frac{3}{4}x^4-\frac{1}{8}x^3-1\frac{1}{4}x^2+\frac{2}{5}x+\frac{5}{7}$$

һәм

$$0{,}75x^4-0{,}125x^3-2{,}25x^2+0{,}4x-\frac{3}{7}$$

күпбуыннары аермасының уңай кыйммәт алуын исбат итегез.

799 a ның теләсә нинди кыйммәте өчен

$1{,}6a^5 - 1\frac{1}{3}a^4 - 3{,}4a^3 - a^2 - 1$ һәм $-1\frac{3}{5}a^5 - \frac{2}{3}a^4 + 3\frac{2}{5}a^3$ күпбуыннары суммасының тискәре кыйммәт алуын исбат итегез.

800 $\overline{abc}$ язмасы a йөзлек, b дистә, c берәмлектән торган санны аңлата. Бу санны күпбуын рәвешендә күрсәтеп була:

$$\overline{abc} = 100a + 10b + c.$$

Мәсәлән, $845 = 100 \cdot 8 + 10 \cdot 4 + 5$.

Санны күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $\overline{xy}$; б) $\overline{yx}$; в) $\overline{a0b}$; г) $\overline{abcd}$.

801 Күпбуын рәвешендә күрсәтегез һәм килеп чыккан сумма яки аерманы гадиләштерегез:

а) $\overline{abc} + \overline{cba}$; в) $\overline{abc} - \overline{ba}$;

б) $\overline{abc} + \overline{bc}$; г) $\overline{abc} - \overline{ac}$.

802 Исбатлагыз:

а) $\overline{ab}$ һәм $\overline{ba}$ саннары суммасы a белән b суммасына кабатлы;

б) $\overline{ab}$ һәм $\overline{ba}$ саннарының аермасы 9 га кабатлы.

803 Тигезләмәне чишегез:

а) $(4 - 2x) + (5x - 3) = (x - 2) - (x + 3)$;

б) $5 - 3y - (4 - 2y) = y - 8 - (y - 1)$;

в) $7 - 1\frac{1}{2}a + \left(\frac{1}{2}a - 5\frac{1}{2}\right) = 2a + \frac{3}{4} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}a\right)$;

г) $-3{,}6 - (1{,}5x + 1) = -4x - 0{,}8 - (0{,}4x - 2)$.

804 2, 4, 5, 6 саннарына пропорциональ һәм соңгы икесенең суммасы белән баштагы икесенең суммасы аермасы 4,8 гә тигез булган 4 санны табыгыз.

805 Уйлаган санның уң ягына нуль язып, килеп чыккан санны 143 санынннан алсаң, башта уйланган санның өчләтелгәне килеп чыга. Нинди сан уйланган булган?

806 Бирелгән санның уң ягына 9 цифрын язып, килеп чыккан санга икеләтелгән баштагы санны кушсаң, сумма 633 кә тигез булыр. Бирелгән санны табыгыз.

807 Бирелгән өчурынлы санның сул ягына 5 цифрын язып, килеп чыккан дүртурынлы саннан 3032 не алганнар. Өчурынлы саннан 9 тапкыр зуррак булган аерма килеп чыккан. Бирелгән өчурынлы санны табыгыз.

808 Өчурынлы сан 7 цифрына тәмамлана. Әгәр дә бу цифрны беренче урынга күчерсәң, сан 324 кә зураер. Өчурынлы санны табыгыз.

809 Тапкырчыгышны күпбуынга үзгәртегез:

а) $3a^5b^4(a^{10} - a^7b^3 - b^{10})$;

б) $-2x^6y^5(3x^2 - 5xy + y^2)$;

в) $(x^4 + 7x^2y^2 - 5y^4)(-0{,}2xy^2)$;

г) $\left(b^7 - \frac{1}{2}b^5c + \frac{2}{3}b^3c^3 - \frac{2}{5}c^5\right)(-30bc^3)$.

810 Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $5(4x^2 - 2x + 1) - 2(10x^2 - 6x - 1)$;

б) $7(2y^2 - 5y - 3) - 4(3y^2 - 9y - 5)$;

в) $a(3b - 1) - b(a - 3) - 2(ab - a + b)$;

г) $x^2(4 - y^2) + y^2(x^2 - 7) - 4x(x - 3)$.

811 Үзгәрешленең теләсә нинди кыйммәте өчен

а) $3(x^2 - x + 1) - 0{,}5x(4x - 6)$ анлатмасының кыйммәте уңай сан;

б) $y(2 + y - y^3) - \frac{2}{3}(6 + 3y + 1{,}5y^2)$ аңлатмасының кыйммәте тискәре сан булганлыгын исбатлагыз.

812 Тигезләмәне чишегез:

а) $5\left(y + \frac{2}{3}\right) - 3 = 4\left(3y - \frac{1}{2}\right)$;

б) $7(2y - 2) - 2(3y - 3{,}5) = 9$;

в) $21{,}5(4x - 1) + 8(12{,}5 - 9x) = 82$;

г) $12{,}5(3x - 1) + 132{,}4 = (2{,}8 - 4x) \cdot 0{,}5$;

д) $\frac{3x + 6}{2} - \frac{7x - 14}{3} - \frac{x + 1}{9} = 0$;

е) $\frac{1 - 6x}{2} - \frac{2x + 19}{12} = \frac{23 - 2x}{3}$.

813 Беренче киоскка икенчесенә караганда 1,2 тапкыр артыграк квас китергәннәр. Сәгать саен беренче киоскта 90 л, ә икенчесендә 80 л квас сатканнар. 2,5 сәгатьтән соң икенче киоскта беренчесенә караганда 65 л га кимрәк квас калган. Киоскның һәркайсына ничә литр квас китергәннәр?

814 Беренче бригадага икенчесенә караганда 50 кг га кимрәк цемент измәсе китергәннәр. Беренче бригада сәгать саен 150 кг, икенче бригада 200 кг измә тота. 3 сәгать эшләгәннән соң, беренче бригадада калган измә икенче бригададагыга караганда 1,5 тапкыр артыграк. Һәр бригадага күпме измә китергәннәр?

815 M һәм N пристаньнары арасы 162 км. M пристаненнан 45 км/сәг тизлек белән теплоход кузгалып китә. 45 мин тан соң N пристаненнан аңа каршы тизлеге 36 км/сәг булган икенче теплоход юлга чыга. Беренче теплоход кузгалганнан соң ничә сәгать үткәч алар очрашырлар?

816 A пристаненнан теплоход 40 км/сәг тизлек белән кузгалып китә. $1\frac{1}{4}$ сәг тән соң аның артыннан 60 км/сәг тизлек белән икенче теплоход юлга чыга. Кузгалып киткәннән соң ничә сәгать үткәч һәм A дан нинди ераклыкта икенче теплоход беренчесен куып җитәр?

817 A шәһәреннән B шәһәренә бер үк вакытта ике автобус юлга чыга. Аларның берсенең тизлеге икенчесенекеннән 10 км/сәг кә артыграк. $3\frac{1}{2}$ сәг тән соң автобусларның берсе B га килеп җитә, ә икенчесе B дан A белән B арасының $\frac{1}{6}$ енә тигез ераклыкта була. Автобусларның тизлекләрен һәм A белән B арасын табыгыз.

818 A дан B га бер үк вакытта ике мотоциклчы юлга чыккан. Аларның берсенең тизлеге икенчесенекеннән 1,5 тапкыр артыграк. B га беренче килеп җиткән мотоциклчы шунда ук кайтырга чыкты. Икенче мотоциклчыны ул A дан чыгуына 2 сәг 24 мин үткәч очратты. A белән B арасы 120 км. Мотоциклчыларның тизлекләрен һәм очрашу урынының B дан ераклыгын табыгыз.

819 Катер агым уңаена 4 сәг тә агымга каршы 2 сәг тә үткән арадан 2,4 тапкыр артыграк юл уза. Әгәр агым тизлеге 1,5 км/сәг булса, катерның акмый торган судагы тизлеге нинди булыр?

820 Катер агым уңаена 6 сәг тә агымга каршы 10 сәг тә үткән юлдан 20 км га кимрәк юл үтә. Әгәр катерның акмый торган судагы тизлеге 15 км/сәг булса, агым тизлеге нинди булыр?

821 Кооператив ирләр күлмәге партиясен 8 көндә тегәргә ниятләгән. Ләкин ул, көн саен уйлаганга караганда 10 күлмәк артыграк тегеп, планны вакытыннан 1 көн элек үтәгән. Кооператив көн саен ничә күлмәк тегәргә тиеш булган?

822 Элеваторга 1400 т ике сорт бодай китергәннәр. Бер сорт бодайны эшкәрткәндә 2%, ә икенчесен эшкәрткәндә 3% чүп чыккан. Чиста бодай 1364 т булса, элеваторга һәр сорттан күпме бодай китергән булганнар?

823 Подряд белән эшләп, бригада, эшне билгеләнгән вакытта төгәлләү өчен, көн саен 80 га дан бодай җыярга уйлаган. Чынбарлыкта ул көн саен 10 га артыграк җыйган, шуңа күрә билгеләнгән вакытка 1 көн кала аның 30 га җыясы калган. Бригада ничә гектар бодай җыярга тиеш булган?

824 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:
а) $x^{40}-x^{20}$; б) $y^{24}+y^{8}$; в) $a^{20}-a^{10}+a^{5}$; г) $b^{60}+b^{40}-b^{20}$.

825 а) $7^{16}+7^{14}$ нең 50 гә; в) $25^{9}+5^{17}$ нең 30 га;
б) $5^{31}-5^{29}$ нең 100 гә; г) $27^{10}-9^{14}$ нең 24 кә;
д) $12^{13}-12^{12}+12^{11}$ нең 7 гә һәм 19 га;
е) $11^{9}-11^{8}+11^{7}$ нең 3 кә һәм 37 гә бүленүен исбат итегез.

826 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $(a-3b)(a+2b)+5a(a+2b)$;

б) $(x+8y)(2x-5b)-8y(2x-5b)$;

в) $7a^2(a-x)+(6a^2-ax)(x-a)$;

г) $11b^2(3b-y)-(6y-3b^2)(y-3b)$.

827 а) $x=0{,}17$, $c=1{,}15$ булганда, $5cx+c^2$;

б) $a=1{,}47$, $b=5{,}78$ булганда, $4a^2-ab$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

828 Тигезләмәне чишегез:

а) $1{,}2x^2+x=0$; в) $0{,}5x^2-x=0$; д) $1{,}6x^2=3x$;

б) $1{,}6x+x^2=0$; г) $5x^2=x$; е) $x=x^2$.

829 Тапкырлаучыны җәя тышына чыгарыгыз:

а) $(3a+6)^2$; в) $(7x+7y)^2$; д) $(5q-30)^3$;

б) $(12b-4)^2$; г) $(-3p+6)^3$; е) $(2a-8)^4$.

830 a^2-a аңлатмасының кыйммәте теләсә нинди бөтен a өчен 2 гә кабатлы икәнлеген исбатлагыз.

831 Бөтен санга аның квадратын кушсаң, килеп чыккан сумманың җөп сан икәнлеген исбатлагыз.

832 Икеурынлы санга шул ук цифрлар ярдәмендә кире тәртиптә язылган санны кушсаң, килеп чыккан сумма 11 гә кабатлы була. Моны исбатлагыз. Мондый үзлек өчурынлы саннар өчен дә саклана мы?

833 а) 2 санының эзлекле килүче өч дәрәҗәсе суммасы 14 кә;

б) 5 санының эзлекле килүче ике дәрәҗәсе 30 га бүленгәнен исбат итегез.

11 нче параграфка

834 Аңлатманы өчбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $(x-2)(5+x)$; г) $(3a+4)(8-a)$;

б) $(y+7)(y-11)$; д) $(5c+2)(2c-1)$;

в) $(10-z)(z-4)$; е) $(3n-2)(1-4n)$.

835 Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $(x-2)(x+3)+(x+2)(x-3)$;

б) $(y-1)(y+2)+(y+1)(y-2)$;

в) $(a+1)(a+2)+(a+3)(a+4)$;

г) $(c-1)(c-2)+(c-3)(c-4)$.

836 Аңлатманы күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $(x^2-x-4)(x-5)$; д) $(x^2-x+1)(2x^2-x+4)$;

б) $(2y-1)(y^2+5y-2)$; е) $(-5a^2+2a+3)(4a^2-2a+1)$;

в) $(2-3a)(-a^2+4a-8)$; ж) $y(y-3)(y+2)$;

г) $(3-4c)(2c^2-c-1)$; з) $(c-4)(c+2)(c+3)$.

837 Аңлатманың ниндидер икебуынга бердәй тигез икәнлеген исбат итегез:

а) $(x+y)(x^2-xy+y^2)$;
б) $(x-y)(x^2+xy+y^2)$;
в) $(a+b)(a^3-a^2b+ab^2-b^3)$;
г) $(a-b)(a^3+a^2b+ab^2+b^3)$.

838 Гадиләштерегез.

а) $(a^2-7)(a+2)-(2a-1)(a-14)$;
б) $(2-b)(1+2b)+(1+b)(b^3-3b)$;
в) $2x^2-(x-2y)(2x+y)$;
г) $(m-3n)(m+2n)-m(m-n)$.

839 $(y+8)(y-7)-y(y+1)$ аңлатмасының y ның теләсә нинди кыйммәте өчен тискәре кыйммәтләр алганлыгын исбат итегез.

840 а) $(3^5-3^4)(3^3+3^2)$ аңлатмасының кыйммәте 24 кә;
б) $(2^{10}+2^8)(2^5-2^3)$ аңлатмасының кыйммәте 60 ка;
в) $(16^3-8^3)(4^3+2^3)$ аңлатмасының кыйммәте 63 кә;
г) $(125^2+25^2)(5^2-1)$ аңлатмасының кыйммәте 39 га бүленгәнен исбатлагыз.

841 Аңлатманы гадиләштерегез һәм:
а) $x=-3$, $y=-2$ булганда, $126y^3+(x-5y)(x^2+25y^2+5xy)$;
б) $m=-3$, $n=4$ булганда, $m^3+n^3-(m^2-2mn-n^2)(m-n)$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

842 Аңлатманың кыйммәте үзгәрешле нинди кыйммәт алуга бәйле булмаганын исбатлагыз:

а) $(a-3)(a^2-8a+5)-(a-8)(a^2-3a+5)$;
б) $(x^2-3x+2)(2x+5)-(2x^2+7x+17)(x-4)$.

843 а) Эзлекле килүче 5 натураль сан суммасы 5 кә кабатлы;
б) эзлекле килүче дүрт так сан суммасы 8 гә кабатлы икәнен исбатлагыз.

844 Эзлекле килүче дүрт натураль санның беренче икесенең тапкырчыгышы калган икесе тапкырчыгышыннан 38 гә кимрәк. Бу саннарны табыгыз.

845 а) Эзлекле килүче дүрт бөтен санның уртадагы икесенең тапкырчыгышы кырыйдагы икесенең тапкырчыгышыннан 2 гә артыграк;
б) эзлекле килүче өч так санның уртадагысының квадраты кырыйдагы икесенең тапкырчыгышыннан 4 кә зуррак икәнлеген исбатлагыз.

846 Квадратның ягы турыпочмаклык якларының берсеннән 2 см га озынрак, ә икенчесеннән 5 см га кыскарак. Квадратның мәйданы турыпочмаклык мәйданыннан 50 см^2 га кечкенәрәк булса, квадрат мәйданын табарга.

847 Турыпочмаклыкның озынлыгын 4 см га киметеп, киңлеген 5 см га арттырсаң, мәйданы турыпочмаклык мәйданыннан 40 см^2 га зуррак булган квадрат килеп чыгар. Турыпочмаклык мәйданын табыгыз.

848 Турыпочмаклыкның периметры 36 м. Аның озынлыгын 1 м га, ә киңлеген 2 м га арттырсаң, мәйданы 30 $м^2$ га зураер. Бирелгән турыпочмаклыкның мәйданын табыгыз.

849 Турыпочмаклыкның периметры 30 см. Әгәр аның озынлыгын 3 см га киметеп, киңлеген 5 см га арттырсаң, турыпочмаклыкның мәйданы 8 $см^2$ га кечерәер. Башта бирелгән турыпочмаклыкның мәйданын табыгыз.

850 а) $a = 6{,}6$, $b = 0{,}4$ булганда, $a^2 + ab - 7a - 7b$;
б) $x = 0{,}5$, $y = 2{,}5$ булганда, $x^2 - xy - 4x - 4y$;
в) $a = 4$, $x = -3$ булганда, $5a^2 - 5ax - 7a + 7x$;
г) $x = 2$, $b = 12{,}5$, $c = 8{,}3$ булганда, $xb - xc + 3c - 3b$;
д) $a = -2$, $x = 9{,}1$, $y = -6{,}4$ булганда, $ay - ax - 2x + 2y$;
е) $a = 3$, $b = -13$, $x = -1$, $y = -2$ булганда, $3ax - 4by - 4ay + 3bx$
аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

851 Күпбуынны тапкырлаучыларга таркатыгыз:
а) $a^3 - 2a^2 + 2a - 4$;
б) $x^3 - 12 + 6x^2 - 2x$;
в) $c^4 - 2c^2 + c^3 - 2c$;
г) $-y^6 - y^5 + y^4 + y^3$;
д) $a^2b - b^2c + a^2c - bc^2$;
е) $2x^3 + xy^2 - 2x^2y - y^3$;
ж) $16ab^2 - 10c^3 + 32ac^2 - 5b^2c$;
з) $6a^3 - 21a^2b + 2ab^2 - 7b^3$.

852 Тапкырчыгыш рәвешендә күрсәтегез:
а) $ma - mb + na - nb + pa - pb$;
б) $ax - bx - cx + ay - by - cy$;
в) $x^2 + ax^2 - y - ay + cx^2 - cy$;
г) $ax^2 - 2y - bx^2 + ay + 2x^2 - by$.

853 Күпбуынны тапкырлаучыларга таркатыгыз:
а) $x^2 - 10x + 24$;
б) $x^2 - 13x + 40$;
в) $x^2 + 8x + 7$;
г) $x^2 + 15x + 54$;
д) $x^2 + x - 12$;
е) $x^2 - 2x - 35$.

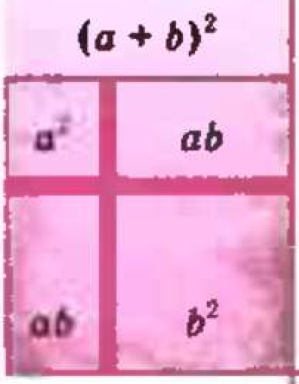
854 Бердәйлекне исбатлагыз:
а) $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)\ x + ab$;
б) $(x - a)(x - b) = x^2 - (a + b)x + ab$.

855 Бердәйлекне исбатлагыз:
а) $(x^4 + x^3)(x^2 + x) = x^4(x + 1)^2$;
б) $(y^4 + y^2)(y^2 - y) = y^3(y^2 + 1)(y - 1)$;
в) $(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2) = a^4 + a^2b^2 + b^4$;
г) $(c^4 - c^2 + 1)(c^4 + c^2 + 1) = c^8 + c^4 + 1$.

856 $b + c = 10$ булса, $(10a + b)(10a + c) = 100a(a + 1) + bc$ икәнен исбатлагыз. Бу формуладан файдаланып исәпләгез:
а) $23 \cdot 27$; б) $42 \cdot 48$; в) $59 \cdot 51$; г) $84 \cdot 86$.

857 $ab + c^2 = 0$ булса, $(a + c)(b + c) + (a - c)(b - c) = 0$. Моны исбатлагыз.

858 $a + b = 9$ булса, $(a + 1)(b + 1) - (a - 1)(b - 1) = 18$ икәнен исбатлагыз.



V бүлек

Кыскача тапкырлау формулалары

§ 12. Сумманың квадраты һәм аерманың квадраты

31. Ике аңлатманың суммасын һәм аермасын квадратка күтәрү

Күпбуынны күпбуынга тапкырлаганда, бер күпбуынның һәр буынын икенче күпбуынның һәр буынына тапкырлыйлар. Ләкин кайбер очракларда күпбуыннарны тапкырлауны, *кыскача тапкырлау формулаларын* кулланып, кыскарак башкарып була.

$a + b$ суммасын квадратка күтәрик. Моның өчен $(a + b)^2$ аңлатмасын $(a + b)(a + b)$ тапкырчыгышы рәвешендә күрсәтеп, тапкырлауны башкарыйк:

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Димәк,

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2. \qquad (1)$$

(1) бердәйлеген *сумма квадратының формуласы* дип атыйлар. Бу формула теләсә нинди ике аңлатманың суммасын квадратка күтәрүне гадирәк башкарырга мөмкинлек бирә:

ике аңлатманың суммасы квадраты беренче аңлатманың квадратына, плюс беренче һәм икенче аңлатмаларның икеләтелгән тапкырчыгышына, плюс икенче аңлатманың квадратына тигез.

$a - b$ аермасын квадратка күтәреп табабыз:

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

Димәк,

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2. \qquad (2)$$

(2) бердәйлеген *аерманың квадраты формуласы* дип атыйлар. Ул теләсә нинди ике аңлатманың аермасын квадратка күтәрергә мөмкинлек бирә:

ике аңлатманың аермасы квадраты беренче аңлатманың квадратына, минус беренче һәм икенче аңлатмаларның икеләтелгән тапкырчыгышына, плюс икенче аңлатманың квадратына тигез.

$a - b$ аермасын $a + (-b)$ суммасы рәвешендә күрсәтеп, (2) бердәйлеген (1) бердәйлегеннән китереп чыгарырга мөмкин икәнлеген искәртеп китик:

$$(a - b)^2 = (a + (-b))^2 =$$
$$= a^2 + 2a(-b) + (-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

Сумма квадраты һәм аерма квадраты формулаларын куллануга мисаллар китерик.

1 нче мисал $8x + 3$ суммасын квадратка күтәрик.

▶ Сумма квадраты формуласы буенча табабыз:

$$(8x + 3)^2 = (8x)^2 + 2 \cdot 8x \cdot 3 + 3^2 = 64x^2 + 48x + 9. \ \triangleleft$$

2 нче мисал $10x - 7y$ аермасын квадратка күтәрик.

▶ (2) бердәйлеген кулланып табабыз:

$$(10x - 7y)^2 = (10x)^2 - 2 \cdot 10x \cdot 7y + (7y)^2 =$$
$$= 100x^2 - 140xy + 49y^2. \ \triangleleft$$

3 нче мисал $(-5a - 4)^2$ аңлатмасын күпбуын рәвешендә күрсәтик.

▶ $(-5a - 4)^2$ аңлатмасы $(5a + 4)^2$ аңлатмасына бердәй тигез. Дөрестән дә, теләсә нинди a өчен $-5a - 4$ һәм $5a + 4$ аңлатмаларының кыйммәтләре капма-каршы саннар була, ә капма-каршы саннарның квадратлары тигез. Шулай булгач табабыз:

$$(-5a - 4)^2 = (5a + 4)^2 = 25a^2 + 40a + 16. \ \triangleleft$$

4 нче мисал $2x(3 + 8x) - (4x - 0{,}5)^2$ аңлатмасын гадиләштерик:

▶ $2x(3 + 8x) - (4x - 0{,}5)^2 = 6x + 16x^2 - (16x^2 - 4x + 0{,}25) =$
$= 6x + 16x^2 - 16x^2 + 4x - 0{,}25 = 10x - 0{,}25. \ \triangleleft$

ЕВКЛИД (безнең эрага кадәр III гасыр) —
борынгы грек галиме, элементар геометриягә, саннар теориясенә багышланган данлыклы «Башлангычлар» трактаты авторы. Математика үсешенә зур йогынты ясаган.

Күнегүләр

859 Күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $(x+y)^2$; б) $(p-q)^2$; в) $(b+3)^2$; г) $(10-c)^2$; д) $(y-9)^2$; е) $(9-y)^2$; ж) $(a+12)^2$; з) $(15-x)^2$; и) $(b-0{,}5)^2$; к) $(0{,}3-m)^2$.

860 Күпбуынга үзгәртегез:

а) $(m+n)^2$; б) $(c-d)^2$; в) $(x+9)^2$; г) $(8-a)^2$; д) $(a-25)^2$; е) $(40+b)^2$; ж) $(0{,}2-x)^2$; з) $(k+0{,}5)^2$.

861 52 нче һәм 53 нче рәсемнәр ярдәмендә:
а) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ формуласының геометрик мәгънәсен a һәм b ның уңай кыйммәтләре өчен ачыклагыз; б) $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$ формуласының геометрик мәгънәсен $a>b$ шартын канәгатьләндерүче a һәм b ның уңай кыйммәтләре өчен ачыклагыз.

862 Анлатманы үзгәртегез:

а) $(2x+3)^2$; б) $(7y-6)^2$; в) $(10+8k)^2$; г) $(5y-4x)^2$; д) $(5a+\frac{1}{5}b)^2$; е) $\left(\frac{1}{4}m-2n\right)^2$; ж) $(0{,}3x-0{,}5a)^2$; з) $(10c+0{,}1y)^2$.

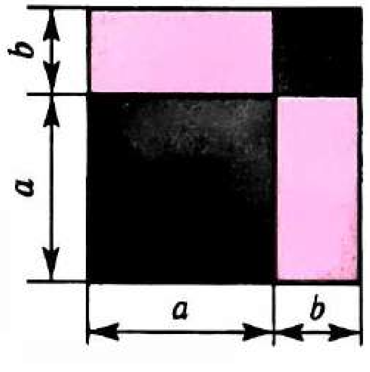
863 Күпбуынга үзгәртегез:

а) $(7-8b)^2$; б) $(0{,}6+2x)^2$; в) $\left(\frac{1}{3}x-3y\right)^2$; г) $\left(4a+\frac{1}{8}b\right)^2$; д) $(0{,}1m+5n)^2$; е) $(12a-0{,}3c)^2$.

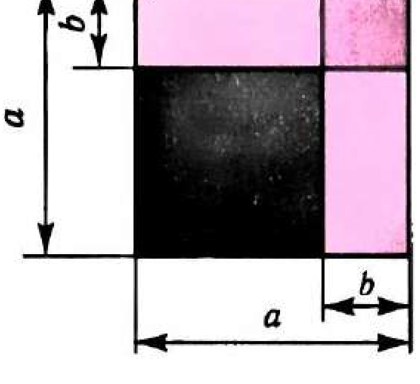
864 Күпбуынга үзгәртегез:

а) $(-x+5)^2$; б) $(-z-2)^2$; в) $(-n+4)^2$; г) $(-m-10)^2$.

865 $(y-x)^2$, $(y+x)^2$, $(-y+x)^2$, $(-x+y)^2$, $(-x-y)^2$ аңлатмаларыннан а) $(x+y)^2$; б) $(x-y)^2$ аңлатмаларына бердәй тигезләрен сайлап алыгыз.



Рәс. 52



Рәс. 53

866 Бердәйлекне исбатлагыз:

а) $(a-b)^2=(b-a)^2$; б) $(-a-b)^2=(a+b)^2$.

867 Икебуынның квадратын күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $(-9a+4b)^2$; г) $\left(-1\frac{1}{3}p+6q\right)^2$;

б) $(-11x-7y)^2$; д) $(0{,}08a-50b)^2$;

в) $(-0{,}8x-0{,}5b)^2$; е) $(-0{,}5x-60y)^2$.

868 Күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $(-3a+10b)^2$; г) $\left(5a+\frac{1}{15}b\right)^2$;

б) $(-6m-n)^2$; д) $(-0{,}2p-10q)^2$;

в) $(8x-0{,}3y)^2$; е) $(0{,}8x-0{,}1y)^2$.

869 Сумма квадраты формуласын яки аерма квадраты формуласын кулланып исәпләгез:

а) $(100+1)^2$; в) 61^2; д) 999^2; ж) $9{,}9^2$;

б) $(100-1)^2$; г) 199^2; е) 702^2; з) $10{,}2^2$.

870 Берәмлеккә якын саннарның квадратын исәпләү өчен, $(1+\alpha)^2=1+2\alpha+\alpha^2$ формуласы урынына $(1+\alpha)^2\approx1+2\alpha$ якынча формуласы кулланыла. Бу формула буенча табылган якынча кыйммәтләрнең абсолют хатасы нинди?

$(1+\alpha)^2\approx1+2\alpha$ формуласы ярдәмендә бирелгән аңлатманың якынча кыйммәтен табыгыз һәм, калькулятор кулланып, аның абсолют һәм чагыштырма хатасын табыгыз:

а) $(1+0{,}01)^2$; в) $1{,}05^2$; д) $0{,}97^2$;

б) $(1-0{,}02)^2$; г) $1{,}005^2$; е) $0{,}999^2$.

871 Квадратка күтәрегез:

а) $(x^2-5)^2$; в) $(2a+b^4)^2$; д) $(5y^3-2x^2)^2$;

б) $(7-y^3)^2$; г) $(-3p+q^3)^2$; е) $\left(\frac{1}{3}m^4+9n^2\right)^2$.

872 Күпбуынга үзгәртегез:

а) $(a^2-3a)^2$; г) $(4y^3-0{,}5y^2)^2$; ж) $\left(3ab-\frac{1}{6}a^2\right)^2$;

б) $\left(\frac{1}{2}x^3+6x\right)^2$; д) $\left(1\frac{1}{2}a^5+8a^2\right)^2$; з) $\left(12c^4+\frac{1}{4}a^6c\right)^2$;

в) $(c^2-0{,}7c^3)^2$; е) $(0{,}6b-60b^2)^2$; и) $(0{,}2xy+0{,}5x^2y^2)^2$.

873 Күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $(a^2-2b)^2$; в) $(7a^6+12a)^2$; д) $(3y+8y^5)^2$;

б) $(x^3+3y^4)^2$; г) $(15x-x^3)^2$; е) $(4a^3-11a^2)^2$.

874 $*$ ны бербуын белән килеп чыккан тигезлек бердәйлек булырлык итеп алыштырыгыз:

а) $(* + 2b)^2 = a^2 + 4ab + 4b^2$;

б) $(3x + *)^2 = 9x^2 + 6ax + a^2$;

в) $(* - 2m)^2 = 100 - 40m + 4m^2$;

г) $(* - 9c)^2 = 36a^4 - 108a^2c + 81c^2$;

д) $(15y + *)^2 = 225y^2 + 12x^3y + 0{,}16x^6$;

е) $(3a + 2{,}5b)^2 = 9a^2 + 6{,}25b^2 + *$.

875 Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $(12a - 1)^2 - 1$;

б) $(2a + 6b)^2 - 24ab$;

в) $121 - (11 - 9x)^2$;

г) $a^2b^2 - (ab - 7)^2$;

д) $b^2 + 49 - (b - 7)^2$;

е) $a^4 - 81 - (a^2 + 9)^2$.

876 Күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $18a + (a - 9)^2$;

б) $(5x - 1)^2 - 25x^2$;

в) $4x^2 - (2x - 3)^2$;

г) $(a + 2b)^2 - 4b^2$.

877 Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $(x - 3)^2 + x(x + 9)$;

б) $(2a + 5)^2 - 5(4a + 5)$;

в) $9b(b - 1) - (3b + 2)^2$;

г) $(b - 4)^2 + (b - 1)(2 - b)$;

д) $(a + 3)(5 - a) - (a - 1)^2$;

е) $(5 + 2y)(y - 3) - (5 - 2y)^2$.

878 Аңлатманы гадиләштерегез һәм:

а) $x = 0{,}97$ булганда, $(x - 10)^2 - x(x + 80)$;

б) $x = -16{,}2$ булганда, $(2x + 9)^2 - x(4x + 31)$;

в) $x = -3{,}5$ булганда, $(2x + 0{,}5)^2 - (2x - 0{,}5)^2$;

г) $x = -10$ булганда, $(0{,}1x - 8)^2 + (0{,}1x + 8)^2$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

879 Тигезләмәне чишегез:

а) $(x - 6)^2 - x(x + 8) = 2$;

б) $9x(x + 6) - (3x + 1)^2 = 1$;

в) $y(y - 1) - (y - 5)^2 = 2$;

г) $16y(2 - y) + (4y - 5)^2 = 0$.

880 Тигезләмәнең тамырын табыгыз:

а) $(x - 5)^2 - x^2 = 3$;

б) $(2y + 1)^2 - 4y^2 = 5$;

в) $9x^2 - 1 - (3x - 2)^2 = 0$;

г) $x + (5x + 2)^2 = 25(1 + x^2)$.

881 Аңлатманы күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $7(4a - 1)^2$;

б) $-3(5y - x)^2$;

в) $-10\left(\frac{1}{2}b + 2\right)^2$;

г) $3(a - 1)^2 + 8a$;

д) $9c^2 - 4 + 6(c - 2)^2$;

е) $10ab - 4(2a - b)^2 + 6b^2$.

882 Аңлатманы күпбуынга үзгәртегез:

а) $5(3a + 7)^2$;

б) $-6(4 - b)^2$;

в) $-3(2 - x)^2 - 10x$;

г) $12a^2 - 4(1 - 2a)^2 + 8$.

883 Күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $a(a+9b)^2$; в) $(a+2)(a-1)^2$;

б) $6x(x^2+5x)^2$; г) $(x-4)(x+2)^2$.

884 Бердәйлекне исбатлагыз:

а) $(a+b)^2+(a-b)^2=2(a^2+b^2)$; в) $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$;

б) $(a+b)^2-(a-b)^2=4ab$; г) $(a+b)^2-2b(a+b)=a^2-b^2$.

885 Сумманың кубы

$$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$

формуласын чыгарыгыз. Исбатланган бердәйлектән файдаланып, аңлатманы күпбуынга үзгәртегез: а) $(2x+y)^3$; б) $(a+3b)^3$.

886 Аерманың кубы формуласын чыгарыгыз:

$$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3.$$

887 x нинди кыйммәт алганда

а) $x+1$ икебуынының квадраты $x-3$ икебуыны квадратыннан 120 гә зуррак;

б) $2x+10$ икебуын квадраты $x-5$ икебуыны квадратыннан 4 тапкыр зуррак?

Кабатлау өчен күнегүләр

888 Аңлатмаларны укыгыз:

а) $(3a)^2+(5b)^2$; в) $(3a-5b)^2$;

б) $(3a+5b)^2$; г) $(3a)^2-(5b)^2$.

889 Аңлатма рәвешендә языгыз:

а) $2m$ һәм $7n$ квадратларының аермасын;

б) x белән $8y$ аермасының квадратын;

в) $6a$ ның b^7 ка өчләтелгән тапкырчыгышын;

г) a һәм b суммасының аларның аермасына тапкырчыгышын.

890 a^5+2a+a^4+2 күпбуынын тапкырлаучыларга таркатыгыз.

891 Күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $(2a^2-ab)(a+4b^2)$; б) $(x+3y)(x-3y)$.

892 Аралары 1020 км булган A һәм B пунктларыннан бер үк вакытта берсенең тизлеге икенчесеннән 10 км/сәг кә зуррак булган ике поезд кара-каршы юлга чыга. 5 сәг үткәч, поездлар очрашканчыга кадәр бер-берсеннән 170 км ераклыкта булалар. Поездларның тизлеген табыгыз.

32. Сумманың квадраты һәм аерманың квадраты формулалары ярдәмендә тапкырлаучыларга таркату

Сумманың квадраты һәм аерманың квадраты формулаларын сумма һәм аерманы квадратка күтәрүдән тыш, $a^2+2ab+b^2$ һәм $a^2-2ab+b^2$ рәвешендәге аңлатмаларны тапкырлаучыларга таркатканда да кулланыла.

Дөрестән дә, бу формулаларда уң һәм сул кисәкләренең урыннарын алыштырып табабыз:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2;$$
$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2.$$

1 нче мисал $$9x^2 + 30x + 25$$

өчбуынын тапкырлаучыларга таркатыйк.

▶ Беренче кушылучы $3x$ аңлатмасының квадраты, өченчесе 5 санының квадраты. Икенче кушылучы $3x$ һәм 5 нең икеләтелгән тапкырчыгышы булганлыктан, бу өчбуынны $3x$ һәм 5 суммасының квадраты рәвешендә күрсәтергә була:

$$9x^2 + 30x + 25 =$$
$$= (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 5 + 5^2 = (3x + 5)^2. \triangleleft$$

2 нче мисал $$a^2 - 20ab^2 + 100b^4$$

күпбуынын тапкырлаучыларга таркатыйк:

▶ $$a^2 - 20ab^2 + 100b^4 =$$
$$= a^2 - 2 \cdot a \cdot 10b^2 + (10b^2)^2 = (a - 10b^2)^2. \triangleleft$$

Күнегүләр

893 Өчбуынны икебуын квадраты рәвешендә күрсәтегез:

а) $x^2 + 2xy + y^2$; в) $a^2 + 12a + 36$; д) $1 - 2z + z^2$;

б) $p^2 - 2pq + q^2$; г) $64 + 16b + b^2$; е) $n^2 + 4n + 4$.

894 Икебуын квадраты рәвешендә күрсәтегез:

а) $4x^2 + 12x + 9$; г) $\frac{1}{4}m^2 + 4n^2 - 2mn$;

б) $25b^2 + 10b + 1$; д) $10xy + 0{,}25x^2 + 100y^2$;

в) $9x^2 - 24xy + 16y^2$; е) $9a^2 - ab + \frac{1}{36}b^2$.

895 Өчбуынны икебуынның квадратына үзгәртегез:

а) $81a^2 - 18ab + b^2$; г) $100x^2 + y^2 + 20xy$;

б) $1 + y^2 - 2y$; д) $b^2 + 4a^2 - 4ab$;

в) $8ab + b^2 + 16a^2$; е) $28xy + 49x^2 + 4y^2$.

896 Өчбуынны икебуын квадраты рәвешендә күрсәтерлек итеп, $*$ тамгасы урынына бербуын куегыз:

а) $* + 56a + 49$; в) $25a^2 + * + \frac{1}{4}b^2$;

б) $36 - 12x + *$; г) $0{,}01b^2 + * + 100c^2$.

897 $*$ тамгасы урынына, бердәйлек килеп чыгарлык итеп, бербуыннар куегыз:

а) $(* + 2a)^2 = * + 12ab + *$; б) $(3x + *)^2 = * + * + 49y^2$.

898 Килеп чыккан аңлатманы икебуын квадраты рәвешендә күрсәтерлек итеп, йолдызчыкны бербуын белән алмаштырыгыз:

а) $b^2 + 20b + *$; в) $16x^2 + 24xy + *$;

б) $* + 14b + 49$; г) $* - 42pq + 49q^2$.

899 Өчбуынны икебуын квадраты яки икебуын квадратына капма-каршы аңлатма рәвешендә күрсәтегез:

а) $-1 + 4a - 4a^2$; г) $-44ax + 121a^2 + 4x^2$;

б) $-42a + 9a^2 + 49$; д) $4cd - 25c^2 - 0{,}16d^2$;

в) $24ab - 16a^2 - 9b^2$; е) $-0{,}49x^2 - 1{,}4xy - y^2$.

900 а) $y = 101$; -11; $0{,}6$ булганда, $y^2 - 2y + 1$;

б) $x = 12{,}5$; 0; -2 булганда, $4x^2 - 20x + 25$;

в) $a = 0{,}4$; -2; $-1{,}6$ булганда, $25a^2 + 49 + 70a$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

901 x ның теләсә нинди кыйммәте өчен тигезсезлек дөресме

а) $x^2 + 10 > 0$; б) $x^2 + 20x + 100 > 0$?

902 Аңлатманың кыйммәтен нуль белән чагыштырыгыз:

а) $x^2 - 30x + 225$; б) $-x^2 + 2xy - y^2$.

903 Килеп чыккан тигезсезлек x ның теләсә нинди кыйммәте өчен дөрес булырлык итеп, ... урынына $\le$ яки $\ge$ тамгаларының кайсы да булса берсен куегыз:

а) $x^2 - 16x + 64 \ldots 0$; в) $-x^2 - 4x - 4 \ldots 0$;

б) $64 + 8x + x^2 \ldots 0$; г) $-x^2 + 18x - 81 \ldots 0$.

904 Мөмкин булса, аңлатманы икебуын квадраты рәвешендә күрсәтегез:

а) $\frac{1}{4}x^2 + 3x + 9$; д) $100b^2 + 9c^2 - 60bc$;

б) $25a^2 - 30ab + 9b^2$; е) $49x^2 + 12xy + 64y^2$;

в) $p^2 - 2p + 4$; ж) $81y^2 - 16z^2 - 72yz$;

г) $\frac{1}{9}x^2 + \frac{2}{15}xy + \frac{1}{25}y^2$; з) $\frac{1}{16}a^2 - ab + 4b^2$.

905 Аңлатманы икебуын квадратына үзгәртегез:

а) $x^4 - 8x^2y^2 + 16y^4$; г) $a^2x^2 - 2abx + b^2$;

б) $\frac{1}{16}x^4 + 2x^2a + 16a^2$; д) $9y^2 + c^2d^2 + 6cdy$;

в) $\frac{1}{4}a^2 + 2ab^2 + 4b^4$; е) $\frac{9}{25}a^6b^2 - a^4b^4 + \frac{25}{36}a^2b^6$.

906 Аңлатманы икебуын квадраты рәвешендә күрсәтегез:

а) $4a^6 - 4a^3b^2 + b^4$; в) $0{,}01x^4 + y^2 - 0{,}2x^2y$;

б) $b^8 - a^2b^4 + \frac{1}{4}a^4$; г) $9x^8 + 4y^2 - 12x^4y$.

Кабатлау өчен күнегүләр

907 Аңлатманы укыгыз:

а) $(a-10b)^2$; б) $a^2-(10b)^2$; в) $(a+10b)(a-10b)$.

908 Аңлатма рәвешендә языгыз:

а) $3a$ белән $\frac{1}{3}b$ ның суммасы квадраты;

б) $0{,}5m$ һәм $5{,}3n$ квадратларының суммасы;

в) $0{,}6x^2$ ның $9y^2$ ка тапкырчыгышы;

г) $8x$ һәм $4y$ аңлатмалары суммасының шул ук аңлатмаларның аермасына тапкырчыгышы.

909 Күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $(x^2+4xy-y^2)(2y-x)$; б) $(3-a)(a^3-4a^2-5a)$.

910 Аңлатманы бербуын квадраты рәвешендә күрсәтегез:

а) $4x^4$; в) $36m^6$; д) $9a^4b^2$;

б) $0{,}25a^4$; г) a^2b^4; е) $0{,}16x^6y^4$.

911 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) m^3+m^2-m-1; б) $7a^3+a^2b-28a-4b$.

Контроль сораулар

1 Сумма квадраты формуласын языгыз. Аны исбатлагыз.

2 Аерма квадраты формуласын языгыз. Аны исбатлагыз.

3 а) Сумма квадраты; б) аерма квадраты рәвешендә күрсәтелә алырлык өчбуынга мисал китерегез.

§ 13. Квадратлар аермасы. Кублар суммасы һәм аермасы

33. Ике аңлатманың аермасын аларның суммасына тапкырлау

Кыскача тапкырлауның тагын бер формуласын карап китик. $a-b$ аермасын $a+b$ суммасына тапкырлыйк:

$$(a-b)(a+b)=a^2+ab-ab-b^2=a^2-b^2.$$

Димәк,

$$(a-b)(a+b)=a^2-b^2. \quad (1)$$

(1) бердәйлеге теләсә нинди ике аңлатманың аермасын аларның суммасына кыскача тапкырларга мөмкинлек бирә.

Ике аңлатма аермасының аларның суммасына тапкырчыгышы бу аңлатмаларның квадратлары аермасына тигез.

(1) формуласын куллануга мисаллар китерик.

1 нче мисал $3x - 7y$ аермасын $3x + 7y$ суммасына тапкырлыйк.

▶ (1) бердәйлегеннән файдаланып табабыз:

$$(3x - 7y)(3x + 7y) = (3x)^2 - (7y)^2 = 9x^2 - 49y^2. \triangleleft$$

2 нче мисал $(5a^2 - b^3)(5a^2 + b^3)$ тапкырчыгышын күпбуын рәвешендә күрсәтик.

▶ (1) бердәйлеген кулланып табабыз:

$$(5a^2 - b^3)(5a^2 + b^3) = (5a^2)^2 - (b^3)^2 = 25a^4 - b^6. \triangleleft$$

3 нче мисал $(-2a - 9c)(2a - 9c)$ тапкырчыгышын күпбуын рәвешендә күрсәтик.

▶ $-2a - 9c$ аңлатмасында -1 не җәяләр тышына чыгарыйк, ул вакытта

$$(-2a - 9c)(2a - 9c) = (-1)(2a + 9c)(2a - 9c) =$$
$$= -((2a)^2 - (9c)^2) = -(4a^2 - 81c^2) = -4a^2 + 81c^2.$$

Үзгәртүне башкача да башкарып була:

$$(-9c - 2a)(-9c + 2a) = (-9c)^2 - (2a)^2 = 81c^2 - 4a^2 . \triangleleft$$

4 нче мисал $6{,}5x^2 - (2x + 0{,}8)(2x - 0{,}8)$ аңлатмасын гадиләштерик:

▶ $$6{,}5x^2 - (2x + 0{,}8)(2x - 0{,}8) = 6{,}5x^2 - (4x^2 - 0{,}64) =$$
$$= 6{,}5x^2 - 4x^2 + 0{,}64 = 2{,}5x^2 + 0{,}64. \triangleleft$$

Күнегүләр

912 Күпбуыннарны тапкырлагыз:

а) $(x - y)(x + y)$;
б) $(p + q)(p - q)$;
в) $(b - a)(b + a)$;
г) $(p - 5)(p + 5)$;
д) $(x + 3)(x - 3)$;
е) $(1 - c)(1 + c)$;
ж) $(2x - 1)(2x + 1)$;
з) $(7 + 3y)(3y - 7)$;
и) $(n - 3m)(3m + n)$;
к) $(2a - 3b)(3b + 2a)$;
л) $(8c + 9d)(9d - 8c)$;
м) $(10x - 7y)(10x + 7y)$.

913 Тапкырлагыз:

а) $(y - 4)(y + 4)$;
б) $(p - 7)(7 + p)$;
в) $(4 + 5y)(5y - 4)$;
г) $(7x - 2)(7x + 2)$;
д) $(8b + 5a)(5a - 8b)$;
е) $(10x - 6c)(10x + 6c)$.

914 54 нче рәсем ярдәмендә $a > b$ шартын канәгатьләндерүче a һәм b ның уңай кыйммәтләре өчен $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ формуласының геометрик мәгънәсен аңлатыгыз.

915 Тапкырчыгышны күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $(x^2-5)(x^2+5)$;

б) $(4+y^2)(y^2-4)$;

в) $(9a-b^2)(b^2+9a)$;

г) $(0{,}7x+y^2)(0{,}7x-y^2)$;

д) $(10p^2-0{,}3q^2)(10p^2+0{,}3q^2)$;

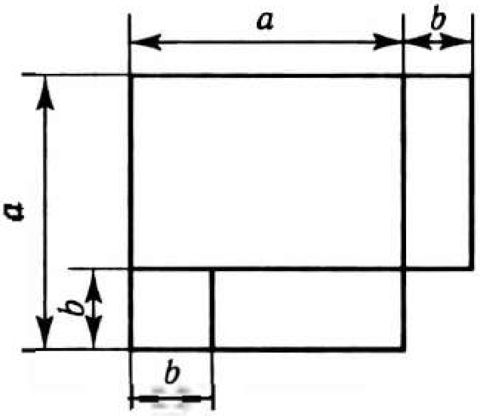
е) $(a^3-b^2)(a^3+b^2)$;

ж) $(c^4+d^2)(d^2-c^4)$;

з) $(5x^2+2y^3)(5x^2-2y^3)$;

и) $(1{,}4c-0{,}7y^3)(0{,}7y^3+1{,}4c)$;

к) $(1{,}3a^5-0{,}1b^4)(1{,}3a^5+0{,}1b^4)$.



Рәс. 54

916 Бердәйлек килеп чыгарлык итеп, $*$ тамгасы урынына нинди дә булса бербуын языгыз:

а) $(2a+*)(2a-*)=4a^2-b^2$;

б) $(*-3x)(*+3x)=16y^2-9x^2$;

в) $(5x+*)(5x-*)=25x^2-0{,}16y^4$;

г) $100m^4-4n^6=(10m^2-*)(*+10m^2)$;

д) $(*-b^4)(b^4+*)=121a^{10}-b^8$;

е) $m^4-225c^{10}=(m^2-*)(*+m^2)$.

917 Күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $(3x^2-1)(3x^2+1)$;

б) $(5a-b^3)(b^3+5a)$;

в) $\left(\frac{3}{7}m^3+\frac{1}{4}n^3\right)\left(\frac{3}{7}m^3-\frac{1}{4}n^3\right)$;

г) $(0{,}4y^3+5a^2)(5a^2-0{,}4y^3)$;

д) $(1{,}2c^2-7a^2)(1{,}2c^2+7a^2)$;

е) $\left(\frac{5}{8}x+y^5\right)\left(y^5-\frac{5}{8}x\right)$.

918 Исәпләгез:

а) $(100-1)(100+1)$;

б) $(80+3)(80-3)$;

в) $201\cdot199$;

г) $74\cdot66$;

д) $1002\cdot998$;

е) $1{,}05\cdot0{,}95$.

919 Тапкырчыгышның кыйммәтен табыгыз:

а) $52\cdot48$;

б) $37\cdot43$;

в) $6{,}01\cdot5{,}99$;

г) $2{,}03\cdot1{,}97$;

д) $17{,}3\cdot16{,}7$;

е) $29{,}8\cdot30{,}2$.

920 Кыскача тапкырлауның тиешле формуласын кулланып, анлатманы күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $(-y+x)(x+y)$;

б) $(-a+b)(b-a)$;

в) $(-b-c)(b-c)$;

г) $(x+y)(-x-y)$;

д) $(x-y)(y-x)$;

е) $(-a-b)(-a-b)$.

921 Күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $(-3xy+a)(3xy+a)$;

б) $(-1-2a^2b)(1-2a^2b)$;

в) $(12a^3-7x)(-12a^3-7x)$;

г) $(-10p^4+9)(9-10p^4)$.

922 Тапкырлагыз:

а) $(-m^2+8)(m^2+8)$;

б) $(5y-y^2)(y^2+5y)$;

в) $(6n^2+1)(-6n^2+1)$;

г) $(-7ab-0{,}2)(0{,}2-7ab)$.

923 Күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $2(x-3)(x+3)$;
б) $y(y+4)(y-4)$;
в) $5x(x+2)(x-2)$;
г) $-3a(a+5)(5-a)$;
д) $(0{,}5x-7)(7+0{,}5x)(-4x)$;
е) $-5y(-3y-4)(3y-4)$.

924 Аңлатманы күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $(b+a)(b-a)^2$;
б) $(x+y)^2(y-x)$.

925 Тапкырлагыз:

а) $(b-2)(b+2)(b^2+4)$;
б) $(3-y)(3+y)(9+y^2)$;
в) $(a^2+1)(a+1)(a-1)$;
г) $(c^4+1)(c^2+1)(c^2-1)$;
д) $(x-3)^2(x+3)^2$;
е) $(y+4)^2(y-4)^2$;
ж) $(a-5)^2(5+a)^2$;
з) $(c+4)^2(4-c)^2$.

926 Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $(0{,}8x+15)(0{,}8x-15)+0{,}36x^2$;
б) $5b^2+(3-2b)(3+2b)$;
в) $2x^2-(x+1)(x-1)$;
г) $(3a-1)(3a+1)-17a^2$;
д) $100x^2-(5x-4)(4+5x)$;
е) $22c^2+(-3c-7)(3c-7)$.

927 Гадиләштерегез:

а) $(x-y)(x+y)(x^2+y^2)$;
б) $(2a+b)(4a^2+b^2)(2a-b)$;
в) $(c^3+b)(c^3-b)(c^6+b^2)$;
г) $(3m-2)(3m+2)+4$;
д) $25n^2-(7+5n)(7-5n)$;
е) $6x^2-(x-0{,}5)(x+0{,}5)$.

928 Теләсә нинди бөтен санның квадраты аннан алда һәм артта килүче бөтен саннар тапкырчыгышыннан 1 гә зуррак булуын исбатлагыз.

929 Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $(x-2)(x+2)-x(x+5)$;
б) $m(m-4)+(3-m)(3+m)$;
в) $(4x-a)(4x+a)+2x(x-a)$;
г) $2a(a+b)-(2a+b)(2a-b)$.

930 Күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $(5a-3c)(5a+3c)-(7c-a)(7c+a)$;
б) $(4b+10c)(10c-4b)+(-5c+2b)(5c+2b)$;
в) $(3x-4y)^2-(3x-4y)(3x+4y)$;
г) $(2a+6b)(6b-2a)-(2a+6b)^2$.

931 Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $5a(a-8)-3(a+2)(a-2)$;
б) $(1-4b)(4b+1)+6b(b-2)$;
в) $(8p-q)(q+8p)-(p+q)(p-q)$;
г) $(2x-7y)(2x+7y)+(2x-7y)(7y-2x)$.

932 Тигезләмәне чишегез:

а) $8m(1+2m)-(4m+3)(4m-3)=2m$;
б) $x-3x(1-12x)=11-(5-6x)(6x+5)$.

933 Тигезләмәнең тамырын табыгыз:

а) $(6x-1)(6x+1)-4x(9x+2)=-1$;
б) $(8-9a)a=-40+(6-3a)(6+3a)$.

Кабатлау өчен күнегүләр

934 Аңлатманы икебуын квадраты рәвешендә күрсәтегез:

а) $1 - 4xy + 4x^2y^2$; б) $\frac{1}{4}a^2b^2 + ab + 1$.

935 Бердәйлекне исбатлагыз:

а) $(a + b)^2 - 4ab = (a - b)^2$; б) $(a - b)^2 + 4ab = (a + b)^2$.

936 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $2abc^2 - 3ab^2c + 4a^2bc$; в) $-15am^3n^4 - 20am^4n^6$;

б) $12a^2xy^3 - 6axy^5$; г) $-28b^4c^5y + 16b^5c^6y^8$.

937 Тигезләмәне чишегез:

а) $2x - \frac{x-2}{2} = \frac{x}{3} - 6$; г) $6 = \frac{3x-1}{2} \cdot 2{,}4$;

б) $1 + \frac{x+1}{3} = x - \frac{3x+1}{8}$; д) $0{,}69 = \frac{5-2y}{6} \cdot 13{,}8$;

в) $\frac{1-y}{7} + y = \frac{y}{2} + 3$; е) $0{,}5 \cdot \frac{4+2x}{13} = x - 10$.

938 Аралары 380 км булган M һәм N станцияләреннән бер үк вакытта кара-каршы ике поезд чыга. N станциясеннән чыккан поездның тизлеге икенчесенең тизлегеннән 5 км/сәг кә артыграк. Юлга чыгып 2 сәг үткәч, поездларның арасы 30 км була. Поездларның тизлеген табыгыз.

34. Квадратлар аермасын тапкырлаучыларга таркату

$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ бердәйлегендә уң һәм сул кисәкләрнең урыннарын алыштырып табабыз:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

Бу бердәйлекне *квадратлар аермасы формуласы* дип атыйлар.

Аны теләсә нинди ике аңлатманың квадратлары аермасын тапкырлаучыларга таркату өчен кулланалар:

ике аңлатманың квадратлары аермасы бу аңлатмаларның аермасы белән суммасы тапкырчыгышына тигез.

Квадратлар аермасы формуласын куллануга мисаллар китерик.

1 нче мисал $36 - a^2$ аңлатмасын тапкырлаучыларга таркатыйк. $36 = 6^2$, шуңа күрә

$$36 - a^2 = 6^2 - a^2 = (6 - a)(6 + a).$$

2 нче мисал $49x^2 - 16y^6$ икебуынын тапкырчыгыш рәвешендә күрсәтик.

Бу икебуынны квадратлар аермасы рәвешендә күрсәтеп табабыз:

$$49x^2 - 16y^6 = (7x)^2 - (4y^3)^2 = (7x - 4y^3)(7x + 4y^3).$$

Күнегүләр

939 Күпбуынны сумма һәм аерманың тапкырчыгышы рәвешендә күрсәтегез:

а) $x^2 - y^2$; г) $m^2 - 1$; ж) $p^2 - 400$; к) $b^2 - \frac{4}{9}$;

б) $c^2 - z^2$; д) $16 - b^2$; з) $y^2 - 0{,}09$; л) $\frac{9}{16} - n^2$;

в) $a^2 - 25$; е) $100 - x^2$; и) $1{,}44 - a^2$; м) $\frac{25}{49} - p^2$.

940 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $25x^2 - y^2$; д) $9m^2 - 16n^2$; и) $9 - b^2c^2$;

б) $-m^2 + 16n^2$; е) $64p^2 - 81q^2$; к) $4a^2b^2 - 1$;

в) $36a^2 - 49$; ж) $-49a^2 + 16b^2$; л) $p^2 - a^2b^2$;

г) $64 - 25x^2$; з) $0{,}01n^2 - 4m^2$; м) $16c^2d^2 - 9a^2$.

941 Тапкырчыгыш рәвешендә күрсәтегез:

а) $x^2 - 64$; г) $-81 + 25y^2$; ж) $x^2y^2 - 0{,}25$;

б) $0{,}16 - c^2$; д) $144b^2 - c^2$; з) $c^2d^2 - a^2$;

в) $121 - m^2$; е) $16x^2 - 49y^2$; и) $a^2x^2 - 4y^2$.

942 Исәпләгез:

а) $47^2 - 37^2$; в) $126^2 - 74^2$; д) $0{,}849^2 - 0{,}151^2$;

б) $53^2 - 63^2$; г) $21{,}3^2 - 21{,}2^2$; е) $\left(5\frac{2}{3}\right)^2 - \left(4\frac{1}{3}\right)^2$.

943 Вакланманың кыйммәтен табыгыз:

а) $\frac{36}{13^2 - 11^2}$; б) $\frac{79^2 - 65^2}{420}$; в) $\frac{53^2 - 27^2}{79^2 - 51^2}$; г) $\frac{53^2 - 32^2}{61^2 - 44^2}$.

944 Аңлатманың кыйммәтен табыгыз:

а) $41^2 - 31^2$; в) $256^2 - 156^2$; д) $\frac{26^2 - 12^2}{54^2 - 16^2}$;

б) $76^2 - 24^2$; г) $0{,}783^2 - 0{,}217^2$; е) $\frac{63^2 - 27^2}{83^2 - 79^2}$.

945 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $x^4 - 9$; г) $y^2 - p^4$; ж) $b^4 - y^{10}$; к) $c^8 - d^8$;

б) $25 - n^6$; д) $c^6 - d^6$; з) $m^8 - n^6$; л) $a^4 - 16$;

в) $m^8 - a^2$; е) $x^6 - a^4$; и) $a^4 - b^4$; м) $81 - b^4$.

946 Тигезләмәне чишегез:

а) $x^2 - 16 = 0$; г) $a^2 - 0{,}25 = 0$; ж) $4x^2 - 9 = 0$;

б) $y^2 - 81 = 0$; д) $b^2 + 36 = 0$; з) $25x^2 - 16 = 0$;

в) $\frac{1}{9} - x^2 = 0$; е) $x^2 - 1 = 0$; и) $81x^2 + 4 = 0$.

947 Тигезләмәне чишегез:

а) $m^2 - 25 = 0$; б) $x^2 - 36 = 0$; в) $9x^2 - 4 = 0$; г) $16x^2 - 49 = 0$.

948 Тапкырчыгыш рәвешендә күрсәтегез:

а) $c^6 - 9x^4$; г) $a^4b^2 - 1$; ж) $16m^2y^2 - 9n^4$;
б) $100y^2 - a^8$; д) $0{,}36 - x^4y^4$; з) $9x^8y^4 - 100z^2$;
в) $4x^4 - 25b^2$; е) $4a^2 - b^6c^2$; и) $0{,}81p^6m^4 - 0{,}01x^2$.

949 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $64 - y^4$; г) $25m^6 - n^2$; ж) $64 - a^4b^4$;
б) $x^2 - c^6$; д) $1 - 49p^{10}$; з) $16b^2c^{12} - 0{,}25$;
в) $a^4 - b^8$; е) $4y^6 - 9a^4$; и) $81x^6y^2 - 0{,}36a^2$.

950 Аңлатманы тапкырчыгыш рәвешендә күрсәтегез:

а) $(x+3)^2 - 1$; в) $(4a-3)^2 - 16$; д) $(5y-6)^2 - 81$;
б) $64 - (b+1)^2$; г) $25 - (a+7)^2$; е) $1 - (2x-1)^2$.

951 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $9y^2 - (1+2y)^2$; г) $(5a-3b)^2 - 25a^2$;
б) $(3c-5)^2 - 16c^2$; д) $(-2a^2+3b)^2 - 4a^4$;
в) $49x^2 - (y+8x)^2$; е) $b^6 - (x-4b^3)^2$.

952 Тапкырчыгыш рәвешендә күрсәтегез:

а) $(2b-5)^2 - 36$; г) $p^2 - (2p+1)^2$;
б) $9 - (7+3a)^2$; д) $(5c-3d)^2 - 9d^2$;
в) $(4-11m)^2 - 1$; е) $a^4 - (9b+a^2)^2$.

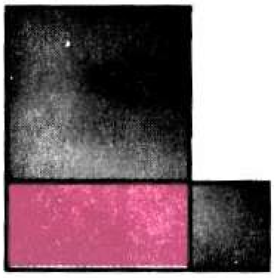
953 Тапкырчыгыш рәвешендә күрсәтегез:

а) $(2x+y)^2 - (x-2y)^2$; в) $(m+n)^2 - (m-n)^2$;
б) $(a+b)^2 - (b+c)^2$; г) $(4c-x)^2 - (2c+3x)^2$.

954 n теләсә нинди натураль кыйммәт алганда, $(4n+5)^2 - 9$ аңлатмасының кыйммәте 4 кә бүленүен исбатлагыз.

955 n теләсә нинди натураль кыйммәт алганда, $(n+7)^2 - n^2$ аңлатмасының кыйммәте 7 гә бүленүен исбатлагыз.

956 Турыпочмаклыкның якларында квадратлар төзелгән (рәс. 55). Бер квадратның мәйданы икенчесенең мәйданыннан 95 см^2 га зуррак. Турыпочмаклыкның буе иңеннән 5 см га зуррак булса, турыпочмаклыкның периметрын табыгыз.



Рәс. 55

Кабатлау өчен күнегүләр

957 Аңлатманы бербуын кубы рәвешендә күрсәтегез:

а) $27a^3$; в) $8b^6$; д) $-27a^3x^6$;
б) $-8m^3$; г) $-64p^6$; е) $64a^6x^9$.

958 Күпбуынны икебуын квадраты яки икебуын квадратына капма-каршы аңлатма рәвешендә күрсәтегез:

а) $0{,}25x^2 - 0{,}6xy + 0{,}36y^2$; в) $\frac{9}{16}a^4 + a^3 + \frac{4}{9}a^2$;

б) $-a^2 + 0{,}6a - 0{,}09$; г) $-16m^2 - 24mn - 9n^2$.

959 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $a^2 - ac - ab + bc$; б) $x^3 - y^3 + xy - x^2y^2$.

960 Турист, әгәр дә тимер юл станциясенә 4 км/сәг тизлек белән барса, поездга ярты сәгатькә соңга калачагын, ә 5 км/сәг тизлек белән барса, станциягә поезд китәргә 6 мин кала килеп җитәчәген исәпләгән. Турист күпме юл үтәргә тиеш булган?

35. Кублар суммасын һәм аермасын тапкырлаучыларга таркату

Кублар суммасын тапкырлаучыларга таркату өчен,

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) \quad (1)$$

бердәйлегеннән файдаланалар. Бу бердәйлекне *кублар суммасы формуласы* дип атыйлар.

(1) бердәйлеген исбатлау өчен, $a + b$ икебуынын $a^2 - ab + b^2$ өчбуынына тапкырлыйк:

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) =$$
$$= a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3 = a^3 + b^3.$$

(1) формуласының уң ягындагы $a^2 - ab + b^2$ тапкырлаучысы a һәм b аермасының квадратына тигез булган $a^2 - 2ab + b^2$ өчбуынын хәтерләтә. Ләкин a һәм b ның икеләтелгән тапкырчыгышы урынына анда аларның тапкырчыгышы тора. $a^2 - ab + b^2$ өчбуынын a һәм b *аермасының тулы булмаган квадраты* дип атыйлар. Шулай итеп,

ике аңлатманың кублары суммасы бу аңлатмалар суммасы белән алар аермасының тулы булмаган квадраты тапкырчыгышына тигез.

$27x^3 + y^3$ күпбуынын тапкырлаучыларга таркатыйк.

▶ Бирелгән күпбуынны ике аңлатманың кублары суммасы рәвешендә күрсәтеп була:

$$27x^3 + y^3 = (3x)^3 + y^3.$$

(1) формуласын кулланып табабыз:

$$(3x)^3 + y^3 = (3x + y)\ (9x^2 - 3xy + y^2).$$

Шулай итеп,

$$27x^3 + y^3 = (3x + y)(9x^2 - 3xy + y^2).$$ ◁

Кублар аермасын тапкырлаучыларга таркату өчен

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) \qquad (2)$$

бердәйлеге кулланыла, аны *кублар аермасы формуласы* дип атыйлар.

(2) бердәйлеген исбатлау өчен, $a - b$ икебуыны белән $a^2 + ab + b^2$ өчбуыны (аны *a һәм b суммасының тулы булмаган квадраты* дип атыйлар) тапкырчыгышының рәвешен үзгәртик:

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) =$$
$$= a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3 = a^3 - b^3.$$

Ике аңлатманың кублары аермасы бу аңлатмаларның аермасы белән алар суммасының тулы булмаган квадраты тапкырчыгышына тигез була.

1 нче мисал $m^6 - n^3$ күпбуынын тапкырлаучыларга таркатыйк.

▶ Бирелгән күпбуынны ике аңлатманың кублары аермасы рәвешендә күрсәтеп, (2) формуласын кулланыйк. Табабыз:

$$m^6 - n^3 = (m^2)^3 - n^3 = (m^2 - n)(m^4 + m^2n + n^2). \ \triangleleft$$

Күнегүләр

961 Күпбуынны тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $x^3 + y^3$; в) $8 + a^3$; д) $t^3 + 1$;
б) $m^3 - n^3$; г) $27 - y^3$; е) $1 - c^3$.

962 Кублар суммасы формуласын яки кублар аермасы формуласын кулланыгыз:

а) $c^3 - d^3$; в) $x^3 - 64$; д) $y^3 - 1$;
б) $p^3 + q^3$; г) $125 + a^3$; е) $1 + b^3$.

963 Аңлатманы, кубларның суммасы яки аермасы рәвешендә күрсәтеп, тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $8x^3 - 1$; в) $8 - \frac{1}{8}a^3$; д) $125a^3 - 64b^3$;
б) $1 + 27y^3$; г) $\frac{1}{64}m^3 + 1000$; е) $\frac{1}{27}x^3 + \frac{1}{125}y^3$.

964 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $8 - m^3$; в) $64x^3 + 1$; д) $m^3 - 27n^3$;
б) $c^3 + 27$; г) $1 - \frac{1}{8}p^3$; е) $\frac{1}{8}a^3 + b^3$.

965 Аңлатманы тапкырчыгыш рәвешендә языгыз:

а) $x^3 - y^6$; в) $m^9 - n^3$; д) $a^6 + b^9$;
б) $a^6 + b^3$; г) $p^3 + k^9$; е) $x^9 - y^9$.

966 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $c^3 + b^6$; б) $a^9 - b^6$; в) $x^6 - 8$; г) $27 + y^9$.

967 Тапкырчыгыш рәвешендә языгыз:

а) $-x^3 + y^3$; в) $-a^6 + \frac{1}{8}$; д) $c^6 + 1$;

б) $-8 - p^3$; г) $-\frac{1}{27} - b^6$; е) $x^6 + y^6$.

968 Тапкырчыгыш рәвешендә күрсәтегез:

а) $a^3b^3 - 1$; в) $8 - a^3c^3$; д) $x^6y^3 - c^3$;

б) $1 + x^3y^3$; г) $m^3n^3 + 27$; е) $a^3 - m^3n^9$.

969 а) $327^3 + 173^3$ аңлатмасы кыйммәтенең 500 гә;

б) $731^3 - 631^3$ аңлатмасы кыйммәтенең 100 гә бүленгәнен исбатлагыз.

970 а) $38^3 + 37^3$ аңлатмасының кыйммәте 75 кә;

б) $99^3 - 74^3$ аңлатмасының кыйммәте 25 кә бүленерме?

Кабатлау өчен күнегүләр

971 Күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $(11c^2 + a^3)(-a^3 + 11c^2)$; в) $(0{,}3c - 0{,}2d)(0{,}2d - 0{,}3c)$;

б) $(0{,}8x + y^4)(-0{,}8x - y^4)$; г) $(6x^3 - 4x)(-6x^3 - 4x)$.

972 Тигезлекнең бердәйлек булмавын исбатлагыз:

а) $x^4 + 4 = (x + 2)^2$; б) $(x - 2)(2 + x) = 4 - x^2$.

973 Тигезләмәне чишегез:

а) $(2x - 3)^2 - 2x(4 + 2x) = 11$;

б) $(4x - 3)(3 + 4x) - 2x(8x - 1) = 0$.

Контроль сораулар

1 Ике аңлатманың аермасы белән аларның суммасы тапкырчыгышы нәрсәгә тигез? Тиешле формуланы языгыз һәм аны исбатлагыз.

2 Кублар суммасы формуласын языгыз һәм аны исбатлагыз.

3 Кублар аермасы формуласын языгыз һәм аны исбатлагыз.

§ 14. Бөтен аңлатмаларны үзгәртү

36. Бөтен аңлатманы күпбуынга үзгәртү

Саннардан һәм үзгәрешлеләрдән кушу, алу һәм тапкырлау гамәлләре ярдәмендә төзелгән аңлатмаларны *бөтен аңлатмалар* дип атыйлар (бөтен аңлатмаларда бертөрле тапкырлаучыларның тапкырчыгышы дәрәҗә рәвешендә языла ала). Кушу, алу һәм тапкырлаудан тыш, нульгә тигез булмаган санга бүлү кулланылган аңлатмаларны да бөтен аңлатмаларга кертәләр.

Күпбуыннар һәм, аерым алганда, бербуыннар да бөтен аңлатмалар була. Мәсәлән,

$$3{,}5x^2y - 4xy^2 + 10x - 0{,}5y \quad \text{һәм} \quad \frac{2}{3}a^3bc^2 \text{ —}$$

бөтен аңлатмалар. Бөтен аңлатмаларга мондый аңлатмалар да мисал була:

$$10y^3 + (3x + y)(x^2 - 10y^2),$$

$$2b(b^2 - 10c^2) - (b^3 + 2c^2),$$

$$3a^2 - \frac{a(a + 2c)}{5} + 2{,}5ac.$$

$x + \frac{7}{1 - x} - 5(x - 1)$ аңлатмасы бөтен була алмый, чөнки ул үзгәрешлеле аңлатмага бүлүне эченә ала.

$10y^3 + (3x + y)(x^2 - 10y^2)$ аңлатмасы $10y^3$ бербуыны белән $3x + y$ һәм $x^2 - 10y^2$ күпбуыннары тапкырчыгышының суммасы була. $2b(b^2 - 10c^2) - (b^3 + 2c^2)$ аңлатмасы $2b$ буынынын $b^2 - 10c^2$ күпбуынына тапкырчыгышы белән $b^3 + 2c^2$ күпбуынының аермасы була.

Без күпбуыннарның суммасын, аермасын һәм тапкырчыгышын күпбуынга үзгәртеп булганлыгын беләбез, шуңа күрә бу бөтен аңлатмаларның һәркайсын күпбуын рәвешендә күрсәтеп була. $3a^2 - \frac{a(a + 2c)}{5} + 2{,}5ac$ аңлатмасы без карап киткәннәреннән нульгә тигез булмаган санга бүлүне эченә алуы белән аерылып тора. Әгәр бүлүне бүлүчегә кире булган санга тапкырлау белән алмаштырсак, $3a^2 - \frac{1}{5}a(a + 2c) + 2{,}5ac$ аңлатмасы килеп чыгар, ул, алдагы аңлатмалар кебек үк, күпбуыннардан кушу, алу, тапкырлау гамәлләре ярдәмендә төзелгән. Шуңа күрә бу бөтен аңлатманы шулай ук күпбуын рәвешендә күрсәтеп була.

Теләсә нинди бөтен аңлатманы күпбуын рәвешендә күрсәтергә мөмкин.

Мисал $(x^2 + 2)^2 - (x - 2)(x + 2)(x^2 + 4) - 6x(0{,}5x - x^2)$ бөтен аңлатмасын күпбуын рәвешендә күрсәтик:

▶ $$(x^2 + 2)^2 - (x - 2)(x + 2)(x^2 + 4) - 6x(0{,}5x - x^2) =$$
$$= x^4 + 4x^2 + 4 - (x^2 - 4)(x^2 + 4) - 3x^2 + 6x^3 =$$
$$= x^4 + 6x^3 + x^2 + 4 - (x^4 - 16) =$$
$$= x^4 + 6x^3 + x^2 + 4 - x^4 + 16 = 6x^3 + x^2 + 20.$$ ◁

Күнегүләр

974 $2x^2y$, $4a^2 - b(a - 3b)$, $\frac{a^2}{a-3}$, $\frac{x^2-1}{8}$, $9x - \frac{1}{2}$ аңлатмаларының кайсылары бөтен аңлатма булыр?

975 а) $x^3 + 7x^2 + 8$ күпбуыны белән $x^2 - 6x + 4$ һәм $x - 1$ күпбуыннарының тапкырчыгышы суммасын;

б) $a^2 + 7a - 4$ һәм $a - 3$ күпбуыннарының тапкырчыгышы белән $a^3 + 4a^2 - 29a + 11$ күпбуыны аермасын күпбуын рәвешендә күрсәтегез.

976 Күпбуынга үзгәртегез:

а) $(5x - 2y)(x + y) - 5x^2$;

б) $3a^2 + (3a + b)(b - a)$;

в) $2b(7 - b) - (a + 2b)(3 - b)$;

г) $(x + 6y)(1 - 4x) - 4x(y - x)$;

д) $(a + 2b)(4a - 5b) - (3a - b)(b - a)$;

е) $(4x - 5y)(3y + x) + (2x - y)(x - 2y)$.

977 Күпбуынга үзгәртегез:

а) $3(x - 4)(x + 2) + (3x - 1)(5 - x)$;

б) $(b - 5)(7 - 5b) - 2(b + 2)(b - 6)$;

в) $(c - 7)(4 + 2c) - 6c(1 - 3c) - (9c - 2)(3 - c)$;

г) $5(a + 3)(5 - a) - (a - 8)(1 - a) - 2a(3a - 6)$;

д) $4(2a + 1)(5a - 3) - 3(a + 2)(a + 3)$;

е) $-2(6 - 3m)(m + 1) + 5(m - 4)(m - 5)$.

978 Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $4(m - n)^2 + 4m(m - n)$;

б) $5x(x - y) - 2(y - x)^2$;

в) $(y + 7)^2 - 2(y + 10)(y + 4)$;

г) $(x - 5)(6 + 4x) - 3(1 - x)^2$.

979 Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $(3m - a)(a + 3m) - (2a + m)(3a - m)$;

б) $(x - 4y)(x + 3y) + (x - 3y)(3y + x)$;

в) $\frac{2}{3}a(6a + 1)(6a - 1) - 0{,}5a(12a^2 + \frac{2}{3})$;

г) $0{,}2b(10c - 5b) - 4(0{,}5b + 2c)(2c - 0{,}5b)$.

980 Күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $a(1 - 2a)^2 - (a^2 - 2)(2 - a) + 4a^3(3a - 1)$;

б) $(x^2 - 3x)^2 - x(5 - x)(x + 5) - 5x(2x^3 - 5)$.

981 Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $6x(5x - 24) - 4(3 - 2x)^2$;

б) $2y(11y - 9) + 0{,}5(4y - 3)(4y + 3)$;

в) $(a - 3b)(a + 3b) + (2a - 3b)^2 - 4a(b - a)$;

г) $(x + 6y)^2 - (6y + 5x)(6y - 5x) + x(12y - 6x)$.

982 а) $x = -1{,}5$ булганда, $-3\left(x^2 - \frac{1}{3}\right)\left(x^2 + \frac{1}{3}\right) + 3x^2(x^2 - 1) - \frac{1}{3}$;

б) $x = -2$ булганда, $0{,}9x\left(\frac{2}{3}x^2 - x\right)\left(\frac{2}{3}x^2 + x\right) - 0{,}6x^3(2x^2 - 1)$

аңлатмасының кыйммәтен исәпләгез.

983 Аңлатманың кыйммәте үзгәрешленең кыйммәтенә бәйле булмавын исбатлагыз:

а) $(a-1)(a^2+1)(a+1) - (a^2-1)^2 - 2(a^2-3)$;

б) $(a^2-3)^2 - (a-2)(a^2+4)(a+2) - 6(5-a^2)$.

984 Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $(y-3)(y^2+9)(y+3) - (2y^2-y)^2 - 19$;

б) $(1-a)(1-a^2) + (1+a)(1+a^2) - 2a(1+a)(a-1)$.

985 Бердәйлекне исбатлагыз:

а) $(a-3c)(4c+2a) + 3c(a+3c) = (2a-c)(3c+5a) - 8a^2$;

б) $(1-2b)(1-5b+b^2) + (2b-1)(1-6b+b^2) = b(1-2b)$.

Кабатлау өчен күнегүләр

986 Мөмкин булса, бирелгән өчбуынны икебуын квадраты яки икебуын квадратына капма-каршы булган аңлатма рәвешендә күрсәтегез:

а) $25y^2 - 15ay + 9a^2$;

в) $15ab - 9a^2 - 6\frac{1}{4}b^2$;

б) $\frac{4}{9}b^2 + 0{,}4bc + 0{,}09c^2$;

г) $0{,}04x^4 - 1{,}2x^3 + 0{,}09x^2$.

987 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $-20x^4y^2 - 35x^3y^3$;

б) $3a^3b^2c + 9ab^2c^3$.

988 Велосипедчы авылдан станциягә 15 км/сәг тизлек белән бара, ә кайтканда 10 км/сәг тизлек белән кайта. Велосипедчыга кайту өчен авылдан станциягә барганга караганда 1 сәг вакыт күбрәк кирәк булса, авыл белән станция арасын табыгыз.

989 Элемтәче хәбәрне A пунктыннан B пунктына 30 мин та китереп җиткергән. Кире кайтканда ул тизлеген 1 км/сәг кә киметкән һәм юлда 36 мин булган. Элемтәче A дан B га нинди тизлек белән барган?

37. Тапкырлаучыларга таркатуның төрле ысулларын куллану

Күпбуыннарны тапкырлаучыларга таркату өчен, без уртак тапкырлаучыны җәя тышына чыгару, группалау һәм кыскача тапкырлау формулаларын кулландык. Кайвакытта күпбуынны, берничә ысулны эзлекле кулланып, тапкырлаучыларга таркатып була. Үзгәртүләрне,

мөмкин булганда, уртак тапкырлаучыны җәяләр тышына чыгарудан башларга кирәк.

1 нче мисал $10a^3 - 40a$ күпбуынын тапкырлаучыларга таркатыйк.

▶ Бу күпбуын буыннарының $10a$ га тигез уртак тапкырлаучылары бар. Аны җәя тышына чыгарабыз:

$$10a^3 - 40a = 10a(a^2 - 4).$$

Тапкырлаучыларга таркатуны $a^2 - 4$ аңлатмасына квадратлар аермасы формуласын кулланып дәвам итәргә мөмкин. Нәтиҗәдә тапкырлаучылар сыйфатында түбәнрәк дәрәҗәле күпбуыннар килеп чыгар.

Шулай итеп,

$$10a(a^2 - 4) = 10a(a + 2)(a - 2).$$

Димәк,

$$10a^3 - 40a = 10a(a + 2)(a - 2). \ \triangleleft$$

2 нче мисал $18x^3 + 12x^2 + 2x$ күпбуынын тапкырлаучыларга таркатыйк.

▶ Күпбуынның барлык буыннары өчен уртак $2x$ тапкырлаучысы бар. Бу тапкырлаучыны җәя тышына чыгарыйк:

$$18x^3 + 12x^2 + 2x = 2x(9x^2 + 6x + 1).$$

$9x^2 + 6x + 1$ өчбуынын икебуын квадраты рәвешендә күрсәтеп була:

$$9x^2 + 6x + 1 = (3x + 1)^2.$$

Шулай итеп,

$$18x^3 + 12x^2 + 2x = 2x(3x + 1)^2. \ \triangleleft$$

3 нче мисал $ab^3 - 3b^3 + ab^2y - 3b^2y$ күпбуынын тапкырлаучыларга таркатыйк.

▶ Башта уртак тапкырлаучы b^2 ны җәя тышына чыгарыйк:

$$ab^3 - 3b^3 + ab^2y - 3b^2y = b^2(ab - 3b + ay - 3y).$$

Хәзер $ab - 3b + ay - 3y$ күпбуынын тапкырлаучыларга таркатырга тырышып карыйк.

Беренче буынны икенчесе белән, өченче буынны дүртенчесе белән группалап табабыз:

$$ab - 3b + ay - 3y = b(a - 3) + y(a - 3) =$$
$$= (a - 3)(b + y).$$

Нәтиҗәдә табабыз:

$$ab^3 - 3b^3 + ab^2y - 3b^2y = b^2(a - 3)(b + y). \ \triangleleft$$

8 нче мисал $a^2 - 4ax - 9 + 4x^2$ күпбуынын тапкырлаучыларга таркатыйк.

▶ Күпбуынның беренче, икенче һәм дүртенче буыннарын группалыйбыз. Аерма квадраты рәвешендә күрсәтергә мөмкин булган $a^2 - 4ax + 4x^2$ өчбуыны килеп чыгар. Шуңа күрә

$$a^2 - 4ax - 9 + 4x^2 = (a^2 - 4ax + 4x^2) - 9 =$$
$$= (a - 2x)^2 - 9.$$

Килеп чыккан аңлатманы квадратлар аермасы формуласы буенча тапкырлаучыларга таркатып була:

$$(a - 2x)^2 - 9 = (a - 2x)^2 - 3^2 =$$
$$= (a - 2x - 3)(a - 2x + 3).$$

Димәк,

$$a^2 - 4ax - 9 + 4x^2 = (a - 2x - 3)(a - 2x + 3).$$ ◁

Күпбуынны тапкырлаучыларга таркатканда, аны кимендә ике тапкырлаучысының дәрәҗәләре нуль булмаган (сан булмаган) күпбуыннардан торган берничә күпбуынның тапкырчыгышы рәвешендә күрсәтү күздә тотылганын искәртеп китик.

Һәр күпбуынны да тапкырлаучыларга таркатып булмый. Мәсәлән, $x^2 + 1$, $4x^2 - 2x + 1$ һ. б. күпбуыннарны тапкырлаучыларга таркатып булмый.

Күнегүләр

990 Күпбуынны тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $5x^2 - 5y^2$; г) $9p^2 - 9$; ж) $3xy^2 - 27x$;
б) $am^2 - an^2$; д) $16x^2 - 4$; з) $100ac^2 - 4a$;
в) $2ax^2 - 2ay^2$; е) $75 - 27c^2$; и) $50my^2 - 2mx^2$.

991 Тапкырчыгыш рәвешендә күрсәтегез:

а) $a^3 - a$; в) $y^3 - y^5$; д) $81x^2 - x^4$;
б) $x^2 - x^4$; г) $2x - 2x^3$; е) $4y^3 - 100y^5$.

992 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $mx^2 - my^2$; в) $6a^2 - 24$; д) $4b^3 - b$;
б) $ab^2 - 4ac^2$; г) $7b^2 - 63$; е) $a^3 - ac^2$.

993 Бердәйлекне исбатлагыз:

$$a^8 - b^8 = (a - b)(a + b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4).$$

994 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $p^4 - 16$; б) $x^4 - 81$; в) $y^8 - 1$; г) $a^4 - b^8$.

995 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $3x^2 + 6xy + 3y^2$; г) $6p^2 + 24q^2 + 24pq$;
б) $-m^2 + 2m - 1$; д) $45x + 30ax + 5a^2x$;
в) $-4x - 4 - x^2$; е) $18cx^2 - 24cx + 8c$.

996 Күпбуынны тапкырчыгыш рәвешендә күрсәтегез:

а) $4x^3 - 4y^3$; г) $16x^3 - 2$; ж) $y^3 + y^6$;
б) $7a^3 + 7b^3$; д) $1000m + m^4$; з) $27m^2 - m^5$;
в) $am^3 - an^3$; е) $x^5 - x^2$; и) $8a^4 - 64a$.

997 $x^6 - y^6$ аңлатмасын а) квадратлар аермасы; б) кублар аермасы рәвешендә күрсәтеп, тапкырлаучыларга таркатыгыз.

998 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $2m^2 - 4m + 2$; в) $8a^3 - 8b^3$;
б) $36 + 24x + 4x^2$; г) $9ax^3 + 9ay^3$.

999 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $4xy + 12y - 4x - 12$; в) $-abc - 5ac - 4ab - 20a$;
б) $60 + 6ab - 30b - 12a$; г) $a^3 + a^2b + a^2 + ab$.

1000 Тапкырчыгыш рәвешендә күрсәтегез:

а) $45b + 6a - 3ab - 90$; в) $ac^4 - c^4 + ac^3 - c^3$;
б) $-5xy - 40y - 15x - 120$; г) $x^3 - x^2y + x^2 - xy$.

1001 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $x^2 - 2xc + c^2 - d^2$; в) $p^2 - x^2 + 6x - 9$;
б) $c^2 + 2c + 1 - a^2$; г) $x^2 - a^2 - 10a - 25$.

1002 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $x^2 + 2xy + y^2 - m^2$; в) $b^2 - c^2 - 8b + 16$;
б) $p^2 - a^2 - 2ab - b^2$; г) $9 - c^2 + a^2 - 6a$.

1003 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $x^2 - y^2 - x - y$; в) $m + n + m^2 - n^2$;
б) $a^2 - b^2 - a + b$; г) $k^2 - k - p^2 - p$.

1004 Тапкырчыгыш рәвешендә күрсәтегез:

а) $a - b + a^2 - b^2$; б) $c^2 + d - d^2 + c$.

1005 Тапкырчыгыш рәвешендә күрсәтегез:

а) $ab^2 - a - b^3 + b$; в) $x^3 + x^2y - 4y - 4x$;
б) $bx^2 + 2b^2 - b^3 - 2x^2$; г) $x^3 - 3y^2 + 3x^2 - xy^2$.

1006 Тигезләмәне чишегез:

а) $x^3 - x = 0$; в) $x^3 + x^2 = 0$;
б) $9x - x^3 = 0$; г) $5x^4 - 20x^2 = 0$.

1007 Тигезләмәне чишегез:

а) $x^3 + x = 0$; б) $x^3 - 2x^2 = 0$.

1008 x бөтен кыйммәтләр алганда, $x^3 - x$ күпбуынның кыйммәтләре 6 санына кабатлы булуын исбатлагыз.

1009 Эзлекле килүче ике так санның квадратлары аермасының 8 гә бүленүен исбатлагыз.

Кабатлау өчен күнегүләр

1010 Аңлатманы гадиләштерегез һәм:

а) $x = 0{,}2$ булганда, $(6x - 1)(6x + 1) - (12x - 5)(3x + 1)$;

б) $x = -0{,}5$ булганда, $(5 + 2x)^2 - 2{,}5x(8x + 7)$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

1011 $A(15;\ 4{,}5)$, $B(-2{,}05;\ -0{,}12)$, $C(50;\ 50)$ нокталары $y = 0{,}02x^2$ формуласы белән бирелгән функциянең графигында ятармы?

1012 Төзүне башкармыйча гына, $y = 0{,}24x + 6$ функциясе графигының координаталар күчәрләре белән кисешү нокталарының координаталарын табыгыз.

1013 Функция графигының координаталар яссылыгында ничек урнашуын күрсәтегез:

а) $y = -0{,}9x + 4$; в) $y = \frac{x}{10}$;

б) $y = 2{,}3x$; г) $y = -9$.

38. Бөтен аңлатмаларның рәвешен үзгәртүне куллану

Тикшерелгән мәсьәләләргә бәйле буларак, бөтен аңлатмаларны төрлечә үзгәртергә туры килә. Без исәпләүләрне гадиләштергәндә һәм тигезләмәләр чишкәндә үзгәртүләрне кулланган идек инде. Аларны чишкәндә бөтен аңлатмаларны үзгәртү кулланылган башка мәсьәләләрне карап китик.

1 нче мисал x ның теләсә нинди кыйммәте өчен $x^2 + 6x + 10$ күпбуынның уңай кыйммәтләр алуын исбат итик.

▶ 10 санын ике кушылучыга 9 һәм 1 гә таркатыйк, ул вакытта бирелгән күпбуында сумма квадратын аерып чыгарырга мөмкин булыр:

$$x^2 + 6x + 10 = (x^2 + 6x + 9) + 1 = (x + 3)^2 + 1.$$

Без $x^2 + 6x + 10$ күпбуынын $(x + 3)^2$ һәм 1 кушылучыларының суммасы рәвешендә күрсәттек. $(x + 3)^2$ кушылучысының кыйммәте x ның теләсә нинди кыйммәтендә тискәре булмас, шуңа күрә $(x + 3)^2 + 1$ суммасының кыйммәте x ның теләсә нинди кыйммәте өчен нульдән зуррак. Шулай булгач, $x^2 + 6x + 10$ күпбуыны теләсә нинди x өчен уңай кыйммәтләр ала ◁

2 нче мисал $(n+1)(n-1)-(n-6)(n+2)$ аңлатмасының кыйммәте теләсә нинди бөтен n өчен 4 кә бүленмәгәнлеген исбат итик.

▶ Бирелгән аңлатманы гадиләштерик:

$$(n+1)(n-1)-(n-6)(n+2)=$$
$$=(n^2-1)-(n^2-6n+2n-12)=$$
$$=n^2-1-n^2+6n-2n+12=4n+11.$$

Без бирелгән аңлатманы $4n+11$ суммасы рәвешендә күрсәттек. Теләсә нинди бөтен n өчен беренче кушылучының кыйммәте 4 кә бүленә, икенче кушылучы 11 саны 4 кә бүленми. Шуңа күрә теләсә нинди бөтен n өчен $4n+11$ суммасының кыйммәте, димәк, баштагы $(n+1)(n-1)-(n-6)(n+2)$ аңлатмасының да кыйммәте дә 4 кә бүленми. ◁

3 нче мисал Микрокалькулятор ярдәмендә $5x^3+2x^2-7x+4$ аңлатмасының $x=1{,}2$ өчен кыйммәтен табыйк.

▶ Гамәлләрне кабул ителгән тәртиптә башкарсак, башта 1,2 санын кубка күтәрергә, нәтиҗәне 5 кә тапкырларга һәм килеп чыккан санны хәтергә кертергә кирәк. Аннары 1,2 санын квадратка күтәрергә, нәтиҗәне 2 гә тапкырларга һәм килеп чыккан санга $5x^3$ аңлатмасының хәтердән алынган кыйммәтен кушарга кирәк һ. б. Ләкин бирелгән аңлатманы түбәндәгечә үзгәртсәк, эзләнелгән нәтиҗәне гадирәк юл белән табып булыр:

$$5x^3+2x^2-7x+4=(5x^2+2x-7)x+4=$$
$$=((5x+2)x-7)x+4.$$

Исәпләүне $x=1{,}2$ өчен башкарып, күпбуынның кыйммәте 7,12 гә тигез икәнлеген табарбыз. ◁

Күнегүләр

1014 Аңлатманың бары тик уңай кыйммәтләр генә алганлыгын исбатлагыз:

а) x^2+2x+2; в) $a^2+b^2-2ab+1$;
б) $4x^2-4x+6$; г) $x^2+y^2+z^2+2xy+5$.

1015 $2b-b^2-2$ аңлатмасының бары тик тискәре кыйммәтләр генә алганлыгын исбатлагыз.

1016 Аңлатманың кыйммәте бары тик уңай сан гына була алганлыгын исбатлагыз:

а) $y^2-10y+30$; б) $c^2+4cd+4d^2+4$.

1017 Так санның квадраты так сан булуын исбатлагыз.

1018 $(2n+1)(n+5)-2(n+3)(n-3)-(5n+13)$ аңлатмасының кыйммәте теләсә нинди бөтен n өчен 6 га бүленмәгәнлеген исбатлагыз.

1019 $(n+8)(n-4)-(n+3)(n-2)+27$ аңлатмасының кыйммәте теләсә нинди бөтен n өчен 3 кә бүленмәгәнлеген исбат итегез.

1020 а) $a=-\frac{2}{3}$, $b=\frac{1}{2}$ булганда, $3a^2b+2ab^2$ аңлатмасының;

б) $m=-\frac{1}{2}$, $n=\frac{2}{3}$ булганда, $2mn^2-3m^2n+1$ аңлатмасының кыйммәтен иң җайлы юл белән табыгыз.

1021 $(a^2+b^2)(a+b)(a-b)$ һәм a^4-b^4 аңлатмаларының бердәй тигез икәнлекләрен исбатлагыз.

а) $a=2$, $b=0{,}1$;

б) $a=\frac{3}{4}$, $b=\frac{1}{4}$ булганда, әлеге аңлатмаларның кайсысы исәпләүләр өчен җайлырак?

1022 $ax+bx-cx$ һәм $(a+b-c)x$ аңлатмалары бердәй тигез. Калькулятор белән исәпләү өчен аларның кайсысы җайлырак? $a=3{,}17$, $b=1{,}12$, $c=0{,}97$, $x=4{,}11$ булса, исәпләүләрне башкарыгыз.

1023 Калькулятор кулланып, $x=3{,}7$ булганда, $3{,}5x^3-2{,}1x^2+1{,}9x-16{,}7$ күпбуынының кыйммәтен табыгыз.

1024 Калькулятор кулланып, $x=21$ булганда, $x^4-20x^3-19x^2-32x+40$ күпбуынының кыйммәтен исәпләгез.

Кабатлау өчен күнегүләр

1025 $y=4(3-2x)-5$ һәм $y=x-8(x-8)$ формулалары белән бирелгән функцияләрнең сызыкча функцияләр икәнлеген, ә аларның графикларының үзара кисешүче турылар булганлыгын исбат итегез. Бу турыларның кисешү ноктасы координаталары нинди?

1026 Координаталарның бер үк яссылыгында $y=x^2$ һәм $y=-x+6$ функцияләре графикларын төзегез һәм графиклар ярдәмендә бу графиклар кисешкән нокталарның координаталарын табыгыз.

1027 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $a^2+b^2-c^2+2ab$;

б) $m^2-x^2-y^2+2xy$;

в) $a^3+a^2-ab^2-b^2$;

г) $9n+m^3-m^2n-9m$.

Контроль сораулар

1 Бөтен аңлатмага һәм бөтен булмаган аңлатмага мисаллар китерегез.

2 Бөтен $4x(3-x)^2+(x^2-4)(x+4)$ аңлатмасын күпбуын рәвешендә күрсәтү өчен, нинди гамәлләрне нинди тәртиптә башкарырга кирәк?

3 Күпбуыннарны тапкырлаучыларга таркатуның нинди ысуллары сезгә билгеле?

V бүлеккә өстәмә күнегүләр

12 нче параграфка

1028 Күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $\left(\frac{1}{3}x+9\right)^2$; д) $(5xy-0{,}8y^2)^2$; и) $(a^3b^3-1)^2$;

б) $\left(\frac{5}{6}y-3\right)^2$; е) $(0{,}4a+10ab)^2$; к) $(2+x^4y^2)^2$;

в) $\left(-2a+\frac{1}{2}b\right)^2$; ж) $(3a^2-5ab)^2$; л) $(x^6-3xy^2)^2$;

г) $\left(-3x-\frac{1}{3}y\right)^2$; з) $(8xy+3y^2)^2$; м) $(y^8-2x^4y)^2$.

1029 Аңлатманы күпбуынга үзгәртегез:

а) $(0{,}7x^3y-2xy^3)^2$; в) $(0{,}2p^3q+0{,}3pq^3)^2$;

б) $\left(\frac{3}{4}a^3b-\frac{2}{3}ab^3\right)^2$; г) $\left(\frac{1}{8}bc^4+\frac{8}{9}b^2c^3\right)^2$.

1030 Аңлатманы күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $(2m^3n+0{,}3mn^4)^2$; в) $(0{,}1a^6b+0{,}2ab^6)^2$;

б) $\left(\frac{1}{3}a^4b^2-\frac{3}{5}ab\right)^2$; г) $\left(\frac{1}{6}x^5y^2-\frac{3}{4}xy^6\right)^2$.

1031 Бердәйлекне исбатлагыз:

$$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc.$$

1032 Күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $((a+b)^2)^2$; б) $(a-b)^4$.

1033 Аңлатманың кыйммәте x ка бәйле түгеллеген исбатлагыз:

а) $(x+7)^2-(x-5)(x+19)$; б) $(x-9)^2+(8-x)(x+26)$.

1034 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $b^2+10b+25$; в) $16x^2-8x+1$; д) $x^4+2x^2y+y^2$;

б) $c^2-8c+16$; г) $4c^2+12c+9$; е) $a^6-6a^3b^2+9b^4$.

1035 Икебуын квадраты яки икебуын квадратына капма-каршы аңлатма рәвешендә күрсәтегез:

а) a^4-8a^2+16; г) $c^4d^2+1-2c^2d$; ж) $y-y^2-0{,}25$;

б) $-4-4b-b^2$; д) $a^6b^2+12a^3b+36$; з) $9-m+\frac{1}{36}m^2$;

в) $10x-x^2-25$; е) $x+1+\frac{1}{4}x^2$; и) $-25-2n-0{,}04n^2$.

1036 Күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $(x^2-11)(11+x^2)$; г) $(b^7+3)(-b^7+3)$;
б) $(y^2+10)(-10+y^2)$; д) $(-c^6-8)(c^6-8)$;
в) $(a^5-1)(a^5+1)$; е) $(d^9-5)(-5-d^9)$.

1037 Исәпләгез:

а) $1005\cdot 995$; в) $0{,}94\cdot 1{,}06$; д) $10\frac{1}{7}\cdot 9\frac{6}{7}$;
б) $108\cdot 92$; г) $1{,}09\cdot 0{,}91$; е) $99\frac{7}{9}\cdot 100\frac{2}{9}$.

1038 Күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $5y(y^2-3)(y^2+3)$; в) $(a^4-3)(a^4+3)(a^8+9)$;
б) $-8x(4x-x^3)(4x+x^3)$; г) $(1-b^3)(1+b^3)(1+b^6)$.

1039 Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $(a+2)(a-2)-a(a-5)$;
б) $(a-3)(3+a)+a(7-a)$;
в) $(b-4)(b+4)-(b-3)(b+5)$;
г) $(b+8)(b-6)-(b-7)(b+7)$;
д) $(c-1)(c+1)+(c-9)(c+9)$;
е) $(5+c)(c-5)-(c-10)(c+10)$.

1040 Аңлатманың кыйммәте үзгәрешле кыйммәтенә бәйле булмаганлыгын исбатлагыз:

а) $(x-8)(x+8)-(x-12)(x+12)$;
б) $\left(y-\frac{5}{9}\right)\left(y+\frac{5}{9}\right)+\left(\frac{2}{3}-y\right)\left(\frac{2}{3}+y\right)$.

1041 Күпбуынга үзгәртегез:

а) $(x-5)^2+2x(x-3)$; д) $(2a-5)^2-(5a-2)^2$;
б) $(y+8)^2-4y(y-2)$; е) $(3b-1)^2+(1-3b)^2$;
в) $(a-4)(a+4)+(2a-1)^2$; ж) $(2x+1)^2-(x+7)(x-3)$;
г) $(b-3)(b+3)-(b+2)^2$; з) $(3y-2)^2-(y-9)(9-y)$.

1042 **x ның нинди кыйммәтендә $x+2$ һәм $x-2$ икебуыннарының икеләтелгән тапкырчыгышы аларның квадратлары суммасыннан 16 га кечерәк?**

1043 Күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $(x+y+1)(x+y-1)$; г) $(c-d+8)(c-d-8)$;
б) $(m+n-3)(m+n+3)$; д) $(p+2q-3)(p-2q-3)$;
в) $(a-b-5)(a-b+5)$; е) $(a-3x+6)(a+3x+6)$.

1044 Тигезләмәне чишегез:

а) $(x-7)^2+3=(x-2)(x+2)$;
б) $(x+6)^2-(x-5)(x+5)=79$;
в) $(2x-3)^2-(7-2x)^2=2$;
г) $(5x-1)^2-(1-3x)^2=16x(x-3)$.

1045 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $1 - a^2b^2$;   г) $0{,}09x^6 - 0{,}49y^2$;   ж) $1\frac{7}{9}x^2 - \frac{9}{16}y^2$;

б) $4x^2y^4 - 9$;   д) $1{,}21a^2 - 0{,}36b^6$;   з) $0{,}01a^2b^4 - 1$;

в) $-0{,}64 + x^4$;   е) $2\frac{1}{4}b^2 - \frac{4}{9}c^2$;   и) $-9m^2 + 1{,}44n^6$.

1046 Вакланманың кыйммәтен табыгыз:

а) $\frac{38^2 - 17^2}{72^2 - 16^2}$;   б) $\frac{39{,}5^2 - 3{,}5^2}{57{,}5^2 - 14{,}5^2}$;   в) $\frac{17{,}5^2 - 9{,}5^2}{131{,}5^2 - 3{,}5^2}$.

1047 Тапкырчыгыш рәвешендә күрсәтегез:

а) $x^{10} - 1$;   г) $36 - b^4y^6$;   ж) $0{,}01x^{16} - 0{,}16$;

б) $y^{12} - 16$;   д) $25p^4q^4 - 1$;   з) $1{,}69y^{14} - 1{,}21$;

в) $a^2x^8 - 81$;   е) $-9 + 121m^8n^8$;   и) $\frac{4}{9}m^6 - \frac{25}{36}$.

1048 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $(x - 5)^2 - 16$;   ж) $(7x - 4)^2 - (2x + 1)^2$;

б) $(b + 7)^2 - 9$;   з) $(n - 2)^2 - (3n + 1)^2$;

в) $25 - (3 - x)^2$;   и) $9(a + 1)^2 - 1$;

г) $81 - (a + 7)^2$;   к) $4 - 25(x - 3)^2$;

д) $(5x - 12)^2 - x^2$;   л) $9(x + 5)^2 - (x - 7)^2$;

е) $36p^2 - (5p - 3)^2$;   м) $49(y - 4)^2 - 9(y + 2)^2$.

1049 Теләсә нинди натураль n өчен

а) $(n + 1)^2 - (n - 1)^2$ аңлатмасының кыйммәте 4 кә;

б) $(2n + 3)^2 - (2n - 1)^2$ аңлатмасының кыйммәте 8 гә;

в) $(3n + 1)^2 - (3n - 1)^2$ аңлатмасының кыйммәте 12 гә;

г) $(5n + 1)^2 - (2n - 1)^2$ аңлатмасының кыйммәте 7 гә бүленгәнлеген исбатлагыз.

1050 а) $a = 1{,}35$ һәм $b = -0{,}65$ булганда, $(3a - 2b)^2 - (2a - b)^2$ аңлатмасының;

б) $c = 1{,}2$ һәм $y = -1{,}4$ булганда, $(2y - c)^2 + (y + 2c)^2$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

1051 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $0{,}027x^3 + 1$;   в) $d^3 + 0{,}008c^3$;

б) $y^6 - 0{,}001x^3$;   г) $125 - 0{,}064p^3$.

1052 Тапкырчыгыш рәвешендә күрсәтегез:

а) $\frac{27}{64} - y^{12}$;   в) $3\frac{3}{8}a^{15} + b^{12}$;

б) $-x^{15} + \frac{1}{27}$;   г) $1\frac{61}{64}x^{18} + y^3$.

1053 а) $41^3 + 19^3$ аңлатмасының кыйммәте 60 ка;

б) $79^3 - 29^3$ аңлатмасының кыйммәте 50 гә;

в) $66^3 + 34^3$ аңлатмасының кыйммәте 400 гә;

г) $54^3 - 24^3$ аңлатмасының кыйммәте 1080 гә бүленгәнен исбатлагыз.

1054 Кублар суммасы формуласыннан кублар аермасы формуласын чыгарыгыз.

1055 Тапкырчыгыш рәвешендә күрсәтегез:

а) $(x + 1)^3 + x^3$; в) $(a - b)^3 + b^3$; д) $27a^3 - (a - b)^3$;

б) $(y - 2)^3 - 27$; г) $8x^3 + (x - y)^3$; е) $1000 + (b - 8)^3$.

14 нче параграфка

1056 Күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $(a^2 - 7)(a + 2) - (2a - 1)(a - 14)$;

б) $(2 - b)(1 + 2b) + (1 + b)(b^3 - 3b)$.

1057 Күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $(x + 4)(x^2 - 4x + 16)$; б) $(3a + 5)(9a^2 - 15a + 25)$.

1058 Тигезләмәне чишегез:

а) $(x + 1)(x + 2) - (x - 3)(x + 4) = 6$;

б) $(3x - 1)(2x + 7) - (x + 1)(6x - 5) = 7$;

в) $24 - (3y + 1)(4y - 5) = (11 - 6y)(2y - 7)$;

г) $(6y + 2)(5 - y) = 47 - (2y - 3)(3y - 1)$.

1059 $y = (2x - 5)(3 + 8x) - (1 - 4x)^2$ формуласы аша бирелгән функциянең сызыкча функция икәнлеген исбатлагыз.
$A(-1;\ 10)$ ноктасы, $B(0;\ 16)$ ноктасы бу функция графигында ятамы?

1060 а) $n = -3{,}5$ булганда, $(3n - 1)(n + 1) + (2n - 1)(n - 1) - (3n + 5)(n - 2)$ аңлатмасының;

б) $y = 4$ булганда, $(5y - 1)(2 - y) - (3y + 4)(1 - y) + (2y + 6)(y - 3)$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

1061 Аңлатманың кыйммәте үзгәрешле кыйммәтенә бәйле булмавын исбатлагыз:

а) $(a - 3)(a^2 - 8a + 5) - (a - 8)(a^2 - 3a + 5)$;

б) $(x^2 - 3x + 2)(2x + 5) - (2x^2 + 7x + 17)(x - 4)$.

1062 Бердәйлекне исбатлагыз:

$$(a^2 - b^2)(ab + cd) - ab(a^2 + b^2 - c^2 - d^2) = (ac + bd)(ad + bc).$$

1063 $(b + c - 2a)(c - b) + (c + a - 2b)(a - c) - (a + b - 2c)(a - b)$ аңлатмасының кыйммәте a, b һәм c ның теләсә нинди кыйммәтендә 0 гә тигез икәнлеген исбатлагыз.

1064 Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $(a + 8)^2 - 2(a + 8)(a - 2) + (a - 2)^2$;

б) $(y - 7)^2 - 2(y - 7)(y - 9) + (y - 9)^2$.

1065 Бердәйлекне исбатлагыз:

а) $(ax-2(a+2))(a(x-1)+2)+2(4-a^2)+3a^2x=ax(ax-2)$;

б) $(3-b(c-1))(bc+4(b+1))+bc(bc+3b+1)=4b(b+4)+12$.

1066 Гадиләштерегез:

а) $2(a^2-1)^2-(a^2+3)(a^2-3)-\frac{1}{2}(a^2+a-4)(2a^2+3)$;

б) $4(m^3-3)^2-(m^2-6)(m^2+6)-9(8-m+m^2)(1-m)$.

1067 Күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

$$(a(a+2b)+b^2)(a(a-2b)+b^2)((a^2-b^2)^2+4a^2b^2).$$

1068 Бердәйлекне исбатлагыз:

а) $(a+b)^2(a-b)-2ab(b-a)-6ab(a-b)=(a-b)^3$;

б) $(a+b)(a-b)^2+2ab(a+b)-2ab(-a-b)=(a+b)^3$.

1069 Бердәйлекне исбатлагыз:

$$(a^2+b^2)(a^4-a^2b^2+b^4)-(a^3-b^3)(a^3+b^3)=2b^6.$$

1070 а) $y=-2$ булганда, $(y+5)(y^2-5y+25)-y(y^2+3)$;

б) $a=3$ булганда, $a^2(a+4)-(a+2)(a^2-2a+4)$;

в) $x=-4$ булганда, $x(x+3)^2-(x-1)(x^2+x+1)$;

г) $p=1{,}5$ булганда, $(2p-1)(4p^2+2p+1)-p(p-1)(p+1)$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

1071 Диофант (III гасыр) бердәйлеген исбатлагыз:

$$(a^2+b^2)(c^2+d^2)=(ac+bd)^2+(ad-bc)^2.$$

1072 Леонард Эйлерның (XVIII гасыр) китабында:

$$(p^2+cq^2)(r^2+cs^2)=(pr+cqs)^2+c(ps-qr)^2$$

бердәйлеге кулланыла. Аны исбатлагыз.

1073 $(x^2+x-1)(x-a)$ тапкырчыгышына бердәй тигез булган стандарт рәвешле күпбуын a нинди кыйммәт алганда а) x^2; б) x ны эченә алмас?

1074 $(x^2-10x+6)(2x+b)$ тапкырчыгышына бердәй тигез булган стандарт рәвешле күпбуын b нинди кыйммәт алганда

а) x^2 ны эченә алмас;

б) x^3 һәм x янында коэффициентлар тигез булыр?

1075 Тапкырчыгыш рәвешендә күрсәтегез:

а) $2{,}1a^2-2{,}1b^2$; г) $7a^3+7b^3$; ж) $2{,}5a^6-2{,}5b^6$;

б) $1{,}7a^2+1{,}7b^2$; д) $2a^4-2b^4$; з) $1{,}2a^6+1{,}2b^6$;

в) $1{,}1a^3-1{,}1b^3$; е) $5a^4+5b^4$; и) $3a^8-3b^8$.

1076 Аңлатманы тапкырчыгышка үзгәртегез:

а) $9c^{15}-c^{13}$;
б) $x^{22}-\frac{1}{49}x^{20}$;
в) $a^5-0{,}64a^2$;
г) $y^7-1\frac{7}{9}y^5$.

1077 Тапкырчыгыш рәвешендә күрсәтегез:

а) $2x^8-12x^4+18$;
б) $-2a^6-8a^3b-8b^2$;
в) $a^4b+6a^2b^3+9b^5$;
г) $4x+4xy^6+xy^{12}$.

1078 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $70a-84b+20ab-24b^2$;
б) $21bc^2-6c-3c^3+42b$;
в) $12y-9x^2+36-3x^2y$;
г) $30a^3-18a^2b-72b+120a$.

1079 Тапкырчыгышка үзгәртегез:

а) $3a^3-3ab^2+a^2b-b^3$;
б) $2x-a^2y-2a^2x+y$;
в) $3p-2c^3-3c^3p+2$;
г) $a^4-24+8a-3a^3$.

1080 Тигезләмәне чишегез:

а) $x^3+3x^2-4x-12=0$;
б) $2m^3-m^2-18m+9=0$;
в) $y^3-6y^2=6-y$;
г) $2a^3+3a^2=2a+3$.

1081 Тигезләмәне чишегез:

а) $x^3-2x^2-x+2=0$;
б) $y^3-y^2=16y-16$;
в) $2y^3-y^2-32y+16=0$;
г) $4x^3-3x^2=4x-3$.

1082 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $x^2-y^2-1{,}5(x-y)$;
б) $x^2-a^2+0{,}5(x+a)$;
в) $4a^2-b^2-2a+b$;
г) p^2-16c^2-p-4c;
д) $a^2+6a+6b-b^2$;
е) $x^2-7x+7y-y^2$.

1083 Тапкырчыгыш рәвешендә күрсәтегез:

а) $x^2(x+2y)-x-2y$;
б) $y^2(2y-5)-8y+20$;
в) $a^3-5a^2-4a+20$;
г) $x^3-4x^2-9x+36$.

1084 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $a^2-b^2+2(a+b)^2$;
б) $b^2-c^2-10(b-c)^2$;
в) $2(x-y)^2+3x^2-3y^2$;
г) $5a^2-5-4(a+1)^2$.

1085 Аңлатманы тапкырчыгышка үзгәртегез:

а) $x^2+y^2+2xy-1$;
б) $a^2+b^2-2ab-25$;
в) $36-b^2-c^2+2bc$;
г) $49-2ax-a^2-x^2$;
д) $1-25x^2+10xy-y^2$;
е) $b^2-a^2-12a-36$;
ж) $81a^2+6bc-9b^2-c^2$;
з) $b^2c^2-4bc-b^2-c^2+1$.

1086 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $x^3+y^3+2xy\ (x+y)$;
б) $x^3-y^3-5x(x^2+xy+y^2)$;
в) $a^3-b^3+5a^2b-5ab^2$;
г) p^3-2p^2+2p-1;
д) $8b^3+6b^2+3b+1$;
е) $a^3-4a^2+20a-125$.

1087 Тапкырчыгыш рәвешендә күрсәтегез:

а) $x^3 + y^3 + 2x^2 - 2xy + 2y^2$;

б) $a^3 - b^3 + 3a^2 + 3ab + 3b^2$;

в) $a^4 + ab^3 - a^3b - b^4$;

г) $x^4 + x^3y - xy^3 - y^4$.

1088 Күпбуынның бары тик тискәре булмаган кыйммәтләр алганын исбатлагыз:

а) $x^2 - 2xy + y^2 + a^2$;

б) $4x^2 + a^2 - 4x + 1$;

в) $9b^2 - 6b + 4c^2 + 1$;

г) $a^2 + 2ab + 2b^2 + 2b + 1$;

д) $x^2 - 4xy + y^2 + x^2y^2 + 1$;

е) $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 10$.

1089 а) $a^2 + 16a + 64$ аңлатмасы тискәре кыйммәтләр;

б) $-b^2 - 25 + 10b$ аңлатмасы уңай кыйммәтләр;

в) $-x^2 + 6x - 9$ аңлатмасы тискәре булмаган кыйммәтләр;

г) $(y + 10)^2 - 0{,}1$ аңлатмасы тискәре кыйммәтләр;

д) $0{,}001 - (a + 100)^2$ аңлатмасы уңай кыйммәтләр ала аламы?

1090 а) $(2n + 3)(3n - 7) - (n + 1)(n - 1)$;

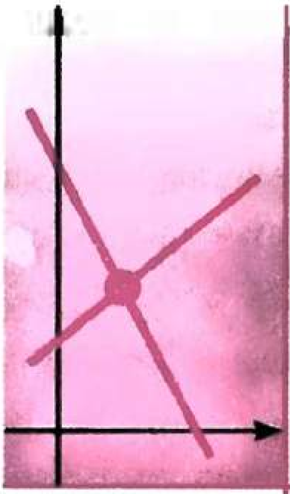
б) $(7n + 8)(n - 1) + (3n - 2)(n + 2)$

аңлатмалары, n теләсә нинди бөтен кыйммәт алганда, 5 кә бүленерме?

1091 Бердәйлекне исбатлагыз:

$$(10n + 5)^2 = 100n(n + 1) + 25.$$

Бу бердәйлектән файдаланып, 5 цифрына тәмамланучы натураль санны квадратка күтәрү кагыйдәсен әйтегез. Бу кагыйдә буенча 25^2, 45^2, 75^2, 115^2 ны табыгыз.



VI бүлек

Сызыкча тигезләмәләр системалары

§ 15. Ике үзгәрешлеле сызыкча тигезләмәләр һәм аларның системалары

39. Ике үзгәрешлеле сызыкча тигезләмәләр

Бер санның икенчесеннән 5 кә зуррак булуы билгеле булсын. Беренче санны x хәрефе белән, икенчесен y хәрефе белән тамгаласаң, алар арасындагы бәйләнешне ике үзгәрешлене эченә алган $x - y = 5$ тигезлеге рәвешендә язып була. Мондый тигезлекләрне *ике үзгәрешлеле тигезләмәләр* яки ике билгесезле тигезләмәләр дип атыйлар.

Ике үзгәрешлеле тигезләмәләргә башка мисаллар китерик: $5x + 2y = 10$, $-7x + y = 5$, $x^2 + y^2 = 20$, $xy = 12$. Бу тигезләмәләрнең баштагы икесе $ax + by = c$ рәвешендә, биредә a, b һәм c — саннар. Мондый тигезләмәләрне *ике үзгәрешлеле сызыкча тигезләмәләр* дип атыйлар.

Билгеләмә. **$ax + by = c$ рәвешендәге тигезләмә ике үзгәрешлеле сызыкча тигезләмә дип атала, биредә x һәм y — үзгәрешлеләр, a, b һәм c — саннар.**

$x = 8$, $y = 3$ булганда, $x - y = 5$ тигезләмәсе $8 - 3 = 5$ дөрес тигезлегенә әйләнә. Үзгәрешлеләрнең $x = 8$, $y = 3$ кыйммәтләре пары бу тигезләмәнең *чишелеше* була, диләр.

Билгеләмә. **Үзгәрешлеләрнең тигезләмәне дөрес тигезлеккә әйләндерүче кыйммәтләре пары ике үзгәрешлеле тигезләмәнең чишелеше дип атала.**

$x = 105$, $y = 100$; $x = 4$, $y = -1$; $x = 3{,}5$, $y = -1{,}5$ парларының да $x - y = 5$ тигезләмәсенең чишелешләре булуын тикшерү кыен түгел. Үзгәрешлеләрнең кыйммәтләре парын кайвакытта кыскарак та язып була. Мәсәлән, санап кителгән парларны болай язарга

мөмкин: (105; 100), (4; −1), (3,5; −1,5). Мондый язылышта үзгәрешлеләрнең кайсысының кыйммәте беренче урында, ә кайсысының икенче урында торганлыгын белергә кирәк. x һәм y үзгәрешлеләре кергән тигезләмәләрнең чишелешендә беренче урында x кыйммәтләре, ә икенче урында y кыйммәтләрен язу турында килешик.

Чишелешләре бер үк булган ике үзгәрешлеле тигезләмәләр *тамырдаш* (тигез көчле) *тигезләмәләр* дип атала. Чишелешләре булмаган ике үзгәрешлеле тигезләмәләрне дә тамырдаш дип саныйлар.

Ике үзгәрешлеле тигезләмәләрнең үзлекләре бер үзгәрешлеле тигезләмәләрнеке кебек үк:

әгәр дә тигезләмәдә кушылучыларны, аларның тамгаларын үзгәртеп, бер кисәктән икенче кисәккә күчерсәк, бирелгән тигезләмәгә тамырдаш тигезләмә килеп чыгар;

әгәр дә тигезләмәнең ике кисәген дә нульгә тигез булмаган бер үк санга тапкырласак яки бүлсәк, бирелгән тигезләмәгә тамырдаш булган тигезләмә килеп чыгар.

$$5x + 2y = 12 \qquad (1)$$

тигезләмәсен карап китик.

Тигезләмәләрнең үзлекләреннән файдаланып, бу тигезләмәдәге үзгәрешлеләрнең берсен икенчесе, мәсәлән, y ны x аша күрсәтик. Моның өчен $5x$ кушылучысын, тамгасын үзгәртеп, тигезләмәнең уң кисәгенә күчерик:

$$2y = -5x + 12.$$

Бу тигезләмәнең ике кисәген дә 2 гә бүлик:

$$y = -2{,}5x + 6. \qquad (2)$$

(2) тигезләмәсе (1) тигезләмәсе белән тамырдаш, $y = -2{,}5x + 6$ формуласын кулланып, (1) тигезләмәсенең теләсә никадәр чишелешен табып була. Моның өчен ирекле x ны алып, y ның аңа тиңдәш булган кыйммәтен исәпләү җитә. Мәсәлән,

$x = 2$ булса, $y = -2{,}5 \cdot 2 + 6 = 1$;

$x = 0{,}4$ булса, $y = -2{,}5 \cdot 0{,}4 + 6 = 5$.

(2; 1), (0,4; 5) саннары парлары — (1) тигезләмәсенең чишелешләре. (1) тигезләмәсенең чишелешләре чиксез күп.

Күнегүләр

1092 Ике үзгәрешлеле тигезләмә сызыкча тигезләмә булырмы:

а) $3x - y = 17$; в) $13x + 6y = 0$;

б) $x^2 - 2y = 5$; г) $xy + 2x = 9$?

1093 Тигезләмә сызыкча тигезләмә булырмы:

а) $3x + 6y = 4$; в) $x - 2y = 5$;

б) $xy = 11$; г) $x + y = 0$?

1094 $x = 1\frac{5}{7}$ һәм $y = 4\frac{2}{7}$ саннары пары $x + y = 6$ тигезләмәсенең чишелеше буламы? Бу тигезләмәнең тагын ике чишелешен табыгыз.

1095 x һәм y кыйммәтләре парлары таблицада бирелгән:

x	-5	-4	-3	-1	0	4	5
y	0	3	4	-3	-5	-3	0

Аларның кайсылары:

а) $2x + y = -5$; б) $x + 3y = -5$ тигезләмәсенең чишелеше була?

1096 (3; 1), (0; 10), (2; 4) һәм (3; 2,5) парларының кайсылары $3x + y = 10$ тигезләмәсенең чишелеше була?

1097 (3; −20), (−2; 12); (0,1; 11), (1; 2), (2; 1) саннары парлары $10x + y = 12$ тигезләмәсенең чишелеше булырмы?

1098 а) $x = 2$; $y = 4{,}5$; б) $x = -1$; $y = 2$ саннары пары чишелеше булырлык итеп, нинди дә булса ике үзгәрешлеле тигезләмә төзегез.

1099 $4x - 3y = 12$ сызыкча тигезләмәсендә:

а) y ны x аша; б) x ны y аша күрсәтегез.

1100 $2u + v = 4$ тигезләмәсеннән а) v үзгәрешлесен u аша; б) u үзгәрешлесен v аша күрсәтегез.

1101 а) $6x - y = 12$ тигезләмәсендә y ны x аша; б) $10x + 7y = 0$ тигезләмәсендә x ны y аша күрсәтегез.

1102 Тигезләмәдән y үзгәрешлесен x аша күрсәтегез. Табылган формуланы кулланып, тигезләмәнең нинди дә булса өч чишелешен табыгыз:

а) $x + y = 27$; в) $3x + 2y = 12$;

б) $2x - y = 4{,}5$; г) $5y - 2x = 1$.

1103 $x - 6y = 4$ тигезләмәсеннән y үзгәрешлесен x аша күрсәтеп, тигезләмәнең нинди дә булса өч чишелешен табыгыз.

1104 y үзгәрешлесен x аша күрсәтеп, тигезләмәнең нинди дә булса өч чишелешен табыгыз:

а) $3x - y = 10$; б) $6x + 2y = 7$.

1105 $x + 2y = 18$ тигезләмәсе чишелешләре арасыннан бертөрле ике сан парыннан торганын табыгыз.

1106 $ax + 2y = 8$ тигезләмәсендә $x = 2$, $y = 1$ пары аның чишелеше икәнлеге билгеле булса, a коэффициентының кыйммәтен табыгыз.

Кабатлау өчен күнегүләр

1107 а) $c = 0{,}2$ булганда, $2c(c-4)^2 - c^2(2c-10)$ аңлатмасының;
б) $a = 1{,}2$, $b = -0{,}6$ булганда, $(a-4b)(4b+a)$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

1108 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:
а) $1 + a - a^2 - a^3$; б) $8 - b^3 + 4b - 2b^2$.

40. Ике үзгәрешлеле сызыкча тигезләмәнең графигы

x һәм y үзгәрешлеле тигезләмәнең чишелеше булган саннарның һәр пары координаталар яссылыгында координаталары булып саннарның бу пары хезмәт иткән нокта (абсцисса булып xның кыйммәте, ордината булып y кыйммәте) белән сурәтләнә. Мондый барлык нокталар *тигезләмәнең графигын* төзиләр.

Координаталары бирелгән тигезләмәнең чишелешләре булган координаталар яссылыгының барлык нокталары күплеге ике үзгәрешлеле тигезләмәнең графигы дип атала.

$3x + 2y = 6$ тигезләмәсенең графигы нидән гыйбарәт икәнлеген ачыклыйк.

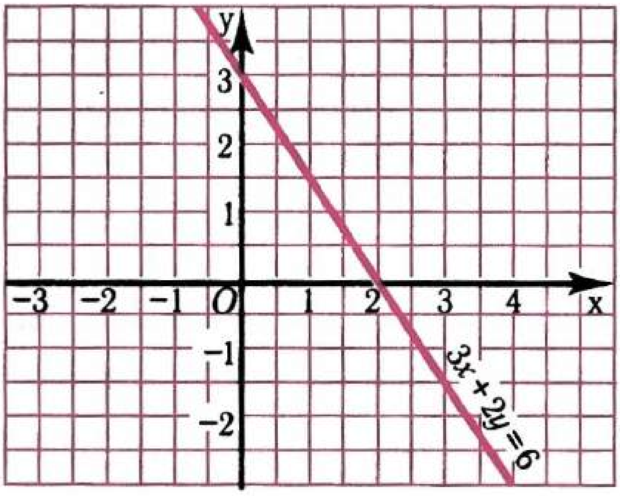
y үзгәрешлесен x аша күрсәтик:

$$y = -1{,}5x + 3.$$

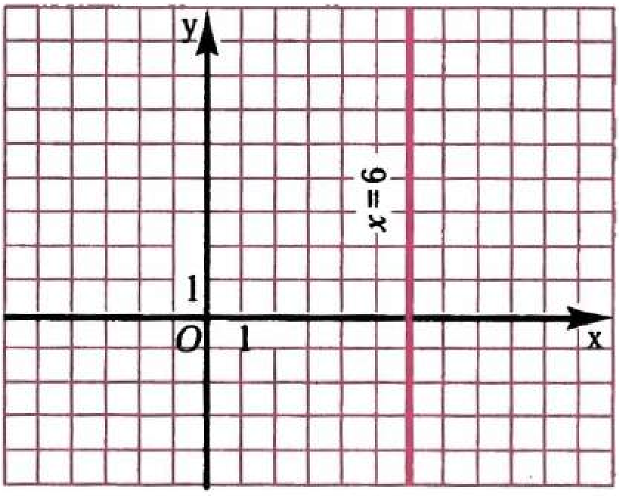
$y = -1{,}5x + 3$ формуласы аша графигы туры булган сызыкча функция бирелә (рәс. 56). $3x + 2y = 6$ һәм $y = -1{,}5x + 3$ тигезләмәләре тамырдаш, шуңа күрә бу туры $3x + 2y = 6$ функциясенең дә графигы була.

ПЬЕР ФЕРМА (1601—1665) —

француз математигы, аналитик геометрия һәм саннар теориясенә нигез салучыларның берсе. Аныксыз тигезләмәләр чишү теориясе белән шөгыльләнгән.



Рәс. 56



Рәс. 57

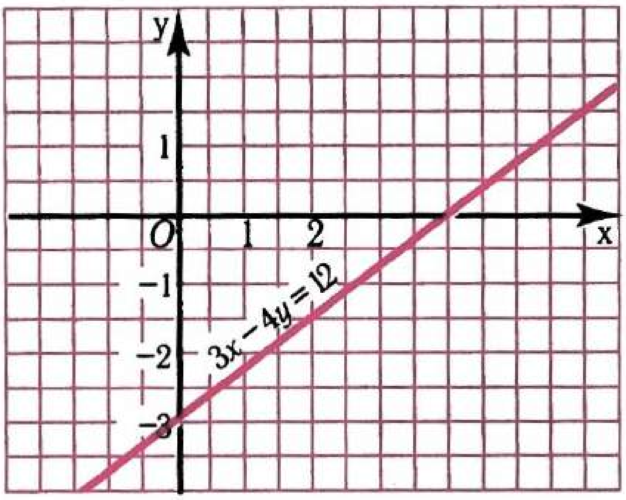
Шулай фикер йөртеп, y янындагы коэффициенты нульгә тигез булмаган, x һәм y үзгәрешлеле теләсә нинди сызыкча функциянең графигы булып туры хезмәт иткәнлеген күрсәтеп була.

Әгәр дә сызыкча тигезләмәдә y янындагы коэффициент нульгә тигез, ә x янындагы коэффициент нульгә тигез булмаса, мондый тигезләмәнең графигы булып шулай ук туры сызык хезмәт итә. Мисал өчен, $2x + 0y = 12$ тигезләмәсен карап китик. Аның чишелешләре булып барлык $(x; y)$ парлары тора, биредә $x = 6$, y — теләсә нинди сан, мәсәлән, (6; 2), (6; 0), (6; −4,5). Тигезләмә графигы абсциссалары 6, ә ординаталары ирекле сан булган барлык нокталардан тора. Мондый нокталар (6; 0) ноктасы аша үтүче y лар күчәренә параллель турыны төзиләр (рәс. 57).

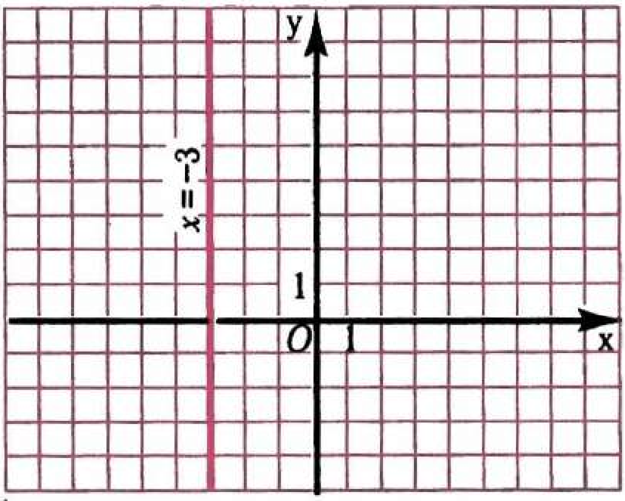
Үзгәрешлеләре янындагы коэффициентларының кимендә берсе нульгә тигез булмаган ике үзгәрешлеле сызыкча тигезләмәнең графигы туры сызык була.

РЕНЕ ДЕКАРТ (1596—1650) –

француз философы, математигы һәм физигы. Аналитик геометриягә нигез салган, үзгәрешле зурлык төшенчәсен һәм координаталар методын гамәлгә керткән. Алгебра белән геометрия бәйләнешен булдырган.



Рәс. **58**



Рәс. **59**

Хәзер сызыкча тигезләмәдә үзгәрешлеләр янындагы коэффициентларның икесе дә нульгә тигез булган очракны карап китик.

Үзгәрешлеләре янындагы коэффициентларның икесе дә нульгә тигез булган $ax + by = c$ тигезләмәсе $0x + 0y = c$ рәвешен ала. $c = 0$ булганда, саннарның теләсә нинди пары — бу тигезләмәнең чишелеше, ә координаталар яссылыгы аның графигы була. $c \neq 0$ өчен тигезләмәнең чишелеше юк, һәм аның графигы бер ноктаны да эченә алмый.

Сызыкча тигезләмәләрнең графикларын төзүгә мисаллар китерик.

1 нче мисал $3x - 4y = 12$ тигезләмәсенең графигын төзик.

► $3x - 4y = 12$ сызыкча тигезләмәсендә үзгәрешлеләр янындагы коэффициентлар нульгә тигез түгел. Шуңа күрә аның графигы туры сызык була. Туры ике нокта белән билгеләнә. Турының нинди дә булса ике ноктасының координаталарын табыйк:

$x = 0$ булса, $y = -3$; $x = 2$ булса, $y = -1{,}5$.

$(0; -3)$ һәм $(2; -1{,}5)$ нокталарын билгеләп, алар аша туры үткәрик (рәс. 58). Бу туры $3x - 4y = 12$ тигезләмәсенең графигы булыр. ◁

2 нче мисал $0{,}5x = -1{,}5$ тигезләмәсенең графигын төзик.

► Бу тигезләмәне $0{,}5x + 0y = -1{,}5$ рәвешендә язарга була. Аның чишелешләре булып саннарның $x = -3$, y — ирекле сан булган парлары тора. Тигезләмәнең графигы булып y күчәренә параллель һәм $(-3; 0)$ ноктасы аша үтүче туры хезмәт итә (рәс. 59). ◁

Күнегүләр

1109 а) $A(4; 1)$; б) $B(1; 3)$; в) $C(-6; -7{,}5)$; г) $D(0; 3)$ нокталары $3x + 4y = 12$ тигезләмәсе графигында яталармы?

1110 $A(6; 1)$; $B(-6; -5)$, $C(0; -2)$, $D(-1; 3)$ нокталарының кайсылары $x - 2y = 4$ тигезләмәсе графигыныкы?

1111 $3x - y = -5$, $-x + 10y = 21$, $11x + 21y = 31$ тигезләмәләре графикларының $P(-1; 2)$ ноктасы аша үтүләрен исбатлагыз.

1112 Тигезләмәнең графигын төзегез:

а) $2x - y = 6$; в) $x + 6y = 0$; д) $1{,}2x = -4{,}8$;
б) $1{,}5x + 2y = 3$; г) $0{,}5y - x = 1$; е) $1{,}5y = 6$.

1113 Тигезләмәнең графигын төзегез:

а) $x + y = 5$; в) $1{,}6x = 4{,}8$;
б) $y - 4x = 0$; г) $0{,}5y = 1{,}5$.

1114 Тигезләмәнең графигын төзегез:

а) $x - y - 1 = 0$; в) $2\ (x - y) + 3y = 4$;
б) $3x = y + 4$; г) $(x + y) - (x - y) = 4$.

1115 $21x - 5y = 100$ тигезләмәсенең графигы булган турыда абсциссасы 3 кә тигез булган нокта алганнар. Бу ноктаның ординатасын табыгыз.

1116 $12x - 15y = 132$ тигезләмәсенең графигы булган турының ниндидер ноктасының ординатасы нульгә тигез икәнлеге билгеле. Бу ноктаның абсциссасын табыгыз.

1117 Төзүне башкармыйча, тигезләмә графигының кайсы координата чирекләрендә урнашуын билгеләгез:

а) $12x - 8y = 25$; б) $1{,}5y = 150$; в) $0{,}2x = 43$.

Кабатлау өчен күнегүләр

1118 Тигезләмәне чишегез:

а) $\dfrac{16 - x}{8} - \dfrac{18 - x}{12} = 0$; б) $\dfrac{x - 15}{2} - \dfrac{2x + 1}{8} + 1 = 0$.

1119 а) $a = -1\frac{1}{4}$ булганда, $a(a - 4) - (a + 4)^2$ аңлатмасының;

б) $a = \frac{1}{12}$ булганда, $(2a - 5)^2 - 4(a - 1)(3 + a)$ аңлатмасының кыйммәтен табыгыз.

41. Ике үзгәрешлеле сызыкча тигезләмәләр системалары

Мәсьәлә Ике санның суммасы 12 гә, ә аларның аермасы 2 гә тигез. Бу саннарны табыгыз.

Беренче санны x хәрефе аша, ә икенчесен y хәрефе аша тамгалыйк. Мәсьәләнең шарты буенча саннарның суммасы 12 гә тигез, ягъни

$$x + y = 12.$$

Саннарның аермасы 2 гә тигез, шуңа күрә

$$x - y = 2.$$

Без ике үзгәрешлеле ике тигезләмә төзедек. Мәсьәләнең соравына җавап бирү өчен, безгә үзгәрешлеләрнең $x + y = 12$ һәм $x - y = 2$ тигезләмәләренең

һәркайсын дөрес тигезлеккә әйләндерә торган кыйммәтләрен, ягъни бу тигезләмәләрнең гомуми чишелешләрен табарга кирәк. Мондый очракларда *тигезләмәләр системасын чишәргә* кирәк, диләр.

Тигезләмәләр системасын фигуралы җәяләр ярдәмендә язу кабул ителгән. Без төзегән тигезләмәләр системасын болай язарга мөмкин:

$$\begin{cases} x + y = 12, \\ x - y = 2. \end{cases}$$

Үзгәрешлеләрнең $x = 7$, $y = 5$ пар кыйммәте системадагы һәр тигезләмәнең чишелеше була, чөнки $7 + 5 = 12$ һәм $7 - 5 = 2$ тигезлекләренең һәркайсы дөрес тигезлек. Мондый парны *системаның чишелеше* дип атыйлар. ◁

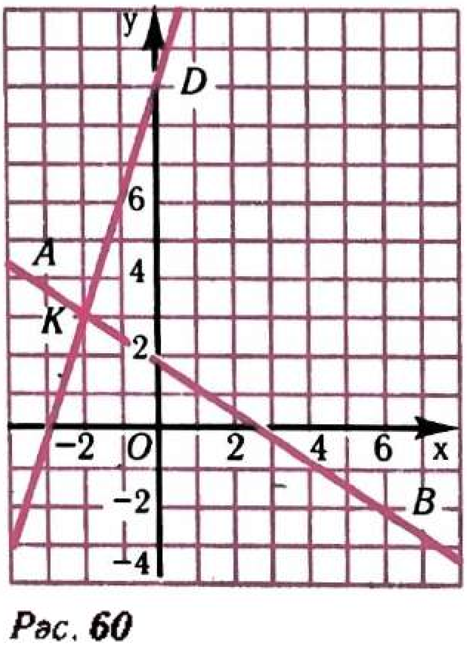
Билгеләмә. **Үзгәрешлеләрнең системага кергән һәм тигезләмәне дөрес тигезлеккә әйләндерүче кыйммәтләре пары ике үзгәрешлеле тигезләмәләр системасының чишелеше дип атала.**

Системаны чишү — аның чишелешләренең барысын да табу яки аларның булмаганлыгын исбатлау дигән сүз.

Ике үзгәрешлеле сызыкча тигезләмәләр системасын чишү өчен, тигезләмәләрнең графикларыннан файдаланып була.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5, \\ 3x - y = -9 \end{cases}$$

тигезләмәләр системасын чишәргә кирәк булсын. Моның өчен координаталар яссылыгында система тигезләмәләренең графикларын төзибез. Беренче тигезләмәнең графигы — AB турысы, икенчесенең графигы CD турысы булыр (рәс. 60).



Рәс. 60

AB турысының теләсә кайсы ноктасы координаталары $2x + 3y = 5$ тигезләмәсенең чишелеше, ә CD турысының теләсә нинди ноктасы координаталары $3x - y = -9$ тигезләмәсенең чишелеше булып тора. Турылар кисешкән нокта координаталары тигезләмәләрнең беренчесен дә, икенчесен дә канәгатьләндерә, ягъни системаның чишелеше булып торалар. Графиклар $K(-2; 3)$ ноктасында кисешәләр. Димәк, системаның бердәнбер чишелеше бар: $x = -2$, $y = 3$.

Системаны чишүнең без кулланган ысулы *график ысул* дип атала. График ысул чишелешләрне гадәттә якынча гына табарга мөмкинлек биргәнлеген искәртеп үтик.

Тигезләмәләрнең һәркайсында үзгәрешлеләре янындагы коэффициентларның кимендә берсе нульгә тигез булмаган ике үзгәрешлеле сызыкча ике тигезләмә системасын карап китик. Мондый системаның һәрвакытта да чишелеше буламы, булса, ничә чишелеше булганын ачыклыйк. Системадагы тигезләмәләрнең графиклары турылар була. Әгәр дә алар кисешсәләр, системаның чишелеше бердәнбер булыр; турылар параллель булса, системаның чишелеше булмас; турылар тәңгәл килсәләр, чишелешләре чиксез күп булыр.

1 нче мисал

$$\begin{cases} 11x + 10y = 120, \\ 6x + y = 18 \end{cases}$$

тигезләмәләр системасының ничә чишелеше булуын ачыклыйк.

▶ Бирелгән система тигезләмәләренең графиклары үзара ничек урнашуларын тикшерик. Моның өчен һәр тигезләмәдә y ны x аша күрсәтеп табабыз:

$$\begin{cases} y = -1,1x + 12, \\ y = -6x + 18. \end{cases}$$

$y = -1,1x + 12$ һәм $y = -6x + 18$ тигезләмәләре аша сызыкча функцияләр бирелә. Бу функцияләрнең графиклары булган турыларның почмакча коэффициентлары төрле. Димәк, бу турылар кисешәләр һәм системаның бердәнбер чишелеше була. ◁

2 нче мисал

$$\begin{cases} 8x + 20y = 3, \\ 2x + 5y = 16 \end{cases}$$

тигезләмәләр системасының чишелешләре ничә икәнлеген тикшерик.

▶ Системадагы һәр тигезләмәдән y ны x аша күрсәтик:

$$\begin{cases} y = -0,4x + 0,15, \\ y = -0,4x + 3,2. \end{cases}$$

$y = -0,4x + 0,15$ һәм $y = -0,4x + 3,2$ сызыкча функцияләренең графиклары булган турылар параллель, чөнки аларның почмакча коэффициентлары бер үк, ә y лар күчәре белән кисешү нокталары төрлечә. Моннан тигезләмәләрнең бирелгән системасының чишелеше юк икәнлеге килеп чыга. ◁

3 нче мисал

$$\begin{cases} 5x + 2y = -18, \\ 15x + 6y = -54 \end{cases}$$

тигезләмәләре системасының ничә чишелеше булуын ачыклыйк.

▶ Системадагы һәр тигезләмәдән y ны x аша күрсәтеп табабыз:

$$\begin{cases} y = -2,5x - 9, \\ y = -2,5x - 9. \end{cases}$$

Тигезләмәләр графиклары тәңгәл килүе үзеннән-үзе аңлашыла. Бу саннарның теләсә нинди $(x; y)$ парының системаның чишелеше булганлыгын аңлата, биредә x — ирекле сан, ә $y = 2,5x - 9$. Системаның чишелешләре чиксез күп. ◁

Күнегүләр

1120 а) $x = 3$, $y = 1$; б) $x = 2$, $y = 2$ саннары пары $\begin{cases} x + y = 4, \\ 2x - y = 2 \end{cases}$ тигезләмәләре системасының чишелеше буламы?

1121 $u = 3$, $v = -1$ саннары пары системаның чишелеше булырмы:

а) $\begin{cases} 3u + v = 8, \\ 7u - 2v = 23; \end{cases}$ б) $\begin{cases} v + 2u = 5, \\ u + 2v = 1? \end{cases}$

1122 $(-3; 4)$, $(-2; -6)$, $(-4; 3)$ парларының кайсылары системаның чишелешләре булыр:

а) $\begin{cases} x = y - 7, \\ 3x + 4y = 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x - y = 0, \\ 5x - y = -4? \end{cases}$

1123 Үзгәрешлеләрнең а) $x = 4$, $y = 1$; б) $x = 0$, $y = 3$ кыйммәтләре пары системаның чишелеше булырлык итеп, x, y үзгәрешләре белән сызыкча тигезләмәләр системасы төзегез.

1124 Сызыкча тигезләмәләр системасын график ысул белән чишегез:

а) $\begin{cases} x - y = 1, \\ x + 3y = 9; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x + y = 0, \\ -3x + 4y = 14; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x + 2y = 4, \\ -2x + 5y = 10; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 3x - 2y = 6, \\ 3x + 10y = -12. \end{cases}$

1125 Системаны график ысул белән чишегез:

а) $\begin{cases} x - 2y = 6, \\ 3x + 2y = -6; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x - y = 0, \\ 2x + 3y = -5. \end{cases}$

1126 Системаның чишелеше бармы, булса, ничә чишелеше бар:

а) $\begin{cases} 4y - x = 12, \\ 3y + x = -3; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 1,5x = 1, \\ -3x + 2y = -2; \end{cases}$ д) $\begin{cases} 2x = 11 - 3y, \\ 6y = 22 - 4x; \end{cases}$

б) $\begin{cases} y - 3x = 0, \\ 3y - x = 6; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x + 2y = 3, \\ y = -0,5x; \end{cases}$ е) $\begin{cases} -x + 2y = 8, \\ x + 4y = 10? \end{cases}$

1127 Системаның чишелеше бармы, булса, ничә чишелеше бар:

а) $\begin{cases} x = 6y - 1, \\ 2x - 10y = 3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 5x + y = 4, \\ x + y - 6 = 0; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 12x - 3y = 5, \\ 6y - 24x = -10? \end{cases}$

1128 Системаның нинди дә булса өч чишелешен күрсәтегез:

а) $\begin{cases} x - 3y = 5, \\ 3x - 9y = 15; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 1,5y + x = -0,5, \\ 2x + 3y = -1. \end{cases}$

Кабатлау өчен күнегүләр

1129 Тигезләмәне чишегез:

а) $\frac{2x-3}{4} - 3x = \frac{x+1}{2}$; б) $6 = \frac{3x-1}{3} - \frac{x}{5}$.

1130 Күпбуын рәвешендә күрсәтегез:

а) $(5c^2 - c + 8)(2c - 3) - 16$; б) $18m^3 - (3m - 4)(6m^2 + m - 2)$.

1131 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $a^3 + a^2 - x^2a - x^2$; б) $b^3 + b^2c - 9b - 9c$.

Контроль сораулар

1 Ике үзгәрешлеле сызыкча тигезләмәнең билгеләмәсен әйтегез. Мисаллар китерегез.

2 Ике үзгәрешлеле тигезләмәнең чишелеше дип нәрсәгә әйтәләр? Үзгәрешлеләрнең $x = 7$, $y = 3$ кыйммәтләре пары $2x + y = 17$ тигезләмәсенең чишелеше булырмы?

3 x һәм y үзгәрешлеле $ax + by = c$ тигезләмәсенең графигы нәрсә була (биредә $a \neq 0$ яки $b \neq 0$)?

4 Ике үзгәрешлеле тигезләмәләр системасының чишелеше дип нәрсәне атыйлар? Тигезләмәләр системасын чишү нәрсә ул?

5 Ике үзгәрешлеле ике сызыкча тигезләмә системасының чишелеше ничә була?

§ 16. Сызыкча тигезләмәләр системаларын чишү

42. Алыштырып кую ысулы

Ике үзгәрешлеле сызыкча тигезләмәләр системасын чишүнең *алыштырып кую ысулы* дип аталган ысулын карап китик. Мисалдан башлыйк.

Беренче мисал

$$\begin{cases} 3x + y = 7, \\ -5x + 2y = 3 \end{cases} \qquad (1)$$

тигезләмәләр системасын чишик.

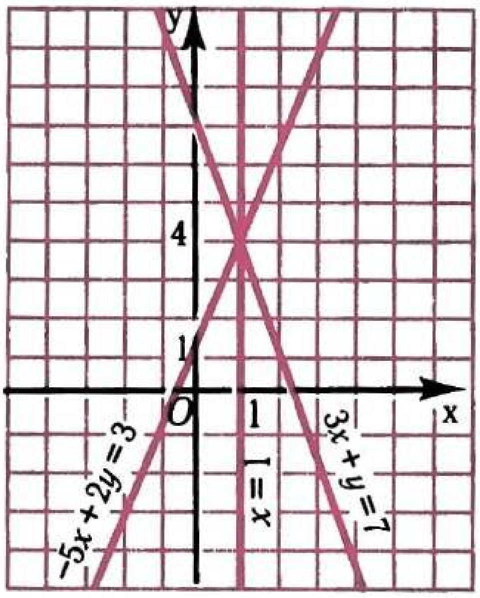
▶ Беренче тигезләмәдә y ны x аша күрсәтик:

$$y = 7 - 3x.$$

Икенче тигезләмәдә y урынына $7 - 3x$ аңлатмасын куйсак,

$$\begin{cases} 3x + y = 7, \\ -5x + 2(7 - 3x) = 3 \end{cases} \qquad (2)$$

системасы килеп чыгар.



Рәс. 61

(1) һәм (2) системаларының чишелешләре бер үк икәнлеген күрсәтү авыр түгел. (2) системасында икенче тигезләмә бары тик бер генә үзгәрешлене эченә ала. Бу тигезләмәне чишик:

$$-5x + 14 - 6x = 3,$$
$$-11x = -11,$$
$$x = 1.$$

$y = 7 - 3x$ тигезлегендә x урынына 1 санын куеп, y ның тиндәшле кыйммәтен табабыз:

$$y = 7 - 3 \cdot 1,$$
$$y = 4.$$

(1; 4) пары— (2) системасының чишелеше, димәк, ул бирелгән (1) системасының да чишелеше була. ◁

(1) системасын чишүне без (2) системасын чишүгә кайтарып калдырдык. Биредә без (1) һәм (2) системаларының чишелешләре бер үк булудан файдаландык.

Чишелешләре бер үк булган ике үзгәрешлеле тигезләмәләр системалары *тигезкөчле* системалар дип атала. Чишелешләре булмаган системаларны да тигезкөчле дип саныйлар.

(1) һәм (2) системаларының тигезкөчле булулары геометрик яктан (1) системасы тигезләмәләре графикларының (2) системасы тигезләмәләренең графиклары кисешкән ноктада кисешүләрен аңлата, ягъни турыларның өчесе дә бер ноктада кисешәләр (рәс. 61).

Без (1) системасын алыштырып кую ысулы кулланып чиштек. Ике үзгәрешлеле ике сызыкча тигезләмәләр системасын алыштырып кую юлы белән чишкәндә болай эшлиләр:

1) системаның нинди дә булса бер тигезләмәсеннән үзгәрешленең берсен икенчесе аша күрсәтәләр;
2) системаның икенче тигезләмәсенә бу үзгәрешле урынына табылган аңлатманы куялар;
3) килеп чыккан бер үзгәрешлеле тигезләмәне чишәләр;
4) икенче үзгәрешленең тиндәшле кыйммәтен табалар.

Ⅱ иче мисал

$$\begin{cases} 7x + 6y = 6, \\ 3x + 4y = 9 \end{cases}$$

системасын чишик.

▶ Икенче тигезләмәдә x ны y аша күрсәтик:

$$3x = 9 - 4y, \quad x = \frac{9-4y}{3}.$$

Беренче тигезләмәдә x урынына $\frac{9-4y}{3}$ аңлатмасын куйыйк.

$$7 \cdot \frac{9-4y}{3} + 6y = 6.$$

Табылган бер үзгәрешлеле тигезләмәне чишик:

$$7(9-4y) + 3 \cdot 6y = 3 \cdot 6,$$
$$63 - 28y + 18y = 18,$$
$$-10y = -45,$$
$$y = 4{,}5.$$

$x = \dfrac{9-4y}{3}$ тигезләмәсендә y урынына 4,5 санын куйыйк:

$$x = \frac{9 - 4 \cdot 4{,}5}{3}, \quad x = -3.$$

Җавап. $x = -3$, $y = 4{,}5$. ◁

Күнегүләр

1132 Тигезләмәләр системасын чишегез:

а) $\begin{cases} y = x - 1, \\ 5x + 2y = 16; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x = 2 - y, \\ 3x - 2y - 11 = 0. \end{cases}$

1133 Тигезләмәләр системасын чишегез:

а) $\begin{cases} y - 2x = 1, \\ 6x - y = 7; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x + y = 6, \\ 3x - 5y = 2; \end{cases}$ д) $\begin{cases} y - x = 20, \\ 2x - 15y = -1; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 7x - 3y = 13, \\ x - 2y = 5; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 4x - y = 11, \\ 6x - 2y = 13; \end{cases}$ е) $\begin{cases} 25 - x = -4y, \\ 3x - 2y = 30. \end{cases}$

1134 Тигезләмәләр системасының чишелешен табыгыз:

а) $\begin{cases} 2x + y = 12, \\ 7x - 2y = 31; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 8y - x = 4, \\ 2x - 21y = 2; \end{cases}$

б) $\begin{cases} y - 2x = 4, \\ 7x - y = 1; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 2x = y + 0{,}5, \\ 3x - 5y = 13. \end{cases}$

1135 Тигезләмәләр системасын чишегез:

а) $\begin{cases} 2u + 5v = 0, \\ -8u + 15v = 7; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 4u + 3v = 14, \\ 5u - 3v = 25; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 5p - 3q = 0, \\ 3p + 4q = 29; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 10p + 7q = -2, \\ 2p - 22 = 5q. \end{cases}$

1136 Системаны чишегез:

а) $\begin{cases} 3x + 4y = 0, \\ 2x + 3y = 1; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 5x + 6y = -20, \\ 9y + 2x = 25; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 7x + 2y = 0, \\ 4y + 9x = 10; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 3x + 1 = 8y, \\ 11y - 3x = -11. \end{cases}$

1137 Төзүләр эшләмичә генә, тигезләмәләрнең графиклары кисешкән ноктаның координаталарын табыгыз:

а) $7x + 4y = 23$ һәм $8x - 10y = 19$;

б) $11x - 6y = 2$ һәм $-8x + 5y = 3$.

1138 Төзүләр башкармыйча, тигезләмәләрнең графиклары кисешкән ноктаның координаталарын табыгыз:

а) $5x - 4y = 16$ һәм $x - 2y = 6$;

б) $20x - 15y = 100$ һәм $3x - y = 6$.

1139 Системаның чишелешен табыгыз:

а) $\begin{cases} 3(x-5)-1=6-2x, \\ 3(x-y)-7y=-4; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 6(x+y)-y=-1, \\ 7(y+4)-(y+2)=0. \end{cases}$

1140 Тигезләмәләр системасын чишегез:

а) $\begin{cases} 2(3x-2y)+1=7x, \\ 12(x+y)-15=7x+12y; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 5(x+2y)-3=3x+5, \\ 4(x-3y)-50=-33y; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 3(x+y)-7=12x+y, \\ 6(y-2x)-1=-45x; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 4x+1=5(x-3y)-6, \\ 3(x+6y)+4=9y+19. \end{cases}$

1141 Системаны чишегез:

а) $\begin{cases} 5y+8(x-3y)=7x-12, \\ 9x+3(x-9y)=11y+46; \end{cases}$ б) $\begin{cases} -2(a-b)+16=3(b+7), \\ 6a-(a-5)=-8-(b+1). \end{cases}$

1142 Системаның чишелешен табыгыз:

а) $\begin{cases} \frac{x}{3}-\frac{y}{2}=-4, \\ \frac{x}{2}+\frac{y}{4}=-2; \end{cases}$ в) $\begin{cases} \frac{2m}{5}+\frac{n}{3}=1, \\ \frac{m}{10}-\frac{7n}{6}=4; \end{cases}$

б) $\begin{cases} \frac{a}{6}-2b=6, \\ -3a+\frac{b}{2}=-37; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 7x-\frac{3y}{5}=-4, \\ x+\frac{2y}{5}=-3. \end{cases}$

1143 Тигезләмәләр системасын чишегез:

а) $\begin{cases} \frac{y}{4}-\frac{x}{5}=6, \\ \frac{x}{15}+\frac{y}{12}=0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{6x}{5}+\frac{y}{15}=2{,}3, \\ \frac{x}{10}-\frac{2y}{3}=1{,}2. \end{cases}$

Кабатлау өчен күнегүләр

1144 Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $(2x-3y)^2+(2x+3y)^2$; г) $3\left(\frac{x}{3}+\frac{y}{9}\right)^2-(3x-y)^2$;

б) $(2x+3y)^2-(2x-3y)^2$; д) $(x+2)^3+(x-2)^3$;

в) $2\left(\frac{x}{2}+\frac{y}{4}\right)^2+(2x-y)^2$; е) $(x+2)^3-(x-2)^3$.

1145 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $x^5+4a^2x^3-4ax^4$; г) $\frac{4}{9}b^5+4b^3c+9bc^2$;

б) $4a^6-12a^5b+9a^4b^2$; д) $\frac{1}{4}x^2-y^2+\left(\frac{1}{2}x+y\right)^2$;

в) $\frac{1}{4}y^4+\frac{1}{9}y^2c^2-\frac{1}{3}y^3c$; е) $\frac{1}{4}x^2-y^2-\left(\frac{1}{2}x-y\right)^2$.

1146 $y = x^2 - 4x + 5$ формуласы аша бирелгән функция графигының барлык нокталарының өстәге ярымъяссылыкта урнашуларын исбатлагыз.

43. Кушу ысулы

Тигезләмәләр чишүнең тагын бер ысулын — *кушу ысулын* карап китик. Системаларны бу ысул белән чишкәндә, алыштырып кую ысулы белән эш иткәндәге кебек үк, без бирелгән системадан аңа тигезкөчле һәм тигезләмәләрнең берсе бер генә үзгәрешлене эченә алган башка системага күчәбез.

мисал

$$\begin{cases} 2x + 3y = -5, \\ x - 3y = 38 \end{cases} \qquad (1)$$

системасын чишик.

▶ Система тигезләмәләрендә y янындагы коэффициентлар — капма-каршы саннар. Тигезләмәнең сул һәм уң кисәкләрен буынлап кушсак, бер үзгәрешлеле тигезләмә килеп чыгар: $3x = 33$.

(1) системасындагы кайсы да булса тигезләмәне, мәсәлән беренчесен, $3x = 33$ тигезләмәсе белән алыштырсак, түбәндәге системаны табабыз:

$$\begin{cases} 3x = 33, \\ x - 3y = 38. \end{cases} \qquad (2)$$

(2) системасы (1) системасына тигезкөчле.

(2) системасын чишик. $3x = 33$ тигезләмәсеннән $x = 11$ икәнлеген табабыз, xның бу кыйммәтен $x - 3y = 38$ тигезләмәсенә куйсак, y үзгәрешлеле тигезләмә килеп чыгар:

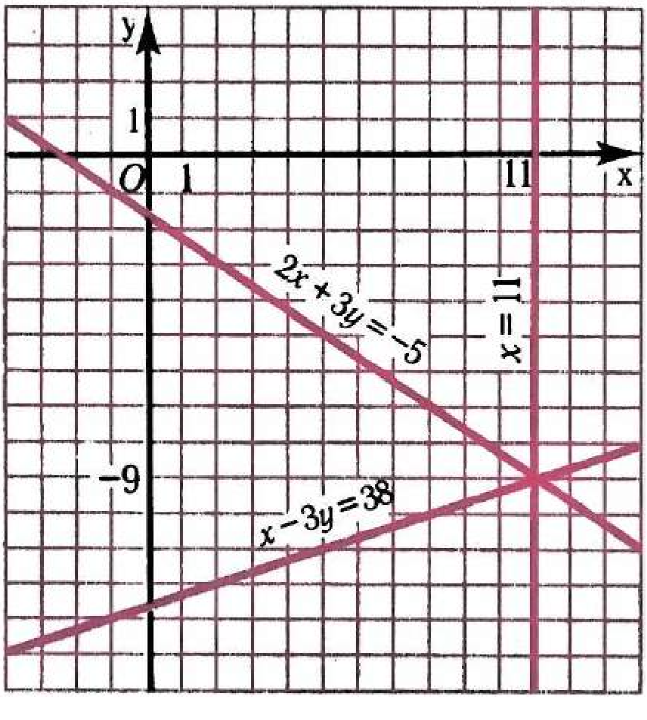
$$11 - 3y = 38.$$

Бу тигезләмәне чишик:

$$-3y = 27,$$
$$y = -9.$$

(11; −9) пары — (2) системасының чишелеше. Ул (1) системасының да чишелеше булыр. ◁

(1) системасындагы тигезләмәләрнең y янындагы коэффициентлары капма-каршы саннар булудан файдаланып, без аны чишүне тигезкөчле, бер тигезләмәсе бер генә үзгәрешлене эченә алган, (2) системасын чишүгә кайтарып калдырдык.



Рәс. **62**

(1) һәм (2) системаларының тигезкөчлелеге, геометрик яктан, $2x + 3y = -5$ һәм $x - 3y = 38$ тигезләмәләре графикларының $3x = 33$ һәм $x - 3y = 38$ тигезләмәләре графиклары кисешкән ноктада кисешүләрен аңлата, ягъни турыларның өчесе дә бер ноктада кисешәләр (рәс. 62)

2 нче мисал

$$\begin{cases} 5x + 11y = 8, \\ 10x - 7y = 74 \end{cases}$$

системасын чишик.

▶ Системадагы тигезләмәләрне буынлап кушу үзгәрешлеләрнең берсен төшереп калдырырга мөмкинлек бирми. Ләкин беренче тигезләмәнең барлык буыннарын -2 гә тапкырлап, икенче тигезләмәне үзгәрешсез калдырсак, килеп чыккан тигезләмәләрдә x янындагы коэффициентлар капма-каршы саннар булыр:

$$\begin{cases} -10x - 22y = -16, \\ 10x - 7y = 74. \end{cases}$$

Хәзер буынлап кушу нәтиҗәсендә бер үзгәрешлеле $-29y = 58$ тигезләмәсе килеп чыга. Бу тигезләмәдән $y = -2$ икәнлеген табабыз. Икенче тигезләмәдә y урынына -2 санын куйсак, x ның кыйммәте табылыр:

$$10x - 7 \cdot (-2) = 74,$$
$$10x = 60,$$
$$x = 6.$$

Җавап. $x = 6$, $y = -2$. ◁

3 нче мисал

$$\begin{cases} 3x - 5y = 93, \\ 5x - 4y = 103 \end{cases}$$

тигезләмәләр системасын чишик.

▶ Тигезләмәләргә y янындагы коэффициентлар капма-каршы саннар булырлык итеп, тапкырлаучылар сайлыйк. Системаның беренче тигезләмәсен -4 кә, ә икенчесен 5 кә тапкырлап табабыз:

$$\begin{cases} -12x + 20y = -372, \\ 25x - 20y = 515. \end{cases}$$

Моннан табабыз:

$$13x = 143,$$
$$x = 11.$$

x ның кыйммәтен $5x - 4y = 103$ тигезләмәсенә куеп табабыз: $y = -12$.

Җавап. $x = 11$, $y = -12$. ◁

Без системаларны кушу ысулы белән чишүгә мисаллар карап киттек. Ике үзгәрешлеле ике сызыкча тигезләмәләр системасын кушу ысулы белән чишү өчен болай эшлиләр:

1) үзгәрешлеләрнең берсе янындагы коэффициентлары капма-каршы саннар булырлык тапкырлаучылар сайлап, системаның тигезләмәләрен буынлап тапкырлыйлар;
2) система тигезләмәләренең уң һәм сул кисәкләрен буынлап кушалар;
3) килеп чыккан бер үзгәрешлеле тигезләмәне чишәләр;
4) икенче үзгәрешленең тиңдәшле кыйммәтен табалар.

Әгәр дә үзгәрешлеләрнең берсе янындагы коэффициентлары капма-каршы саннар булса, чишүне тигезләмәләрне буынлап кушудан башлауларын искәртеп китик.

Күнегүләр

1147 Системаны чишегез:

а) $\begin{cases} 2x + 11y = 15, \\ 10x - 11y = 9; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 4x - 7y = 30, \\ 4x - 5y = 90; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 8x - 17y = 4, \\ -8x + 15y = 4; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 13x - 8y = 28, \\ 11x - 8y = 24. \end{cases}$

1148 Системаның чишелешен табыгыз:

а) $\begin{cases} x - 6y = 17, \\ 5x + 6y = 13; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 3x + 2y = 5, \\ -5x + 2y = 45; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 4x - 7y = -12, \\ -4x + 3y = 12; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 9x - 4y = -13, \\ 9x - 2y = -20. \end{cases}$

1149 Системаны чишегез:

а) $\begin{cases} 40x + 3y = 10, \\ 20x - 7y = 5; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 33a + 42b = 10, \\ 9a + 14b = 4; \end{cases}$ д) $\begin{cases} 10x - 9y = 8, \\ 21y + 15x = 0{,}5; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 5x - 2y = 1, \\ 15x - 3y = -3; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 13x - 12y = 14, \\ 11x - 4 = 18y; \end{cases}$ е) $\begin{cases} 9y + 8z = -2, \\ 5z = -4y - 11. \end{cases}$

1150 Системаны чишегез:

а) $\begin{cases} 12x - 7y = 2, \\ 4x - 5y = 6; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 6x = 25y + 1, \\ 5x - 16y = -4; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 7u + 2v = 1, \\ 17u + 6v = -9; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 4b + 7a = 90, \\ 5a - 6b = 20. \end{cases}$

1151 Системаның чишелешен табыгыз:

а) $\begin{cases} 0{,}75x + 20y = 95, \\ 0{,}32x - 25y = 7; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 10x = 4{,}6 + 3y, \\ 4y + 3{,}2 = 6x; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 0{,}5u - 0{,}6v = 0, \\ 0{,}4u + 1{,}7v = 10{,}9; \end{cases}$ г) $\begin{cases} -3b + 10a - 0{,}1 = 0, \\ 15a + 4b - 2{,}7 = 0. \end{cases}$

1152 Графигы түбәндәге нокталар аша үтәрлек итеп, $y = kx + b$ рәвешендәге тигезләмәләр төзегез:

а) $M(5;\ 5)$ һәм $N(-10;\ -19)$; в) $A(8;\ -1)$ һәм $B(-4;\ 17)$;

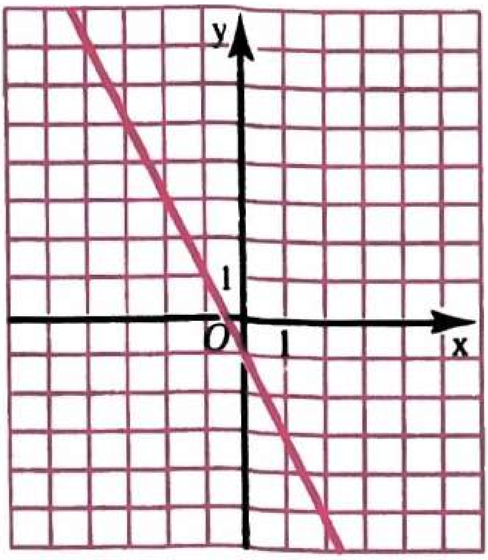
б) $P(4;\ 1)$ һәм $Q(3;\ -5)$; г) $C(-19;\ 31)$ һәм $D(1;\ -9)$.

1153 Сызыкча функциянең графигы координаталар күчәрен $(-5;\ 0)$ һәм $(0;\ 11)$ нокталарында кисеп үтә. Бу функцияне формула аша бирегез.

1154 $y = kx + b$ турысы $A\,(-1;\ 3)$ һәм $B\,(2;\ -1)$ нокталары аша үтә. Бу турының тигезләмәсен языгыз.

1155 Сызыкча функциянең графигы x күчәрен абсциссасы 4 кә тигез булган ноктада, y күчәрен ординатасы 11 гә тигез булган ноктада кисеп үтә. Бу функцияне формула аша бирегез.

1156 Графигы 63 нче рәсемдә сурәтләнгән сызыкча функцияне формула аша күрсәтегез.



Рәс. 63

1157 Системаны чишегез:

а) $\begin{cases} 5(x+2y)-3=x+5, \\ y+4(x-3y)=50; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2{,}5(x-3y)-3=-3x+0{,}5, \\ 3(x+6y)+4=9y+19. \end{cases}$

1158 Системаның чишелешен табыгыз:

а) $\begin{cases} \frac{1}{3}x+\frac{1}{4}y-2=0, \\ 5x-y=11; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 0{,}5x+0{,}2y=7, \\ \frac{1}{3}x-\frac{1}{10}y=0; \end{cases}$

б) $\begin{cases} \frac{1}{5}m-\frac{1}{6}n=0, \\ 5m-4n=2; \end{cases}$ г) $\begin{cases} \frac{1}{6}u-\frac{1}{3}v=-3, \\ 0{,}2u+0{,}1v=3{,}9. \end{cases}$

1159 Системаны чишегез:

а) $\begin{cases} \frac{x}{3}+\frac{y}{4}-5=0, \\ 2x-y=10; \end{cases}$ в) $\begin{cases} \frac{2x}{3}-\frac{y}{2}=0, \\ 3(x-1)-9=1-y; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x-7y=4, \\ \frac{x}{6}-\frac{y}{6}=0; \end{cases}$ г) $\begin{cases} \frac{5x}{6}-y=-\frac{5}{6}, \\ \frac{2x}{3}+3y=-\frac{2}{3}. \end{cases}$

1160 Системаның чишелешен табыгыз:

а) $\begin{cases} \frac{1}{3}x-\frac{1}{12}y=4, \\ 6x+5y=150; \end{cases}$ в) $\begin{cases} \frac{x}{4}+\frac{y}{6}=1, \\ 2x+3y=-12; \end{cases}$

б) $\begin{cases} \frac{1}{3}v-\frac{1}{6}u=3, \\ 7u+9v=-2; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 4a-5b-10=0, \\ \frac{a}{5}-\frac{b}{3}+\frac{1}{3}=0. \end{cases}$

1161 Системаның чишелеше бармы, булса, ничә чишелеше бар:

а) $\begin{cases} 2x-y=1, \\ -6x+3y=2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} -5x+2y=7, \\ 15x-6y=-21? \end{cases}$

Кабатлау өчен күнегүләр

1162 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) $15a^2 - 15b^2$; в) $10a^3 + 10b^3$; д) $47a^6 - 47b^6$;

б) $29a^2 + 29b^2 + 58ab$; г) $18a^3 - 18b^3$; е) $51a^6 + 51b^6$.

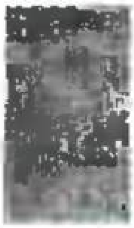
1163 Аңлатманы гадиләштерегез:

а) $2x(8x - 1) - (4x + 1)^2$; б) $4(3y - 1)^2 - 18y(2y - 1)$.

1164 Берәмлеккә якын саннарның кубларын исәпләү өчен, $(1 + a)^3 \approx 1 + 3a$ якынча формуласын кулланалар. Бу формула буенча аңлатмаларның якынча кыйммәтләрен исәпләп табыгыз: а) $1{,}1^3$; б) $0{,}9^3$. Якынча кыйммәтнең абсолют хатасы нинди?

44. Тигезләмәләр системалары ярдәмендә мәсьәләләр чишү

Тигезләмәләр системалары ярдәмендә мәсьәләләр чишкәндә, болай эшлиләр:



1) кайбер билгесез саннарны хәрефләр белән тамгалыйлар һәм, мәсьәләнең шартыннан файдаланып, тигезләмәләр системасын төзиләр;
2) бу системаны чишәләр;
3) мәсьәләнең шартыннан чыгып нәтиҗә ясыйлар.

1 нче мәсьәлә 15 кирпеч һәм 5 шлакоблокның массасы 64 кг га тигез. 5 кирпеч 2 шлакоблоктан 3 кг га авыррак булса, бер кирпеч һәм бер шлакоблокның массасы нинди булыр?

▶ Кирпеч массасы x кг, шлакоблокныкы y кг булсын. Ул вакытта 15 кирпеч һәм 5 шлакоблокның массасы $15x + 5y$ кг булыр. Мәсьәләнең шарты буенча ул 64 кг, шуңа күрә $15x + 5y = 64$.

5 кирпечнең 2 шлакоблоктан 3 кг га авыррак икәнлеге билгеле. Димәк,

$$5x - 2y = 3.$$

Мәсьәләнең соравына җавап бирү өчен, x һәм y ның тигезләмәләрнең беренчесен дә, икенчесен дә, ягъни

$$\begin{cases} 15x + 5y = 64, \\ 5x - 2y = 3 \end{cases}$$

системасын канәгатьләндерүче кыйммәтләрен табарга кирәк.

Бу системаны чишеп табабыз: $x = 2{,}6$; $y = 5$.

Җавап. Кирпечнең массасы 2,6 кг, шлакоблокныкы 5 кг. ◁

2 нче мәсьәлә 100 сумлык акчаны 5 сумлык һәм бер сумлык акчалар белән, аларның саны 30 булырлык итеп алыштырып буламы?

► 5 сумлык x һәм бер сумлык y акча алырга кирәк дип уйлыйк. Шарт буенча $x + y = 30$. Бу акчалар белән 100 сумны вакларга мөмкин булса, $5x + y = 100$ тигезлеге үтәлергә тиеш. Мондый система табыла:

$$\begin{cases} x + y = 30, \\ 5x + y = 100. \end{cases}$$

Аны чишеп табабыз: $x = 77\frac{1}{2}$, $y = 12\frac{1}{2}$.

Мәсьәләнең мәгънәсе буенча x һәм y натураль саннар булырга тиеш, без вакланма саннар таптык.

Җавап. 100 сумлык акчаны болай ваклап булмый икән. ◁

Күнегүләр

1165 Ике санның суммасы 63 кә, аермасы 12 гә тигез. Бу саннарны табыгыз.

1166 Яңа техника белән җиһазлау цехка февральдә гыйнвардагыга караганда 165 әйбергә артыграк җитештерергә мөмкинлек биргән. Бу ике айда цехның 1315 әйбер җитештергәнлеге билгеле булса, гыйнварда күпме һәм февральдә күпме әйбер җитештерелгән?

1167 Объектны төзүдә 31 бригада эшли. Алар арасында бригада подряды шартларында эшләүче бригадалар башкаларыннан 5 кә күбрәк. Бригада подряды белән ничә бригада эшли?

1168 Мастерскойда 22 җиңел һәм йөк автомобильләрен ремонтлаганнар. Җиңел автомобильләр йөк автомобильләреннән 8 гә кимрәк. Мастерскойда ничә йөк автомобиленә ремонт ясаганнар?

1169 Җир эшкәртүче ширкәт 28 трактор һәм автомашина сатып алган. Тракторлар автомашиналарга караганда 1,8 тапкырга артыграк. Ничә трактор һәм ничә автомашина сатып алганнар?

1170 Тигезьянлы өчпочмакның нигезе ян-ягыннан 7 см га озынрак. Әгәр аның периметры 43 см булса, өчпочмакның ян-ягын табыгыз.

1171 600 $см^2$ алюминий һәм 1,5 $дм^3$ тимер массасы 13 кг 320 г. Алюминийның тыгызлыгы тимер тыгызлыгыннан 5,1 $кг/дм^3$ га кимрәк булса, алюминийның тыгызлыгын табарга.

1172 Алдынгы технология куллану һәр гектардан 4 тоннага артыграк бәрәңге җыеп алырга мөмкинлек биргән. Нәтиҗәдә 320 га мәйданнан элек 400 га мәйданнан җыелганга караганда 640 т бәрәңге артыграк җыеп алганнар. Һәр гектардан элек һәм хәзер күпме бәрәңге алганнар?

1173 Туристлар, 4 сәг автомашинада, 7 сәг поездда барып, 640 км юл үткәннәр. Поездның тизлеге автомашина тизлегеннән 5 км/сәг кә артыграк. Поездның тизлеген табыгыз.

1174 Әгәр дә беренче санны 3 тапкыр, икенчесен 4 тапкыр арттырсак, аларның суммасы 47 гә тигез булыр. Икеләтелгән икенче сан беренчесеннән 1 гә зуррак булса, бу саннарны табарга.

1175 Теплоход, агым уңаена 3 сәг һәм агымга каршы 2 сәг барып, 240 км юл үтә. Шул ук теплоход агымга каршы 3 сәгатьтә, агым уңаена 2 сәгатьтә үткән юлдан 35 км га артыграк юл үтә. Теплоходның агымга каршы һәм агым уңаена тизлекләрен табыгыз.

1176 Аралары 280 км булган *A* һәм *B* пунктларыннан бер үк вакытта ике автомобиль чыга. Әгәр дә автомобильләр кара-каршы хәрәкәт итсәләр, 2 сәгатьтән соң очрашырлар. Ә инде бер үк юнәлештә хәрәкәт итсәләр, *A* дан чыккан автомобиль *B* дан чыкканын 14 сәгатьтән соң куып җитәр. Автомобильләрнең һәркайсының тизлеге нинди?

1177 Ике турист, аралары 38 км булган ике шәһәрдән бер үк вакытта юлга чыгып, 4 сәгатьтән соң очрашканнар. Очрашу моментына беренче туристның 2 км га артыграк үткәнлеге билгеле булса, һәр турист нинди тизлек белән барган?

1178 Моторлы көймә бер пристаньнан икенчесенә агым уңаена 4 сәгать бара, ә кире кайтканда 5 сәгатьтә кайта. Көймә агым уңаена 70 км юлны 3,5 сәгатьтә узса, аның акмый торган судагы тизлеге нинди?

1179 Теплоход 380 км юлны агым уңаена 3 сәгатьтә, агымга каршы 4 сәгатьтә үтә. Агым уңаена 1 сәг, агымга каршы 30 мин барып, ул 85 км юл үтә. Теплоходның үз тизлеген һәм агым тизлеген табыгыз.

1180 Ике шүрлектә 55 китап бар. Икенче шүрлектәге китапның яртысын беренче шүрлеккә күчерсәң, беренче шүрлектәге китаплар саны икенчесендә калганына караганда 4 тапкыр артыграк булыр, һәр шүрлектә ничә китап?

1181 Бер санның яртысы белән икенчесенең $\frac{2}{3}$ сенең аермасы 2 гә тигез. Әгәр беренче санны аның $\frac{5}{6}$ енә киметеп, икенчесен $\frac{1}{6}$ өлешкә арттырсак, аларның суммасы 59 га тигез булыр. Бу саннарны табыгыз.

1182 4,5 см^3 тимер һәм 8 см^3 бакырның массасы 101,5 г. 3 см^3 тимернең массасы 2 см^3 бакыр массасыннан 6,8 г га артыграк. Тимернең тыгызлыгын һәм бакырның тыгызлыгын табыгыз.

1183 Икеурынлы санның цифрлары суммасы 9 га тигез. Цифрларның урыннарын алыштырсак, баштагы санның $\frac{2}{9}$ өлешенә тигез булган сан килеп чыгар. Бу икеурынлы санны табыгыз.

1184 Икеурынлы санның цифрлары суммасы 10 га тигез. Бу санның цифрларының урыннарын алыштырып, килеп чыккан санның

берәмлекләр цифрын 1 гә арттырсак, баштагы саннан 2 тапкыр зуррак булган сан килеп чыгар. Бу икеурынлы санны табыгыз.

1185 Уҗым культуралары сабан культураларына караганда 480 гектарга зуррак мәйдан били. Уҗым культураларының 80% ын, сабан культураларының 25% ын урып алгач, уҗым культуралары биләгән мәйдан сабан культуралары мәйданыннан 300 гектарга кечерәк булып калган. Уҗым һәм сабан культуралары күпмешәр мәйдан алып тора?

1186 Эшчеләрнең ике бригадасы план буенча бер айда 680 деталь эшләп чыгарырга тиеш булган. Беренче бригада аена планны 20% ка, икенчесе 15% ка арттырып үтәгән, шуңа күрә ике бригада бергә планнан тыш 118 деталь эшләгән. План буенча бер айга һәр бригада ничә деталь эшләргә тиеш булган?

Кабатлау өчен күнегүләр

1187 Аңлатманы гадиләштерегез:
а) $(a-2)(a^2+a-1)-a^2(a-1)$;
б) $(3-p)(9+3p+p^2)-(1-p^3)$.

1188 Тапкырлаучыларга таркатыгыз:
а) $0{,}064m^3+1$; б) $0{,}027x^3-y^3$; в) p^6+8; г) $27-m^6$.

1189 Бердәйлекне исбатлагыз:

$$(x^3-y^3)^2+2x^3y^3=(x^2+y^2)(x^4+y^4-x^2y^2).$$

1190 Тигезләмәнең графигы координаталар чирекләренең кайсысында урнашыр:
а) $2x+5y=12$; б) $3x-4y=10$?

1191 $y=-x^2-x-11$ формуласы белән бирелгән функция графигының барлык нокталарының астагы ярымъяссылыкта урнашуларын исбат итегез.

Контроль сораулар

1 Ике үзгәрешлеле сызыкча ике тигезләмә системасын алыштырып кую ысулы белән ничек чишәләр? Аңлатып бирегез.

2 Ике үзгәрешлеле сызыкча ике тигезләмә системасын кушу ысулы белән ничек чишәләр? Аңлатып бирегез.

VI бүлеккә өстәмә күнегүләр

15 нче параграфка

1192 x һәм y үзгәрешлеләренең түбәндәге кыйммәтләре пары $x^2-2y=7$ тигезләмәсенең чишелеше буламы:
а) (5; 8); б) (−4; −11,5); в) (−1; −3); г) (1,2; −2,78)?

1193 $(u; v)$ рәвешендәге түбәндәге саннар парлары чишелеше булырлык итеп, u һәм v үзгәрешлеләре кергән тигезләмә төзегез:
а) $(10; 3)$; в) $(0{,}6; -0{,}8)$;
б) $(0; -7)$; г) $(-1{,}4; -3{,}6)$.

1194 $ax + by = 81$ тигезләмәсендә a һәм b коэффициентлары бөтен саннар булса, $(15; 40)$ пары бу тигезләмәнең чишелеше була алмаганлыгын исбатлагыз.

1195 а) Үзгәрешлеләрнең $x = 5$, $y = 7$ кыйммәтләре пары $ax - 2y = 1$ тигезләмәсенең чишелеше икәнлеге билгеле, a коэффициентын табыгыз; б) үзгәрешлеләрнең $x = -3$, $y = 8$ кыйммәтләре пары $5x + by = 17$ тигезләмәсенең чишелеше икәне билгеле. b коэффициентын табыгыз.

1196 Түбәндәге тигезләмәләрнең чишелешләре булган барлык натураль саннарның парларын табыгыз:
а) $x + y = 11$; б) $xy = 18$.

1197 $a + b = 42$ тигезләмәсенең чишелешләре булган барлык гади саннарның парларын табыгыз.

1198 2 сумлык һәм 5 сумлык акчаларның суммасы 23 сум. Акчаларның ничәсе 2 сумлык?

1199 Икеурынлы санның сул ягына да, уң ягына да 1 не язганнар. Нәтиҗәдә баштагы саннан 21 тапкыр зуррак булган дүртурынлы сан килеп чыккан. Икеурынлы санны табыгыз.

1200 $y - x^2 = 9$ тигезләмәсенең графигы: а) x күчәрен, б) y күчәрен кисеп үтәме? Җавап уңай булса, кисешү нокталарының координаталарын күрсәтегез.

1201 Түбәндә бирелгән нокталар $x^3 - y - 2 = 0$ тигезләмәсе графигында ятамы:
а) $M(-1; -3)$; б) $K(-1; 1)$; в) $B(1; -1)$?

1202 Ординатасы $-1{,}3$ булган нокта $x - xy = 46$ тигезләмәсе графигында ята. Бу ноктаның абсциссасын табыгыз.

1203 $8x - 5y = 14$ тигезләмәсенең графигы абсциссасы 1,2 булган нокта аша үтә. Бу ноктаның ординатасын табыгыз.

1204 Координаталарының икесе дә уңай булган нокталарның берсе дә $3x + 2y = -4$ тигезләмәсе графигында ятмавын исбат итегез.

1205 Координаталары бөтен сан булган нокталарның берсе дә $6x - 12y = 5$ тигезләмәсе графигында ятмавын исбат итегез.

1206 Тигезләмәнең графигын төзегез:
а) $3(x-2y) - 2(x - 4y) = 4$;
б) $2(0{,}5x - 1{,}2y) - (0{,}6y + x) = 6$;
в) $3(0{,}4y - 0{,}2x) - 4(0{,}3y - 0{,}6x) = 0{,}6$.

1207 $ax - y = 4$ сызыкча тигезләмәсендә a коэффициентын бу тигезләмәнең графигы $M(3; 5)$ ноктасы аша үтәрлек итеп сайлагыз. Бу тигезләмәнең графигын төзегез.

1208 $y - 2{,}5x = c$ тигезләмәсенең графигы K(2; −3) ноктасы аша үткәнлеге билгеле булса, бу тигезләмәнең графигы булган турыны төзегез.

1209 Тигезләмәнең графигын төзегез:
а) $(x-2)(y-3)=0$;   в) $(x+4)(y+5)=0$;
б) $(x+8)(y-1)=0$;   г) $x(y-2)=0$.

1210 Төзүләр башкармыйча гына, $(x+2)(y+3)=0$ тигезләмәсе графигының x лар, y лар күчәрләре белән кисешү ноктасының координаталарын табыгыз.

1211 Тигезләмәнең графигын төзегез: а) $y=|x|$; б) $y=-|x|$.

1212 а) $a=0$, $b=4$; б) $a=0$, $b=-4$; в) $a=-4$, $b=0$ саннар парлары

$$\begin{cases} a^2+b^2=16, \\ a^2+8a+b^2-8b+16=0 \end{cases}$$

тигезләмәләр системасының чишелеше буламы?

1213 $x+y=5$, $2x-y=16$ һәм $x+2y=3$ турыларының бер ноктада кисешкәнлеген күрсәтегез. Бу ноктаның координаталары нинди?

1214 a нинди кыйммәт алганда, $5x-2y=3$ һәм $x+y=a$ турылары y күчәрендә ятучы ноктада кисешерләр?

1215 b нинди кыйммәткә ия булганда, $bx+3y=10$ һәм $x-2y=4$ турылары x күчәрендә ятучы ноктада кисешерләр?

1216 k нинди кыйммәт алганда, $y=kx-4$ турысы $y=2x-5$ һәм $y=-x+1$ турылары кисешкән нокта аша үтәр?

1217 Тигезләмәләр системасын график ысул белән чишегез:

а) $\begin{cases} y+3x=0, \\ x-y=4, \\ x+y=-2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x+y=1, \\ y-x=3, \\ 2x+y=0. \end{cases}$

1218 Системаның чишелеше бармы, булса, ничә чишелеше бар:

а) $\begin{cases} 2x+5y=17, \\ 4x-10y=45; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 0{,}2x-5y=11, \\ -x+25y=-55; \end{cases}$

б) $\begin{cases} \frac{x}{5}-\frac{y}{15}=1, \\ 6x-2y=35; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 3x+\frac{1}{3}y=10, \\ 9x-2y=1? \end{cases}$

1219 $10x+5y=1$ тигезләмәсе белән берлектә: а) чишелеше бер; б) чишелеше чиксез күп; в) чишелеше булмаган система төзерлек итеп, ике үзгәрешлеле нинди дә булса сызыкча тигезләмә сайлагыз.

1220
$$\begin{cases} 2x+y=7, \\ y-kx=3 \end{cases}$$

системасының бер генә чишелеше булырлык итеп, k ның нинди дә булса кыйммәтен табыгыз.

1221 c нын нинди кыйммәте өчен

$$\begin{cases} 3x - y = 10, \\ 9x - 3y = c \end{cases}$$

системасының чишелешләре чиксез күп булыр?

1222 c нинди кыйммәт алганда,

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{5}y = 2, \\ 5x + 2y = c \end{cases}$$

системасының чишелеше булмый?

16 нчы параграфка

1223 Системаны чишегез:

а) $\begin{cases} 25x - 18y = 75, \\ 5x - 4y = 5; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 35x = 3y + 5, \\ 49x = 4y + 9; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 8y - 5z = 23, \\ 3y - 2z = 6; \end{cases}$

г) $\begin{cases} 13x - 15y = -48, \\ 2x + y = 29; \end{cases}$

д) $\begin{cases} 7x + 4y = 74, \\ 3x + 2y = 32; \end{cases}$

е) $\begin{cases} 11u + 15v = 1{,}9, \\ -3u + 5v = 1{,}3. \end{cases}$

1224 Системаның чишелешләрен табыгыз:

а) $\begin{cases} 6(x + y) = 8 + 2x - 3y, \\ 5(y - x) = 5 + 3x + 2y; \end{cases}$

б) $\begin{cases} -2(2x + 1) + 1{,}5 = 3(y - 2) - 6x, \\ 11{,}5 - 4(3 - x) = 2y - (5 - x); \end{cases}$

в) $\begin{cases} 4(2x - y + 3) - 3(x - 2y + 3) = 48, \\ 3(3x - 4y + 3) + 4(4x - 2y - 9) = 48; \end{cases}$

г) $\begin{cases} 84 + 3(x - 3y) = 36x - 4(y + 17), \\ 10(x - y) = 3y + 4(1 - x). \end{cases}$

1225 Системаны чишегез:

а) $\begin{cases} \frac{x}{5} = 1 - \frac{y}{15}, \\ 2x - 5y = 0; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 3m + 5n = 1, \\ \frac{m}{4} + \frac{3n}{5} = 1; \end{cases}$

в) $\begin{cases} 4x - 3y = 1, \\ \frac{2x + 1}{6} = \frac{9 - 5y}{8}; \end{cases}$

г) $\begin{cases} 3q = 4p - 7, \\ \frac{1 - 3q}{4} = \frac{4 - 2p}{3}. \end{cases}$

1226 Системаның чишелешен табыгыз:

а) $\begin{cases} (x - 1)^2 - (x + 2)^2 = 9y, \\ (y - 3)^2 - (y + 2)^2 = 5x; \end{cases}$

б) $\begin{cases} (7 + u)^2 - (5 + u)^2 = 6v, \\ (2 - v)^2 - (6 - v)^2 = 4u. \end{cases}$

1227 Системаны чишегез:

а) $\begin{cases} 8x+5y=20, \\ 1{,}6x+2y=0; \end{cases}$ в) $\begin{cases} -1{,}8x+2{,}4y=1, \\ 3x-4y=5; \end{cases}$

б) $\begin{cases} \frac{1}{7}x-\frac{1}{13}y=1, \\ 13x-7y=5; \end{cases}$ г) $\begin{cases} \frac{2}{3}x-\frac{1}{8}y=\frac{1}{2}, \\ -16x+3y=12. \end{cases}$

1228 Тигезләмәләр системасының чишелеше бармы:

а) $\begin{cases} 5x-4y=1, \\ 3x+1=13, \\ 7x-5y=1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 11x+3y=1, \\ 2x+y=3, \\ 5x+2y=4? \end{cases}$

1229 $2x+3y=20$, $3x-5y=11$ һәм $x+y=9$ турылары бер үк нокта аша үтәләрме?

1230 $7x+8y=135$ турысында: а) абсциссасы ординатасына тигез; б) абсциссасы ординатасына капма-каршы; в) ординатасы икеләтелгән абсциссасына тигез булган нокта бармы?

1231 Графигы а) $A(1;\ 2)$ һәм $B(-2;\ 3)$; б) $M(-5;\ 0)$ һәм $K(2;\ -1)$ нокталары аша үтүче сызыкча функцияне формула белән бирегез.

1232 Графигы а) $M(-1;\ 1)$ һәм $P(4;\ 4)$; б) $A(-3;\ 3)$ һәм $B(3;\ -3)$ нокталары аша үтә торган $y=kx+b$ рәвешендәге тигезләмә языгыз.

1233 Автомобиль юлны 8 сәг тә үткән. Башта ул 40 км/сәг, аннан соң 60 км/сәг тизлек белән барган. Әгәр дә ул 45 км/сәг тизлек белән барса, юлны шул ук вакытта үтәр иде. Автомобиль 40 км/сәг тизлек белән ничә сәгать, 60 км/сәг тизлек белән ничә сәгать барган?

1234 Велосипедчы *A* һәм *B* пунктлары арасын 10 км/сәг тизлек белән, ә *B* һәм *C* арасын 15 км/сәг тизлек белән үткән. Барлык юлны үтү өчен аңа 5 сәг кирәк булган. Әгәр дә ул 12 км/сәг тизлек белән барса, юлны шул ук вакытта үтәр иде. Велосипедчы *A* һәм *B* арасын ничә сәгатьтә, *B* һәм *C* арасын ничә сәгатьтә үткән?

1235 Беренче көнне беренче басуның $\frac{1}{4}$ енә һәм икенче басуның $\frac{1}{3}$ енә, барысы 340 га җиргә чәчкәннәр. Икенче көнне беренче басуның калган өлешенең $\frac{1}{3}$ енә чәчкәннәр. Бу — икенче басуның калган яртысыннан 60 гектарга кимрәк. Һәр басуның мәйданын табыгыз.

1236 Станциягә ашлама һәм цемент китергәннәр. Беренче көнне цементның яртысын һәм ашламаның $\frac{1}{3}$ ен алып китәләр, бу 8 тонна тәшкил итә. Икенче көнне калган цементның $\frac{3}{4}$ ен һәм калган ашламаның яртысын — барлыгы 7 т алып китәләр. Станциягә күпме ашлама һәм күпме цемент китерелгән булган?

1237 Ике автомат детальләр эшли. Беренче автомат 3 сәг тә һәм икенче автомат 2 сәг тә 720 деталь эшли. Ике автомат 2 сәг тә эшләгән детальләрнең $\frac{1}{4}$ е 150 данә була. Автоматның һәркайсы 1 сәг тә күпме деталь эшләгән?

1238 Ике сан язылган. Әгәр дә беренче санны 30% ка арттырып, икенчесен 10% ка киметсәк, аларның суммасы 6 га артыр. Әгәр дә беренче санны 10% ка, икенчесен 20% ка киметсәк, аларның суммасы 16 га кимер. Нинди саннар язылган булган?

1239 (*Л. Н. Толстой мәсьәләсе*). Печән чабучылар артеле эшкә чыга. Аларга берсе икенчесеннән 2 тапкыр зуррак булган ике болынны чабарга кирәк. Ярты көн артель зур болында печән чаба, көннең икенче яртысында артель икегә бүленә, һәм печән чабучыларның яртысы зур болында эшкә кала, ә икенче яртысы кечкенә болында печән чабарга керешә. Кичкә таба зур болын чабылып бетә, ә кечкенә болыннан калган участокны икенче көнне көн буена 1 печән чабучы чабып бетерә. Артельдә ничә печән чабучы булган?

1240 Кибеттә массасы бер үк булган 2 капчык дөге һәм бер капчык тары ярмасы булган. Өч капчыкның массасы 160 кг. Һәр капчыктагы дөгенең 20% ын, тары ярмасының 25% ын саткач, капчыклардагы ярманың массасы 125 кг була. Башта һәр капчыкта ничә килограмм дөге һәм тары ярмасы булган?

1241 Беренче станокта 8 көн һәм икенче станокта 5 көн эшләп, 235 деталь эшләгәннәр. Камилләштерү нәтиҗәсендә беренче станокның җитештерүчәнлеге 15% ка, ә икенчесенеке 20% ка арткан. Хәзер беренче станокта 2 көндә һәм икенче станокта 3 көндә 100 деталь эшләргә мөмкинлек туа. Элегрәк станокның һәркайсында көнгә күпме деталь эшли алганнар?

Авыррак мәсьәләләр

1242 $(a-1)x=12$ тигезләмәсенең тамыры натураль сан булырлык a ның барлык натураль кыйммәтләрен табыгыз.

1243 Тигезләмәне чишегез:

а) $|x-3|=7$; в) $|4-x|=1{,}5$;

б) $|x+2|=9$; г) $|6-x|=7{,}3$.

1244 Алтыурынлы санда беренче цифр дүртенчесе белән, икенчесе бишенчесе белән, өченчесе алтынчысы белән тәңгәл санның 7, 11, 13 кә кабатлы булуын исбатлагыз.

1245 Ике мичкәдә су бертигез була. Беренче мичкәдәге су башта 10% ка кими, аннары 10% ка арта. Икенче мичкәдәге су башта 10% ка арта, аннары 10% ка кими. Мичкәләрнең кайсысында су күбрәк булыр?

1246 Турыпочмаклыкның буен 20% ка, ә иңен 10% ка арттырсаң, аның мәйданы ничә процентка зураер?

1247 Өч ящикка чикләвек тутырганнар. Икенче ящиктагы чикләвек беренчесенә караганда 10% ка, ә өченчесенә караганда 30% ка артыграк. Беренче ящикта чикләвекләр өченчесендәгедән 80 гә артыграк булса, һәр ящикка күпме чикләвек салынган?

1248 a саны b санының 80% ын, ә c саны b санының 140% ын тәшкил итә. c саны a дан 72 гә зуррак булса, a, b һәм c саннарын табыгыз.

1249 a саны b санының 75% ын һәм c санының 40% ын тәшкил итә. c саны b дан 42 гә зуррак. a һәм b саннарын табыгыз.

1250 Натураль a санын натураль b санына бүлгәч, өлештә c, калдыкта d килеп чыга. a, b, c һәм d саннарының барысы да так сан була алырмы? Шуны ачыклагыз.

1251 Цифрлары суммасыннан 4 тапкыр зуррак булган икеурынлы сан табыгыз.

1252 $\underbrace{111\ldots1}_{81\ \text{тапкыр}}$ саны 81 гә бүленәме?

1253 Гади санны 30 га бүлүдән чыккан калдыкның гади сан яки берәмлек булганын исбат итегез.

1254 Ниндидер икеурынлы санның сул ягына да, уң ягына да берәр бер цифрын өстәп язганнар. Нәтиҗәдә баштагы саннан 23 тапкыр зуррак булган сан килеп чыккан. Шул икеурынлы санны табыгыз.

1255 Икеурынлы сандагы цифрларның берсен сызгач, баштагы саннан 31 тапкыр кечерәк сан килеп чыккан. Нинди санда нинди цифрны сызган булганнар?

1256 Өчурынлы санның беренче цифры 8. Әгәр дә бу цифрны соңгы урынга күчереп язсак, сан 18 гә артыр. Баштагы санны табыгыз.

1257 Тигезләмәнең графигын төзегез:

а) $(x-2)(y+3)=0$; б) $x^2+xy=0$.

1258 Тигезләмәнең графигын төзегез:

а) $y+|y|=x$; б) $y=x|y|$.

1259 Функциянең графигын төзегез:

а) $y=|x|-3$; б) $y=4-|x|$.

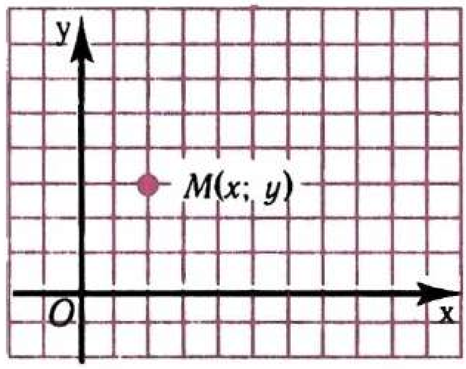
1260 2 гә тапкырлагач, натураль санның квадратына, ә 3 кә тапкырлагач, натураль санның кубына әйләнүче иң кечкенә натураль санны табыгыз.

1261 $96^7-22^5-48^6$ аңлатмасынын кыйммәте 10 га кабатлы икәнлеген исбатлагыз.

1262 Координаталар яссылыгында (рәс. 64) $M(x;\ y)$ ноктасы билгеләнгән. Бу координаталар яссылыгында түбәндәге нокталарны билгеләгез:

$A(2x;\ 2y)$, $B(-3x;\ \frac{1}{2}y)$,

$C(\frac{1}{2}x;\ -2y)$, $D(-\frac{1}{2}x;\ -\frac{1}{3}y)$.



Рәс. 64

1263 Кайсы зуррак:

$\frac{10^{10}+1}{10^{11}+1}$ яки $\frac{10^{11}+1}{10^{12}+1}$?

1264 $2x^2+2y^2$ аңлатмасын ике күпбуынның квадратлары суммасы рәвешендә күрсәтегез.

1265 $a\neq 0$ яки $b\neq 0$ булса, $5a^2-6ab+5b^2$ аңлатмасының кыйммәте уңай була. Моны исбатлагыз.

1266 x ның теләсә нинди кыйммәте өчен $(x-3)(x-5)+2$ аңлатмасының кыйммәте уңай сан булганлыгын исбатлагыз.

1267 Күпбуынны тапкырлаучыларга таркатыгыз:

а) x^8+x^4-2; в) n^4+4;

б) a^5-a^2-a-1; г) n^4+n^2+1.

1268 p^2-1 нең 24 кә кабатлы икәнлеген исбатлагыз, биредә p — гади сан, 3 тән зуррак.

1269 Эзлекле килүче 5 натураль санның квадратлары суммасы натураль санның квадраты булмавын исбатлагыз.

1270 3 кә кабатлы булмаган натураль санның квадраты белән 1 нең аермасы 3 кә кабатлы икәнлеген исбатлагыз.

1271 Аңлатманы гадиләштерегез:

$$(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1).$$

1272 $x^2-y^2=30$ тигезләмәсенең бөтен санлы чишелеше (ягъни x һәм y икесе дә бөтен саннар) булмаганын исбатлагыз.

1273 ax^3+bx^2+cx+d күпбуынының кыйммәте $x=19$ булганда, 1 гә, $x=62$ булганда, 2 гә тигез булырдай бөтен a, b, c һәм d коэффициентлары була алмавын исбатлагыз.

1274 x һәм z нын арифметик уртасы y булса, $x^4+2x^3z-2xz^3-z^4-4x^2y^2+4y^2z^2=0$ икәнен исбатлагыз.

1275 $p^2-2q^2=1$ булырлык итеп, барлык гади p һәм q саннарын табыгыз.

1276 a, b, c, d нинди кыйммәтләр алганда $5x^3-32x^2+75x-71=$ $=a(x-2)^3+b(x-2)^2+c(x-2)+d$ тигезлеге бердәйлек булыр?

1277 $3x^3+7x^2+9x+6$ күпбуынын ay^3+by^2+cy+d күпбуыны рәвешендә күрсәтегез, биредә $y=x+1$.

1278 x һәм y ның нинди натураль кыйммәтләре өчен $3x+7y=23$ тигезлеге дөрес булыр?

1279 Системаны чишегез:

а) $\begin{cases} x-y=-1, \\ y-z=-1, \\ z+x=8; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x+y=-3, \\ y+z=6, \\ z+x=1. \end{cases}$

1280 Икеурынлы санның квадраты белән берурынлы санның кубына тигез булган өчурынлы санны табыгыз.

1281 Суммасы 168 гә, иң зур уртак бүлүчеләре 24 кә тигез булган ике натураль сан табыгыз.

1282 $x+y=26$ тигезләмәсенең чишелешләре булган барлык гади саннарның парларын табыгыз.

1283 A дан B га бару өчен 3 км тауга менәргә, 6 км таудан төшәргә һәм 12 км тигез җирдән барырга кирәк. Бу юлны мотоциклчы 1 сәг 7 мин та үтеп, 1 сәг 16 мин та кире кайтты. Әгәр мотоциклчының тигез юлда тизлеге 18 км/сәг булса, аның тауга менгәндәге һәм таудан төшкәндәге тизлеген табыгыз.

1284 Әгәр 2 ел элек абыйсы сеңлесеннән 2 тапкыр, ә 8 ел элек 5 тапкыр олырак булган булса, туганнарның һәркайсына хәзер ничә яшь?

1285 Аралары 180 км булган *А* һәм *В* шәһәрләреннән 6 сәг 20 мин та бер-берсенә каршы автобус һәм җиңел автомобиль чыга. 7 сәг 50 мин та алар очрашалар. Әгәр дә автобус юлга 1 сәг 15 мин ка иртәрәк, ә җиңел автомобиль 15 мин ка соңрак чыккан булса, алар 7 сәг 35 мин та очрашырлар иде. Автобусның һәм җиңел автомобильнең тизлеге нинди?

1286 *А* шәһәреннән *В* шәһәренә 8 сәг 50 мин та ике автобус чыга. Шул ук вакытта *В* шәһәреннән *А* шәһәренә велосипедчы кузгалып китә. Автобусларның берсен ул 10 сәг 10 мин та, ә икенчесен 10 сәг 50 мин та очрата. Шәһәрләр арасы 100 км. Әгәр автобусларның берсенең тизлеге икенчесенең тизлегеннән $1\frac{5}{7}$ тапкыр зуррак булса, велосипедчының тизлеген табыгыз.

1287 Атлы һәм җәяүле бер үк вакытта *А* пунктыннан *В* пунктына барырга чыгалар. Атлы, *В* га җәяүлегә караганда 50 мин ка алданрак килеп җитеп, *А* га кире кайтканда җәяүлене *В* дан 2 км ераклыкта очрата. Атлы барлык юлны 1 сәг 40 мин та үтә. *А* белән *В* арасын һәм җәяүле белән атлының тизлеген табыгыз.

1288 Чыгарылгач та ташкүмердә — 2%, ә ачык һавада 2 атна яткач, 12% су була. 2 атна буена ачык һавада яткан 1 т ташкүмернең массасы күпмегә артыр?

1289 Бертуган ике малай бергә мәктәптән өйгә бер үк тизлек белән кайталар. Бервакыт малайларның берсе, мәктәптән чыгып 15 мин үткәч, кире мәктәпкә чаба да, барып җитүгә кире борылып, икенчесен куа китә. Бу вакытта малайларның икенчесе, тизлеген ике тапкыр киметеп, өйгә кайтуын дәвам итә. Малайларның беренчесе икенчесен куып җиткәч, алар, баштагы тизлек белән хәрәкәт итеп, өйгә гадәттәгедән 6 мин ка соңга калып кайтканнар. Беренче малайның йөгерү тизлеге аларның гадәттәге йөрү тизлегеннән ничә тапкыр зуррак булган?

Тарихи мәгълүматлар

Алгебра кайчан барлыкка килгән

Алгебра, тигезләмәләр чишү осталыгы буларак, практик ихтыяҗлар, бер типтагы мәсьәләләрне чишүнең гомуми ысулларын эзләү нәтиҗәсендә бик күптән барлыкка килгән. Безгә килеп җиткән бик борынгы кулъязмалар Борынгы Вавилон һәм Борынгы Египетта сызыкча тигезләмәләрне чишү алымнарының билгеле булуы турында сөйлиләр.

«Алгебра» сүзе Харәзем математигы һәм астрономы Мөхәммәт ибн Муса әл-Харәзминең (787 — якынча 850) «Китап әл-җәбер вәл-мокабәлә» исемле трактатыннан соң барлыкка килгән. Бу китап исеменнән алынган «әл-җәбер» термины «алгебра» рәвешендә кулланыла башлаган.

XVI гасырга кадәр алгебра нигездә сүзләр ярдәмендә аңлатылган. Хәрефле тамгалаулар һәм математик тамгалар әкренләп барлыкка килгәннәр. « + » һәм «−» тамгалары беренче тапкыр XVI гасыр немец алгебраистларында очрый. Бераз соңрак тапкырлау тамгасы «×» кертелә. Бүлү тамгасы (:) бары тик XVII гасырда гына кертелгән. Алгебраик символиканы киң куллануга кискен адым XVI гасырда ясалган, шул вакытта француз математигы Франсуа Виет (1540—1603) һәм аның замандашлары хәрефләрне билгесез зурлыкларны тамгалау өчен генә түгел (бу элек тә эшләнгән), ә бәлки теләсә нинди саннарны билгеләү өчен дә файдаланганнар. Ләкин әле бу символика хәзергедән аерылып торган. Мәсәлән, Виет билгесез хәрефне тамгалау өчен N хәрефен (Numerus — сан), билгесезнең квадраты һәм кубы өчен Q (Quadratus — квадрат) һәм C (Cubus — куб) хәрефләрен кулланган. Мәсәлән, $x^3 - 8x^2 + 16x = 40$ тигезләмәсенең язылышы Виет буенча мондый рәвештә булыр иде:

$$1C - 8Q + 16N \text{ aequ. } 40 \text{ (aequali — тигез).}$$

Алгебра үзенең үсеше процессында тигезләмәләр турындагы фәннән саннар өстендәге гамәлләргә күпмедер охшаган операцияләр турындагы фәнгә әверелгән. Алгебра — математиканың төп бүлекләреннән берсе.

Алгебраның мәктәп курсы, кайбер алгебраик мәгълүматлардан тыш, математиканың башка бүлекләре сорауларын (функцияләр, координаталар методы, якынча исәпләүләрне һ.б.) да эченә ала.

Функцияләр турында

XVII гасырның беренче яртысында, механиканың үсешенә бәйле буларак, математикага үзгәреш һәм хәрәкәт идеяләре керә. Шушы ук вакытта бер үзгәрешленең икенчесе белән бәйлелеге буларак функция турында күзаллаулар формалаша башлый. Мәсәлән, француз математиклары Пьер Ферма (1601—1665) һәм Рене Декарт (1596—1650) функцияне кәкре ноктасы ординатасының аның абсциссасына бәйлелеге итеп күз алдына китергәннәр. Инглиз галиме Исаак Ньютон (1643—1727) функцияне хәрәкәт итүче ноктаның вакытка бәйле рәвештә координатасы үзгәрүе дип аңлаган.

Функция терминын (латинча functio — башкарылу) беренче тапкыр немец математигы Готфрид Лейбниц (1646—1716) керткән. Функцияне ул геометрик образ (функциянең графигы) белән бәйли торган булган. Иоганн Бернулли (1667—1748) һәм Петербург Фәннәр академиясе әгъзасы, XVIII гасырның атаклы математигы Леонард Эйлер (1707—1783) функцияне аналитик аңлатма дип караганнар. Функцияне, бер үзгәрешленең икенчесенә бәйлелеге буларак, чех математигы Бернард Больцано (1781—1848) керткән.

Кыскача тапкырлау формулалары

Кыскача тапкырлауның кайбер кагыйдәләре моннан якынча 4 мең ел элек билгеле булган. Алар турында вавилонлылар һәм башка борынгы халыклар белгәннәр. Ләкин ул вакытта аларны сүз белән яки геометрик юл белән күрсәткәннәр.

Борынгы греклар зурлыкларны сан яки хәреф белән түгел, бәлки туры кисемтәләре аша билгеләгәннәр. Алар «a^2» түгел, ә «a кисемтәсендәге квадрат», «ab» түгел, ә «a һәм b кисемтәләре арасында урнашкан турыпочмаклык» дип сөйләгәннәр. Мәсәлән, $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ бердәйлеге турында Евклид (безнең эрага кадәр III гасыр) «Башлангычлар»ының икенче китабында болай әйтелгән: «Әгәр дә туры сызык (биредә кисемтә күздә тотыла) ничек тә булса киселгән булса, ул вакытта барлык турыдагы квадрат кисемтәләрдәге квадратлар белән бергә кисемтәләр арасында урнашкан турыпочмаклыкны 2 тапкыр алганга тигез». Исбатлау геометрик фикерләүләргә нигезләнгән (52 нче рәсемне кара).

Алгебраны геометрик юл белән аңлатудан калган терминнар хәзер дә очрый. Мәсәлән, без санның икенче дәрәҗәсен квадрат, өченче дәрәҗәсен куб дип атыйбыз.

Координаталар методы турында

Координаталар идеясе борынгы заманда башта астрономия, география, сәнгать ихтыяҗлары белән бәйле буларак барлыкка килгән. Мәсәлән, Борынгы Египет күмү камераларының берсенең стенасында квадрат челтәр (палетка) табылган, аннан сурәтләрне зурайту өчен файдаланганнар. Борынгы грек астрономы Клавдий Птоломей (II гасыр) географик координаталарны (озынлык һәм киңлекне) диңгездә йөзүченең урынын билгеләү өчен кулланган. Урта гасырларда координаталар идея-

сеннән күктә яктырткычларның торышын, Җир өслегендә урынны билгеләү өчен файдаланганнар. Турыпочмаклы челтәрне Яңарыш эпохасы рәссамнары киң кулланган.

Координаталарны математикада беренче буларак П. Ферма һәм Р. Декарт куллана башлаган. 1637 елны Р. Декартның «Метод турында фикер йөртү» исемле китабы басылып чыккан, бу китапта материя турындагы гомуми философик фикерләүләр белән беррәттән, универсаль математикага күп урын бирелә. Бу китапның «Геометрия» дип исемләнгән бүлегендә Р. Декарт яңа метод — координаталар методы тәкъдим иткән, ә бу (координаталар яссылыгындагы) ноктадан саннар парына, сызыктан тигезләмәгә, геометриядән алгебрага күчәргә мөмкинлек биргән. Шулай итеп, яңа геометрия туган, аны хәзер аналитик геометрия дип атыйлар. Р. Декартның хезмәте — үзгәрешле координаталар кертү. Мәсәлән, $ax + by = c$ тигезләмәсендә x һәм y хәрефләрен билгесезләр дип түгел, ә үзгәрешлеләр итеп карый башлаганнар. Шуның аркасында координаталар яссылыгында һәр турыга $ax + by = c$ (a һәм b — нульгә тигез булмаган саннар) сызыкча тигезләмәсе тиңдәш була һәм киресенчә.

Координаталар методы тигезләмәләрнең графикларын төзергә, тигезләмәләр һәм формулалар ярдәмендә аналитик юл белән бирелгән төрле бәйлелекләрне геометрик рәвештә сурәтләргә, алгебра ярдәмендә төрле геометрик мәсьәләләрне чишәргә мөмкинлек бирә.

«Абсцисса» һәм «ордината» терминнарын һәм «координаталар» атамасын XVII гасырның 70—80 нче елларында кулланышка Г. Лейбниц керткән.

Исәпләү чаралары

Элекке вакыттан ук кешеләр исәпләүләрне җиңеләйтергә омтылганнар. Иң борынгы исәпләү машинасы булып кул һәм аяк бармаклары, вак ташлар, кабырчыклар һ. б. вак предметлар торган, һөнәрчеләр һәм сәүдә итүчеләр исәпләү өчен баганаларга бүленгән тактадан файдаланганнар, анда вак ташлар ярдәмендә төрле разряд берәмлекләре күрсәтелә торган булган. Мондый тактаны абак дип атаганнар. Римлылардан безгә «калькуляция» сүзе кереп калган, ә ул «вак ташлар белән исәпләүне» аңлата. Хәзер без «калькуляция» терминын исәпләү мәгънәсендә кулланабыз. Абакны камилләштерү нәтиҗәсендә счетлар (Борынгы Кытайда — «суан-чан», Японийдә — «сорабан») барлыкка килгән. Рус счетлары XVI гасырда гамәлгә кергәннәр.

Арифметик гамәлләрне механик башкару машинасын арифмометр дип атыйлар. Мондый беренче машиналарны 1641 елда француз галиме Блез Паскаль (1623—1662) һәм 1671 елда Г. Лейбниц төзегән. 1874 елда Петербург механигы В. Однер ясаган арифмометр киң кулланылыш тапты.

XX гасыр уртасында барлыкка килгән электрон-исәпләү машиналары (ЭВМ) исәпләү техникасында революция ясадылар. Беренче ЭВМ АКШта 1944 елда төзелде. Беренче Совет ЭВМы академик С. А. Лебедев (1902—1974) җитәкчелегендә 1950 елда эшләнде. Хәзерге ЭВМнар секундка бернича миллион операция башкаралар, фәнни һәм халык хуҗалыгының төрле өлкәләрендә киң кулланылыш таптылар. Практикада киң кулланыла торган иң гади ЭВМ — микроколькулятор.

V—VI сыйныфлар математика курсы буенча мәгълүматлар

Саннарның бүленүчәнлеге

1 a һәм b — натураль саннар һәм a ны b га бүлгәндә, өлештә q, калдыкта r чыксын, ди. Ул вакытта $a = bq + r$, биредә q һәм r — натураль саннар яки нуль, шуның белән бергә $r < b$. Мәсәлән:

$$\begin{array}{r|l} 127 & 35 \\ \underline{105} & 3 \\ 22 & \end{array} \qquad 127 = 35 \cdot 3 + 22.$$

2 Әгәр дә натураль a саны натураль b санына бүленсә, a ны b га кабатлы, ә b ны a ның бүлүчесе, диләр. Бу $a = bq$ икәнлеген аңлата, биредә q — натураль сан. Мәсәлән, 62 саны 31 гә кабатлы, 31 саны 62 нең бүлүчесе, чөнки $62 = 31 \cdot 2$.

3 Бары тик ике генә бүлүчесе булган (берәмлек һәм бу сан үзе) натураль санны гади сан дип атыйлар.
Икедән артыграк бүлүчесе булган натураль сан төзелмә сан дип атала. Мәсәлән, 2, 3, 5, 7, 43, 109 — гади саннар, ә 4, 12, 35 — төзелмә саннар. Теләсә нинди төзелмә санны бер һәм бары тик бертөрле юл белән гади тапкырлаучыларга таркатырга була. Мәсәлән, $630 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$.

4 Берничә санның иң кечкенә уртак кабатлысын табу өчен, бу саннарны гади тапкырлаучыларга таркатырга һәм, килеп чыккан гади тапкырлаучыларның һәркайсын иң зур дәрәҗә күрсәткече белән алып, тапкырчыгыш төзергә кирәк. Мәсәлән, $72 = 2^3 \cdot 3^2$; $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ һәм $600 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$ була. 72, 180 һәм 600 саннарының иң кечкенә уртак кабатлысы $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 1800$.
Берничә санның иң зур уртак бүлүчесен табу өчен, бу саннарны гади тапкырлаучыларга таркатырга һәм, гади тапкырлаучыларның уртак булганнарын иң кечкенә дәрәҗә күрсәткечләре белән алып, тапкырчыгыш төзергә кирәк. Мәсәлән, 72, 180 һәм 600 саннарының иң зур бүлүчесе $2^2 \cdot 3$ кә, ягъни 12 санына тигез.

5 Сан 0 яки 5 цифрына тәмамланса, ул 5 кә бүленә. Әгәр дә сан теләсә нинди башка цифрга тәмамланса, ул 5 кә бүленми.

Сан җөп цифрга тәмамланса, ул 2 гә бүленә. Әгәр дә сан так цифрга тәмамланса, ул 2 гә бүленми.
Санның цифрлары суммасы 3 кә бүленсә, ул сан 3 кә бүленә. Әгәр дә санның цифрлары суммасы 3 кә бүленмәсә, ул 3 кә бүленми.
Санның цифрлары суммасы 9 га бүленсә, бу сан 9 га бүленә. Әгәр дә санның цифрлары суммасы 9 га бүленмәсә, бу сан 9 га бүленми.

Гади вакланмалар

6 Санаучысы ваклаучысыннан кечерәк булган вакланма ялгыз вакланма дип атала.
Санаучысы ваклаучысыннан зуррак яки аңа тигез булган вакланма аралаш вакланма дип атала.

7 Вакланманың төп үзлеге: вакланманың санаучысын да, ваклаучысын да бер үк натураль санга тапкырласак яки бүлсәк, аңа тигез булган вакланма килеп чыга.

8 Вакланмаларны иң кечкенә уртак ваклаучыга китерү өчен, вакланмаларның ваклаучыларының иң кечкенә уртак кабатлысын табарга кирәк, иң кечкенә уртак ваклаучыны ваклаучыларның һәркайсына бүлеп, өстәмә тапкырлаучыларны исәпләргә; һәр вакланманың санаучысын да, ваклаучысын да тиндәшле өстәмә тапкырлаучыга тапкырларга кирәк.
Мәсәлән, $\frac{1}{6}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{5}{18}$ вакланмаларын иң кечкенә уртак ваклаучыга китерик. Иң кечкенә уртак ваклаучы 36 га тигез:

$$\frac{1}{6}=\frac{1\cdot 6}{6\cdot 6}=\frac{6}{36};\qquad \frac{7}{12}=\frac{7\cdot 3}{12\cdot 3}=\frac{21}{36};\qquad \frac{5}{18}=\frac{5\cdot 2}{18\cdot 2}=\frac{10}{36}.$$

9 Ваклаучылары бертөрле булган вакланмаларны кушу өчен, беренче вакланманың санаучысына икенче вакланманың санаучысын кушып, шул ук ваклаучыны калдыралар. Ваклаучылары бертөрле булган вакланмаларны алу өчен, беренче вакланманың санаучысыннан икенче вакланманың санаучысын алып, шул ук ваклаучыны калдыралар. Мәсәлән:

$$\frac{3}{7}+\frac{2}{7}=\frac{5}{7};\qquad \frac{4}{5}-\frac{1}{5}=\frac{3}{5}.$$

Ваклаучылары төрле булган вакланмаларны кушу яки алу өчен, башта аларны уртак ваклаучыга китерәләр.

10 Ике вакланманы тапкырлау өчен, аларның санаучыларын һәм ваклаучыларын аерым-аерым тапкырларга һәм беренче тапкырчыгышны санаучы, икенчесен ваклаучы итеп язарга кирәк.
Бер вакланманы икенчесенә бүлү өчен, бүленүчене бүлүчегә кире булган вакланмага тапкырларга кирәк.
Мәсәлән: $\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}=\frac{8}{15}$, $\quad \frac{3}{7}:\frac{4}{5}=\frac{3}{7}\cdot\frac{5}{4}=\frac{15}{28}$.

Унарлы вакланмалар

11 Унарлы вакланманы нинди дә булса разрядка кадәр түгәрәкләгәндә, бу разрядтан соң килүче цифрларны нульләр белән алмаштыралар, ә әгәр дә өтердән соң килсәләр, аларны ташлап калдыралар. Бу разрядтан соң килүче беренче цифр 5, 6, 7, 8 яки 9 булса, калган соңгы цифрны бергә арттыралар. Әгәр дә бу разрядтан соң килүче беренче цифр 0, 1, 2, 3 яки 4 булса, калган соңгы цифрны үзгәртмиләр. Мәсәлән, $4{,}376 \approx 4{,}4$; $2{,}8195 \approx 2{,}820$; $10{,}1425 \approx 10{,}14$.

12 Унарлы вакланмаларны кушу һәм алу разрядлап башкарыла. Вакланмаларны өтерләр берсе астына икенчесе туры килерлек итеп язалар.

Мәсәлән,

$$\begin{array}{r} 3{,}4691 \\ +\ 48{,}63 \\ \hline 52{,}0991 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 68{,}3 \\ -\ 5{,}275 \\ \hline 63{,}025 \end{array}$$

13 Бер унарлы вакланманы икенчесенә тапкырлау өчен, аларны, өтергә игътибар итмичә тапкырлап, тапкырлаучыларның икесендә бергә өтердән соң ничә цифр булса, килеп чыккан тапкырчыгышта уңнан өтер белән шулкадәр цифр аералар.

Унарлы вакланманы унарлы вакланмага бүлү өчен, бүлүчедә өтердән соң цифр булса, бүленүчедә дә, бүлүчедә дә өтерне уңга шулкадәр күчерергә, ә аннары натураль санга бүлүне башкарырга кирәк.

Мәсәлән,

$$\begin{array}{r} 3{,}06 \\ \times\ 2{,}4 \\ \hline 1224 \\ +\ 612 \\ \hline 7{,}344 \end{array} \qquad 12{,}096 : 2{,}24 = 1209{,}6 : 224, \quad \begin{array}{r|l} 1209{,}6 & 224 \\ \cline{2-2} -1120 & 5{,}4 \\ \hline 896 & \\ -896 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

14 Унарлы вакланманы 10^n нә тапкырлау өчен, бу вакланмада өтерне уңга n цифрга күчерергә кирәк. Унарлы вакланманы 10^n нә бүлү өчен, бу вакланмада өтерне сулга n цифрга күчерергә кирәк.

Мәсәлән, $8{,}372 \cdot 100 = 837{,}2$; $3{,}4 : 1000 = 0{,}0034$.

Уңай һәм тискәре саннар

15 Уңай сан яки нульнең модуле дип бу сан үзе атала. Тискәре санның модуле дип аңа капма-каршы булган уңай сан атала. a санының модулен $|a|$ дип тамгалыйлар. Мәсәлән, $|3{,}6| = 3{,}6$, $|0| = 0$, $|-2{,}8| = 2{,}8$.

16 Ике тискәре санны кушу өчен, аларның модульләрен кушып, килеп чыккан нәтиҗә алдына «минус» тамгасы куярга кирәк.

Тамгалары төрле булган ике санны кушу өчен, модульләрнең зуррагыннан кечерәген алып, килеп чыккан нәтиҗә алдына модуле зуррак булган кушылучы тамгасын куярга кирәк.

Капма-каршы булган ике санның суммасы нульгә тигез була.

Мәсәлән, $-3{,}4 + (-1{,}8) = -5{,}2$;

$2{,}5 + (-4{,}1) = -1{,}6$; $\quad -3{,}6 + 3{,}6 = 0$.

17 Санның берсеннән икенчесен алу өчен, кимүчегә киметүчегә капма-каршы булган санны кушарга кирәк.
Мәсәлән, $-5 - 1{,}9 = -5 + (-1{,}9) = -6{,}9$.

18 Тискәре ике санны тапкырлау өчен, аларның модульләрен тапкырларга кирәк.
Тамгалары төрле булган ике санны тапкырлау өчен, аларның модульләрен тапкырлап, килеп чыккан нәтиҗә алдына «минус» тамгасы куярга кирәк. Мәсәлән, $-1{,}2 \cdot (-8) = 9{,}6$; $-3 \cdot 1{,}2 = -3{,}6$.

19 Тискәре санны тискәре санга бүлү өчен, бүленүче модулен бүлүче модуленә бүләргә кирәк.
Тамгалары төрле булган ике санны бүлү өчен, бүленүче модулен бүлүче модуленә бүлеп, килеп чыккан нәтиҗә алдына «минус» тамгасы куярга кирәк.
Мәсәлән, $-4{,}8 : (-2{,}4) = 2$; $5{,}5 : (-5) = -1{,}1$.

20 Берничә санның суммасын кушылучылар санына бүлүдән чыккан өлешне шул саннарның арифметик уртасы дип атыйлар.

Пропорцияләр

21 Ике чагыштырманың тигезлеге пропорция дип атала. Мәсәлән, $2{,}5 : 5 = 3{,}5 : 7$ тигезлеге пропорция була. 2,5 һәм 7 саннары — пропорциянең кырый буыннары. 5 һәм 3,5 саннары — пропорциянең урта буыннары. Пропорция дөрес булса, аның кырый буыннарының тапкырчыгышы урта буыннар тапкырчыгышына тигез була. Пропорциядә кырый яки урта буыннарның урыннарын алыштырып язарга мөмкин.

22 Ике зурлыкның берсе берничә тапкыр зурайганда (кечерәйгәндә), икенчесе шул ук тапкыр зурайса (кечерәйсә), аларны туры пропорциональ зурлыклар дип атыйлар.

Әгәр зурлыклар туры пропорциональ булсалар, аларның тиңдәшле кыйммәтләренең чагыштырмалары тигез була.

23 Ике зурлыкның берсе берничә тапкыр зурайганда (кечерәйгәндә), икенчесе шул ук тапкыр кечерәйсә (зурайса), аларны кире пропорциональ зурлыклар дип атыйлар.
Әгәр зурлыклар кире пропорциональ булсалар, аларның берсенең кыйммәтләренең чагыштырмасы икенчесенең тиңдәшле кыйммәтләренең кире чагыштырмасына тигез була.

Саннар өстендә гамәл үзлекләре

24 *Кушуның урын алыштыру үзлеге.* Кушылучыларның урыннарын алыштырудан сумманың кыйммәте үзгәрми.
Кушуның оештыру үзлеге. Ике сан суммасына өченче санны кушу өчен, беренче санга икенче һәм өченче саннарның суммасын кушарга була.

Тапкырлауның урын алыштыру үзлеге. Тапкырлаучыларның урыннарын алыштырудан тапкырчыгышның кыйммәте үзгәрми.
Тапкырлауның оештыру үзлеге. Ике санның тапкырчыгышын өченче санга тапкырлау өчен, беренче санны икенче һәм өченче саннарның тапкырчыгышына тапкырларга була.
Тапкырлауның тарату үзлеге. Санны суммага тапкырлау өчен, бу санны һәр кушылучыга тапкырлап, килеп чыккан нәтиҗәләрне кушарга мөмкин.

Аңлатмаларны үзгәртү

25 Охшаш кушылучыларны берләштерү өчен, аларның коэффициентларын кушарга һәм нәтиҗәне уртак хәрефле кисәккә тапкырларга кирәк. Мәсәлән, $5a - 7a + 4a = 2a$.

26 Әгәр җәяләр алдында «плюс» тамгасы торса, җәяләр эченә алынган һәр кушылучының тамгасын саклап, җәяләрне төшереп калдырырга мөмкин. Мәсәлән, $3x + (2a - y) = 3x + 2a - y$.

27 Әгәр җәяләр алдында «минус» тамгасы торса, җәяләр эченә алынган һәр кушылучының тамгасын үзгәртеп, җәяләрне төшереп калдырырга мөмкин. Мәсәлән, $5a - (2x - 3y) = 5a - 2x + 3y$.

Атамалар күрсәткече

Абсолют хата 94
Аерманың квадраты формуласы 148, 152
Алыштырып кую ысулы 189
Аргумент 41

Бер үзгәрешлеле сызыкча тигезләмә 26
— — тигезләмә 23
Бербуын 83
Бербуынның дәрәҗәсе 84
— коэффициенты 83
Бердәй рәвешүзгәртүләр 20
— тигез аңлатмалар 18
Бердәйлек 18
Бәйле үзгәрешле 39
Бәйсез үзгәрешле 39

Дәрәҗәгә күтәрү 70
Дәрәҗәләрне бүлү 76
Дәрәҗәне дәрәҗәгә күтәрү 80
Дәрәҗәнең төп үзлеге 75

Ике үзгәрешлеле сызыкча тигезләмә 174
— — тигезләмәнең графигы 178
Ике үзгәрешлеле тигезләмә 174
— — тигезләмәне чишү 174
— — тигезләмәнең графигы 177

Квадратлар аермасы формуласы 140
Кублар аермасы формуласы 156
— суммасы формуласы 155
Кушу ысулы 188
Кушуның оештыру үзлеге 14
— урын алыштыру үзлеге 14
Күпбуын 106
Күпбуынны тапкырлаучыларга таркату 118, 127
Күпбуынның буыны 106
— дәрәҗәсе 107
— охшаш буыннары 106

Натураль күрсәткечле дәрәҗә 70
Нуль күрсәткечле дәрәҗә 77

Охшаш буыннарны берләштерү 106

Парабола 89

Санлы аңлатма 3
Стандарт рәвештәге бербуын 83
— — күпбуын 107
Сумманың квадраты формуласы 140
Сызыкча функция 53
— функциянең графигы 54

Тамырдаш (тигезкөчле) тигезләмәләр 24, 175
Тапкырлауның оештыру үзлеге 14
— тарату үзлеге 14
— урын алыштыру үзлеге 14
Тапкырчыгышны дәрәҗәгә күтәрү 79
Тигезкөчле тигезләмәләр системалары 185
Тигезләмәләр системасын чишү 181
— — чишүнең график ысулы 181
Тигезләмәләрнең үзлекләре 24, 175
Тигезләмәнең тамыры 23
Туры пропорциональлек 57
— пропорциональлекнең графигы 57
Турының почмакча коэффициенты 62

Функция 41
Функциянең билгеләнү өлкәсе 41
— графигы 47

Чагыштырма хата 98

Якынча кыйммәтнең төгәллеге 95

Үзгәрешле 6
Үзгәрешлеле аңлатмалар 6

Җаваплар

I бүлек

2. а) 20; б) 629,2; в) 28,89; г) 48,09. **3.** а) 41,65; б) 13,6; в) 58; г) 10. **6.** а) 11; б) $14\frac{5}{8}$; в) $\frac{1}{4}$; г) 14. **7.** а) $4\frac{19}{45}$; б) 0; в) 3; г) $16\frac{7}{15}$. **8.** а) $5\frac{2}{15}$; б) 1; в) $3\frac{5}{6}$; г) $\frac{5}{12}$. **18.** 48 сумга. **19.** Беренчесе 3,2 гектарга артыграк. **20.** 55 ц. **21.** б) 1,3; 2,8; 5,8. **26.** а) −4; б) 5,2. **27.** а) 0,4; б) −6,8; в) 4,5; г) 0,8. **30.** а) 3; б) 15; в) −49; г) 0,8. **44.** а) 60; б) 20; в) 3; г) 150. **45.** 20 л. **46.** 200 станок. **66.** а) 4%; б) 15%; в) 5,5%; г) 120%. **67.** 25% ка. **68.** а) 26,81; б) 77,01; в) 7,22; г) 78. **71.** а) 24; б) 24,9; в) 13,4; г) −9,5. **72.** а) 35,7; б) 16,64; в) 10; г) 2,8. **74.** а) 0; б) $1\frac{4}{9}$. **77.** а) 35; б) 124. **78.** а) 94,2; б) 40,3. **95.** а) 1; б) 3. **96.** а) −4; б) $-\frac{1}{4}$. **112.** а) 6,75; б) 22; в) −6; г) −0,3. **113.** а) $11-6{,}5x$; б) $3p-5{,}1$; в) $0{,}4a-7$; г) $6b-5$; д) $y-8$; е) $8x-8$. **115.** а) $8+2x$; б) $46-5y$; в) $20z-33$; г) 5; д) $4-10b$; е) $36{,}8c-8$. **116.** а) 1; б) −7; в) −3,1; г) 276. **117.** а) $10m-4$; б) $-6n+3$; в) $11-11p$; г) 0,1; д) $1{,}3b+0{,}1$; е) $1{,}6c-5$. **119.** 12,5% ка. **121.** 15,3. **132.** а) $4{,}5x-2{,}4$; б) $36-3{,}6a$; в) $12{,}3-8{,}5y$; г) $2-14b$. **133.** 16,5; −2; −196. **138.** а) 30; б) 16; в) −6; г) 3; д) −43; е) 180; ж) −5; з) 300; и) −90. **139.** а) $1\frac{1}{3}$; б) 0,5; в) −2; г) 0; д) −0,15; е) −5; ж) −12; з) −3; и) 0; к) 0; л) 0; м) 0. **140.** а) 7; б) $1\frac{1}{11}$; в) $5\frac{1}{4}$; г) 5; д) $1\frac{1}{4}$; е) −1,2; ж) $1\frac{3}{4}$. **141.** а) $\frac{5}{6}$; б) 2,5; в) −89; г) 0,5. **142.** а) 2,4; б) −12; в) −5; г) −1,5. **143.** а) 7; б) −32; в) −3; г) −1,8. **144.** а) 4; б) 2; в) 3,6; г) $3\frac{1}{4}$. **145.** а) 16; б) $\frac{3}{4}$; в) −4; г) $3\frac{6}{13}$; д) 3. **146.** а) 5,5; б) 2,4; в) 10. **147.** а), в), г) тамырлары юк; б) теләсә нинди сан тигезләмәнең тамыры була. **148.** а) 0; б), г) тамырлары юк, в) теләсә нинди сан тигезләмәнең тамыры була. **149.** а) 0,05; б) −15,8; в) 1,6; г) 0,4. **150.** а) −3,5; б) 2; в) 74,6; г) 0,25. **151.** а) 2; б) 1,15; в) $\frac{2}{3}$; г) 12; д) $\frac{6}{7}$; е) −13. **157.** 439, 353 билет. **158.** 6,3; 6,3 һәм 3,4 см. **159.** 39; 47 деталь. **160.** 350; 420 һәм 504 кеше. **161.** 400 г, 80 г, 75 г. **164.** 55 һәм 11 төп. **165.** 20 км/сәг. **166.** 50 км/сәг. **167.** 20; 10 эшче. **168.** 10 кеше. **169.** 5.

170. 1,5 кг. **171.** 2, 4 һәм 10 кг. **172.** 24 трактор. **173.** 20 һәм 40 кг. **176.** а) 45,82; б) −2,5. **177.** −39. **179.** а) $-\frac{2}{3}$; б) $-12\frac{1}{3}$; в) $-\frac{1}{12}$; г) −2,8; д) −0,1; е) 36. **180.** а) 426,5; б) 7,6; в) 124; г) 2,72. **181.** а) 23; б) −12,4. **182.** а) −2; б) 4; в) $1\frac{1}{2}$; г) $6\frac{7}{16}$. **183.** а) $\frac{1}{8}$; б) 16. **184.** а) $\frac{2}{3}$; б) 2,5; в) 240; г) $\frac{5}{7}$. **185.** а) 1,44; б) $1\frac{5}{18}$; в) 9,2; г) 6. **186.** 207. **187.** 0. **188.** а) $\frac{1}{4}$; *b*) −16. **189.** а) −19; б) $\frac{5}{6}$; в) 2; г) 0. **191.** а) −12,15; б) 2,025; в) −16,2; г) 20,25. **212.** а) 87; б) 136; в) 58; г) 52. **213.** а) 0; б) 3,947. **224.** а) $5{,}7+0{,}9m$; б) $-1{,}6x-6$; в) $0{,}2y+0{,}2$; г) $5{,}3q+1{,}6$. **225.** а) −0,5; б) 1. **238.** а) 1,49; б) 0; в) −32,5; г) 0,3. **239.** а) 1; 7; б) −2; 9; в) −1; 1; 5; г) −3; 0. **241.** а) 24; б) −35; в, г) тамырлары юк. **242.** а) −5; б) 1. **245.** 575 йорт куяны, 425 тавык. **246.** 46 һәм 40 деталь. **247.** 42 төп. **248.** 48 һәм 12 марка. **249.** 10 көн. **250.** 9 көн. **251.** 13.

II бүлек

270. а) 43,2 г; б) 360 $см^3$. **271.** а) 390 км; б) 60,5 км/сәг. **272.** а) 18 км; б) 2,5 сәг. **274.** 165 китап. **293.** а) 0,9; б) 0; в) $\frac{5}{27}$; г) −2,5. **294.** 200 машина. **308.** а) (4; 0) һәм (0; 9,6); б) (−40; 0) һәм (0; −28); в) (−5; 0) һәм (0; 6); г) (0,4; 0) һәм (0; 2). **309.** а) (30; 0); б) (24; 0). **310.** *A*, *B* һәм *D* нокталары аша үтә. **328.** *B*, *C* һәм *D* нокталары графикныкы. **329.** а) *A* һәм *E* нокталары; б) *B* һәм *E* нокталары. **332.** а) −1,76; б) 88. **340.** а) (1; 2); б) (8; −6); в) (−2; −110); г) (1; 29); д) (2; 28); е) (4,4; −6). **341.** а) (2; −3); б) (4; 0); в) кисешмиләр; г) (0,9; 0,9). **348.** 800 т. **359.** $y=150+1{,}5x$; а) 165; 195; б) 0; 20. **373.** а), б) әйе; в), г) юк. **374.** $a=-0{,}4$ булганда. **375.** 2, 3, 4 һәм 5. **378.** а) (4; 0); б) (−7; 0); в), г) (0; 0); д), е) кисми. **380.** $k=-0{,}4$, графикныкы. **381.** $y=1{,}5x$. **382.** $y=8$. **383.** а) (7; 37); б) (−3; −55); в) (1,2; 5); г) (140; 14). **384.** Ята.

III бүлек

388. б) 4096; г) 16 807. **393.** г) 8^2; 4^3; е) $1{,}5^3$; ж) $1{,}2^2$. **395.** д) −96; е) 432. **399.** а) −9; б) −37; в) −539. **401.** а) 0,16; 0,81; 100; б) 245; 3; 453. **404.** 665; 1885. **415.** a^6a^9; в) a^2a^{13}; г) $a^{14}a$;. **418.** в) m^{11}; г) p^9; д) 10^{10}; е) 3^{10}. **419.** в) x^{10}; г) n^{15}; д) 7^{13}; е) 5^{11}. **420.** в) 6^{17}; г) 2^{14}; д) $0{,}4^7$. **424.** в) a^{20}; з) $0{,}7^5$. **426.** б) 1000; г) $1\frac{7}{9}$; е) $-\frac{8}{27}$. **427.** г) $2\frac{1}{4}$; д) $-12\frac{19}{27}$. **428.** а) 49; б) 81; в) 25; г) 0,216. **429.** а) x^{n+3}; в) x^{n+1}; г) y^{n-4}. **430.** а) 3; б) −2,5; в) 90; г) −1. **432.** д) $\left(-1\frac{1}{2}\right)^3$; е) $\left(2\frac{1}{3}\right)^2$. **434.** 105 км.

437. 202,5 г. **444.** г) $(-ab)^3$; д) $(2a)^5$; е) $(0,3m)^3$. **445.** в) 1; г) 1; д) $\frac{5}{7}$; е) 50 000 000. **447.** д) x^9; е) x^{24}. **449.** в) a^{m+2}; г) a^{2m}. **452.** б) 8^{20}; г) 32^{12}. **454.** m^3. **455.** в) a^{14}; г) x^{20}; д) m^{20}. **456.** в) a^{14}; г) a^{18}; д) a^{12}; е) a^{21}. **457.** в) x^{23}; г) x^{21}. **458.** а) 16; б) 5; в) 4; г) $\frac{1}{9}$. **461.** $k = -2$. **466.** б) $0,6p^2q^3$; в) $20ab^3$; г) $-12a^5b^2$; д) $0,8m^4n^2$. е) $-x^4y^2$. **467.** б) −2; в) 0,18; г) 1. **468.** а) 0,592; б) −0,108; в) 0,012; г) $\frac{3}{28}$. **471.** $5m^2$ см². **472.** $8a^3$ см³. **473.** а) Унберенче; б) өченче; е) нуленче. **476.** а) $\frac{1}{16}$; б) 0,5. **478.** а) $-3,3x^4y^3$; б) $-a^6b^4c$; в) $4x^3y^4$; г) $-0,36a^5b^6x^6$. **479.** в) $64a^5b^7$; г) $-28a^4b^4$. д) $-6x^6y^3$; е) $108a^4b^3$. **480.** а) $0,4m^7n^8$, б) $-0,1x^4y^8$; в) $-c^{10}d^8$; г) $-a^3b^6$; д) x^4y^4; е) m^9n^{12}. **483.** в) $-8a^{12}b^6$; г) $81x^8y^4$; д) $-a^{10}b^5c^{15}$; е) $a^6b^4c^2$. **484.** в) $-0,216m^9n^6$. г) $4x^2y^6$; д) $x^4y^{16}b^8$; е) $-x^{10}y^{15}m^5$. **486.** а) $(9x^2)^2$. **487.** в) $(-0,2b^2)^3$. **490.** б) $1000m^9$; $100m^6$. **491.** а) $225a^{10}$; б) $81b^{25}$; в) $8p^{19}$; г) $-0,15c^{10}$; д) c^{19}; е) $2b^{13}$; ж) $-x^{10}$; з) $2y^{14}$. **492.** а) $-3x^7y^5$; б) $32a^2b^9$; в) $8m^{10}n^{10}$; г) $-1,12c^{14}$; д) $x^{10}y^5$; е) $5a^8b^5$; ж) $-0,5m^8n^4$; з) $-12p^7q^9$. **493.** а) $-0,04b^{19}$; б) $10a^{19}$; в) p^{15}; г) $3000a^{11}$; д) $-112a^{11}b^5$; е) $-0,15\ x^9y^{11}$; ж) $0,01p^7q^7$; з) $3a^{29}b^9$. **494.** 9 көннән соң. **495.** 6 көннән соң. **496.** $k = 1,5$; $b = 6$; **497.** $x = 13,8$, $y = 1,26$. **503.** 9 тапкыр зураер; 100 тапкыр кечерәер. **507.** 8 тапкыр зураер; 27 тапкыр кечерәер. **510.** а), б) графикныкы; в) графикныкы түгел. **512.** 180 г. **513.** 6 сәгатьтә. **515.** $x = -2,4$, $y = 20,4$. **518.** а) $4,8a^9b^{10}$. **522.** а) 0,13; б) 4; в) 0,047; г) 0,002. **528.** 0,5 кг. **530.** 2 сәг. **531.** а) 7; б) 121. **532.** а) 1,64; б) 0,4; в) 2,223; г) 0,012. **536.** 1%. **544.** а) 8; б) 122,5. **545.** (3,5; 0), (0; 9,1). **548.** г) $2^2 \cdot 5^3$. **549.** г) 3^6; д) 2^{10}. **550.** в) $2^5 + 2^3 + 2$. **554.** а) 98; б) −8. **562.** $-1\frac{1}{2}$. **566.** в) 7^{n+3}; г) 3^{k+4}. **567.** в) $a^5 \cdot (-a^{35})$. **569.** б) 7^{26}. **570.** б) 36; г) 0,6; е) $\frac{5}{9}$. **572.** а) $2\frac{2}{3}$; б) 6,8. **577.** в) 0,04; г) 6,25; д) 1; е) 81. **578.** в) Күрсәтмә: $25^{25} = 5^{50}$; $2^{50} \cdot 3^{50} = 6^{50}$; г) $63^{30} > 3^{60} \cdot 5^{30}$. **579.** г) 3^6. **593.** г) $0,15x^3y^3z^3$; д) $8,5a^4b^3c^2$; е) $0,16a^7b^7x^6$. **598.** г) $7a^{20}b^{10}$. д) $-\frac{4}{27}b^{10}c^{17}$; е) $64x^{20}y^{28}$. **599.** е) $36a^8b^8$. **600.** г) $3a^8b^7$; д) $0,2a^9b^{11}$. **607.** 0,18.

IV бүлек

621. а) 107; б) 30. **622.** а) −57; б) 3. **631.** а) $233\frac{1}{3}$; б) −1,6; в) $-3\frac{6}{7}$. **632.** а) $\frac{1}{5}$; б) 1; в) $\frac{2}{3}$. **633.** а) 24 000; б) −10 000. **637.** г) $-2b - 1$; д) $-n^2 - 7$; е) 8. **638.** а) $0,7a - 4,8a^2$; б) $-b^2 + 13b$; в) $1,6x^2 + 5,5$; г) $1,9y^2 - 1,4y + 4$.

639. а) $5-10x$; б) $6c-c^2$; в) $2b-2$; г) $30-6y^2-y^3$. **642.** а) $x^2+11xy-y^2$; б) $a^2-3ab+5b^2$; в) $4c^4-7c^2+6$. **644.** а) $0{,}2a^2+0{,}35a+1{,}2$; б) $0{,}7y^2-3{,}75y$; в) $4x^2+4xy$; г) $2ab^2-4ab-5b$. **645.** а) $4a^2b-b^2+2$; б) $2xy$. **646.** а) 60; б) 156. **647.** а) -2; б) -1. **650.** а) $2xy-x^2$; б) $2xy-y^2$. **653.** а) $10a^2+12ab+2b^2$; б) $-4b^2$. **654.** а) 3; б) $1\frac{2}{3}$; в) 0,3; г) -20; д) 0; е) $\frac{4}{9}$. **655.** а) 1,23; б) -2; в) $-1{,}5$; г) -2. **660.** а) 3; б) 2. **661.** в) $-5a^8b^7$; г) $-2c^{16}d^7$. **667.** а) 10,5; б) 28; в) 0,8; г) -5. **668.** а) $80b-11$; б) $5c+34$; в) -21; г) $42-24y$. **669.** а) $26y-2y^2$; б) $-y^2-10y$; в) $2-4x$; г) $2a^3$; д) $4c^2-7b^2$; е) $3x^3y$; ж) $3m^3-m^2n+2n^2$; з) n^2-n^3. **670.** а) $7x^2-20x$. б) a^3+a^2; в) ax^2-8a^2x; г) $4m^4-m^2n^2-3n^4$. **671.** а) -6; 60; б) 8. **672.** а) 200; -250; б) 0,8. **673.** $14a^4-a^3$; б) $2b^3-b$; в) $16x^2-6x^4$; г) c^4. **679.** а) 7; б) 8; в) 49; г) 0,4; д) -2; е) 0; ж) 24; з) $\frac{5}{19}$. **680.** а) -2; б) -20; в) $-1{,}5$; г) $-0{,}2$. **681.** а) -1; б) 2; в) -4; г) 2. **682.** а) 0,5; б) -2; в) 1,6; г) -2. **683.** а) 24; б) $13\frac{1}{3}$; в) $1\frac{1}{3}$; г) $-1\frac{7}{8}$; д) $-52{,}5$; е) $-4{,}5$; ж) -36; з) $1\frac{1}{7}$; и) 0,4. **684.** а) 12,5; б) 17; в) 17; г) -25; д) $\frac{8}{9}$; е) $\frac{12}{13}$. **685.** а) $1\frac{1}{4}$; б) $-0{,}5$; в) $-\frac{1}{7}$; г) 28. **686.** а) -13; б) 1,5; в) -15; г) 0,5. **687.** а) $-3{,}5$; б) -1; в) 1; г) 2; д) 17,4; е) $4\frac{1}{4}$. **688.** 1, 1,5 həм 6 сум. **689.** 16; 20 həм 8 см. **690.** 30; 33 həм 35 т. **691.** 90 həм 30 т. **692.** 96 деталь. **693.** 300 га. **694.** 1500 м. **695.** 9 км. **696.** 60 км. **697.** 360 км. **701.** а) $-\frac{1}{9}a^{13}y^9$; б) $-90a^8b^9$. **708.** а) 2,28; б) $-22{,}5$; в) 14,4; г) -348. **709.** а) 0; -8; б) 0; 0,2; в) 0; 5; г) 0; 0,4; д) 0; $\frac{1}{12}$; е) 0; -4; ж) 0; 0,1; з) 0; 30; и) 0; $-\frac{2}{3}$. **710.** а) 0; $-0{,}6$; б) 0; 11; в) 0; 0,6; г) 0; 10; д) 0; 0,16; е) 0; 0,04. **719.** а) $(b-c)(a-d)$; б) $(y-5)(x+y)$; в) $(2x-7)(3a-5b)$; г) $(x-y)(x-y+a)$; д) $(a-2)(3a-5)$; е) $(b-3)(5b-17)$. **720.** г) $(c+2)(c+9)$; д) $(a-b)(a-b+3)$; е) $-(x+2y)(4x+8y+1)$. **721.** 9 км. **722.** а) 5; б) $-1{,}5$. **732.** а) $x^3+2x^2y-y^3$; б) $n^3-2n^2p+2np^2-p^3$; в) $a^3-2ax^2-x^3$; г) $b^3-2b^2c+c^3$; д) $a^3-6a^2+11a-12$; е) $5x^3-7x^2-3x+2$; ж) $x^3+3x^2-8x+10$; з) $3y^3-7y^2+7y-4$. **733.** а) $c^3-2cd^2-d^3$; б) $x^3-2x^2y+y^3$; в) $4a^3-3a^2+2a-3$; г) $-3x^3+8x^2+7x-12$. **734.** а) $8n^3+27p^3$; б) $125x^3-8y^3$; в) $-6a^3+13a^2-3a-2$; г) $-8a^3+20a^2+22a+21$; д) $3x^4-2x^3+3x^2+4x-4$; е) $4a^4-11a^3+25a^2-13a-5$. **735.** а) $y^4+2y^3+15y^2$; б) $-2a^4+8a^3-6a^2$; в) $3b^5+3b^4-6b^3$; г) $c^5-1{,}5c^4-4c^3+6c^2$. **736.** а) $x^3+6x^2+11x+6$; б) $a^3-21a+20$. **737.** а) $19b-10$; б) $14y^2-12$; в) $9x$; г) $a^3b+5ab^2-a^2b^2$; д) $4a-2ab$; е) $3x-y^2-2$. **738.** а) $2x^2-y^2$; б) $6b^2-7ab$;

в) $3a^2-7ax+2x^2$; г) $2b^2-5bc$. **739.** а) $8a^2-7b^2$; б) $12x^2+5xy$; в) $25p-5$; г) $m-3$. **744.** а) 3; б) 0,5; в) 0; г) 0. **745.** а) $-\frac{1}{7}$; б) 0,2; в) 3,5; г) $-1\frac{1}{3}$. **747.** 21; 22; 23. **748.** 17; 19; 21. **749.** 25 һәм 10 см. **750.** 36 см. **751.** 12 көн. **752.** 1680 га. **753.** а) 2; б) 15,5. **758.** е) $(a+b)(b-3)$; ж) $(x+y)(11-x)$; з) $(m+n)(k-n)$. **759.** в) $(m+k)(3-k)$; г) $(x+y)(k-x)$. **760.** в) $(ac+2)\times$ $\times(5a^2-3bc)$; г) $(7a-8y^2)(3-xy)$. **761.** а) $-\frac{3}{16}$; б) $\frac{11}{16}$. **762.** а) $12\frac{2}{3}$; б) 0. **763.** а) 60; б) 32. **766.** а) $(x+5)(x+1)$; б) $(x-3)(x+2)$. **767.** 260 сыер. **768.** 10 эйбер. **769.** а) $-\frac{7}{8}$; б) $-\frac{1}{4}$. **781.** а) $\frac{8}{15}$; б) $-0,2$. **782.** а) $c=2$ булганда; б) $c=6$ булганда. **788.** а) 18; б) $-8,5$. **794.** а) $-7x^2-14$; б) $-a^2+2a+2$; в) $-2a-10b-3$; г) $-x^2$. **803.** а) -2; б) 8; в) 0,5; г) 2. **804.** 1,92; 3,84; 4,8; 5,76. **805.** 11. **806.** 52. **807.** 246. **808.** 417. **812.** а) $\frac{1}{3}$; б) 2; в) 0,25; г) -3; д) 8; е) $-3,5$. **813.** 540 л һәм 450 л. **814.** 750 кг һәм 800 кг. **815.** $2\frac{1}{3}$ сәг. **816.** 2,5 сәг; 150 км. **817.** 50 $\frac{\text{км}}{\text{сәг}}$, 60 $\frac{\text{км}}{\text{сәг}}$; 210 км. **818.** 40 $\frac{\text{км}}{\text{сәг}}$, 60 $\frac{\text{км}}{\text{сәг}}$, 24 км. **819.** 16,5 $\frac{\text{км}}{\text{сәг}}$. **820.** 2,5 $\frac{\text{км}}{\text{сәг}}$. **821.** 70 күлмәк. **822.** 600 т һәм 800 т. **823.** 480 га. **827.** а) 2,3; б) 0,147. **828.** а) 0; $-\frac{5}{6}$; б) 0; $-1,6$; в) 0; 2; г) 0; 0,2; д) 0; $1\frac{7}{8}$; е) 0; 1. **829.** а) $9(a+2)^2$; г) $-27(p-2)^3$. **841.** а) -35; б) 156. **844.** 8; 9; 10; 11. **846.** 400 см^2. **847.** 360 см^2. **848.** 80 м^2. **849.** 55,25 см^2. **850.** а) $-2,8$; б) 7; в) 91; г) $-4,2$; д) 0; е) -50. **853.** а) $(x-4)(x-6)$; б) $(x-8)(x-5)$; д) $(x+4)(x-3)$; е) $(x+5)(x-7)$.

V бүлек

875. в) $198x-81x^2$; г) $14ab-49$; д) $14b$; е) $-18a^2-162$. **876.** а) a^2+81; б) $-10x+1$; в) $12x-9$; г) a^2+4ab. **877.** б) $4a^2$; в) $-21b-4$; г) $14-5b$; д) $-2a^2+4a+14$; е) $-2y^2+19y-40$. **878.** а) 3; б) 0; в) -14; г) 130. **879.** а) 1,7; б) $\frac{1}{24}$; в) 3; г) 3,125. **880.** а) 2,2; б) 1; в) $\frac{5}{12}$; г) 1. **881.** д) $15c^2-24c+20$; е) $-16a^2+26ab+2b^2$. **882.** б) $-96+48b-6b^2$; в) $-3x^2+2x-12$. **883.** б) $6x^5+60x^4+150x^3$; в) a^3-3a+2; г) $x^3-12x-16$. **887.** а) $x=16$ булганда; б) $x=0$ булганда. **892.** 80 һәм 90 км/сәг. **900.** а) 10 000; 144; 0,16; б) 400; 25; 81; в) 81; 9; 1. **905.** д) $(3y+cd)^2$; е) $\left(\frac{3}{5}a^3b-\frac{5}{6}ab^3\right)^2$. **906.** б) $\left(b^4-\frac{1}{2}a^2\right)^2$; в) $(0,1x^2-y)^2$; г) $(3x^4-2y)^2$; **926.** б) b^2+9; в) x^2+1; д) $75x^2+16$; е) $13c^2+49$. **927.** д) $50n^2-49$;

е) $5x^2+0{,}25$. **929.** а) $-4-5x$; б) $-4m+9$; в) $18x^2-2ax-a^2$; г) $2ab+b^2-2a^2$. **930.** в) $32y^2-24xy$; г) $-8a^2-24ab$. **931.** а) $2a^2-40a+12$; б) $1-12b-10b^2$; в) $63p^2$; г) $28xy-98y^2$. **932.** а) $-1{,}5$; б) 7. **933.** а) 0; б) $-0{,}5$. **937.** а) -6; б) 5; г) 2; д) 2,3. **938.** 85 һәм 90 км/сәг. **943.** а) $\frac{3}{4}$; б) $4\frac{4}{5}$; в) $\frac{4}{7}$; г) 1. **944.** д) $\frac{1}{5}$; е) 5. **946.** а) 4 һәм -4; б) 9 һәм -9; в) $\frac{1}{3}$ һәм $-\frac{1}{3}$; г) 0,5 һәм $-0{,}5$; д) тамырлары юк; е) 1 һәм -1; ж) 1,5 һәм $-1{,}5$; з) $\frac{4}{5}$ һәм $-\frac{4}{5}$; и) тамырлары юк. **947.** а) 5 һәм -5; б) 6 һәм -6; в) $\frac{2}{3}$ һәм $-\frac{2}{3}$; г) $\frac{7}{4}$ һәм $-\frac{7}{4}$. **951.** а) $(y-1)(5y+1)$; б) $(c+5)(5-7c)$; в) $-(x+y)(15x+y)$; г) $-3b(10a-3b)$; д) $3b(3b-4a^2)$; е) $(5b^3-x)(x-3b^3)$. **952.** а) $(2b-11)(2b+1)$; б) $-(4+3a)(10+3a)$; в) $(3-11m)(5-11m)$; г) $-(p+1)(3p+1)$; д) $5c(5c-6d)$; е) $-9b(2a^2+9b)$. **956.** 38 см. **960.** 12 км. **970.** а), б) әйе. **971.** б) $-0{,}64x^2-1{,}6xy^4-y^8$; в) $-0{,}09c^2+0{,}12cd-0{,}04d^2$; г) $16x^2-36x^6$. **973.** а) $-0{,}1$; б) 4,5. **976.** а) $3xy-2y^2$; б) $2ab+b^2$; в) $8b+ab-3a$; г) $x+6y-28xy$; д) $7a^2-ab-9b^2$; е) $6x^2+2xy-13y^2$. **977.** а) $10x-29$; б) $-7b^2+40b-11$; в) $29c^2-45c-22$; г) $-10a^2+13a+83$; д) $37a^2-19a-30$; е) $11m^2-51m+88$. **978.** в) $-y^2-14y-31$; г) $x^2-8x-33$. **979.** в) $18a^3-a$; г) $2bc-16c^2$. **980.** а) $12a^4+a^3-6a^2-a+4$; б) $-9x^4-5x^3+9x^2$. **981.** а) $14x^2-96x-36$; б) $30y^2-18y-4{,}5$; в) $9a^2-16ab$; г) $20x^2+24xy$. **982.** а) $-6{,}75$; б) 28. **984.** а) $-3y^4+4y^3-y^2-100$; б) $2a+2$. **988.** 30 км. **989.** 6 км/сәг. **999.** а) $4(y-1)(x+3)$; б) $6(2-b)(5-a)$; в) $-a(c+4)(b+5)$; г) $a(a+1)(a+b)$. **1000.** а) $3(b-2)(15-a)$; б) $-5(y+3)(x+8)$; в) $c^3(a-1)(c+1)$; г) $x(x-y)(x+1)$. **1003.** а) $(x+y)(x-y-1)$; б) $(a-b)(a+b-1)$; в) $(m+n)(1+m-n)$; г) $(k+p)(k-p-1)$. **1004.** а) $(a-b)(1+a+b)$; б) $(c+d)(c-d+1)$. **1005.** а) $(a-b)(b-1)(b+1)$; б) $(b-2)(x-b)(x+b)$; в) $(x+y)(x-2)(x+2)$; г) $(x+3)(x-y)(x+y)$. **1006.** а) 0; 1; -1; б) 0; 3; -3; в) 0; -1; г) 0; 2; -2. **1007.** а) 0; б) 0; 2. **1010.** а) 4,6; б) 19,75. **1022.** 13,6452. **1023.** 138,8665. **1032.** а) $a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$; б) $a^4-4a^3b+6a^2b^2-4ab^3+b^4$. **1039.** а) $5a-4$; б) $7a-9$; в) $-2b-1$; г) $2b+1$; д) $2c^2-82$; е) 75. **1041.** в) $5a^2-4a-15$; г) $-4b-13$; д) $-21a^2+21$; е) $18b^2-12b+2$; ж) $3x^2+22$; з) $10y^2-30y+85$. **1042.** Барлык x өчен. **1044.** а) 4; б) 1,5; в) 2,625; г) 0. **1046.** а) $\frac{15}{64}$; б) $\frac{1}{2}$; в) $\frac{1}{80}$. **1048.** ж) $15(x-1)(3x-1)$; з) $(2n+3)(1-4n)$; и) $(3a+2)(3a+4)$; к) $(-5x+17)(5x-13)$; л) $8(x+2)(x+11)$; м) $4(5y-11)(2y-17)$. **1050.** а) 17,4; б) 17. **1055.** а) $(2x+1)(x^2+x+1)$; б) $(y-5)(y^2-y+7)$; в) $a(a^2-3ab+3b^2)$; г) $(3x-y)(3x^2+y^2)$; д) $(2a+b)(13a^2-5ab+b^2)$; е) $(b+2)(b^2-26b+244)$. **1058.** а) -4; б) 0,5; в) 2; г) 2. **1060.** а) 34,5; б) 24. **1066.** а) $-a^3-1{,}5a^2-1{,}5a+17$; б) $4m^6-m^4-15m^3-18m^2+81m$.

1067. $a^8-2a^4b^4+b^8$. **1070.** а) 131; б) 28; в) 61; г) 24,125. **1073.** а) $a=1$ булганда; б) $a=-1$ булганда. **1074.** а) $b=20$ булганда; б) $b=1$ булганда. **1078.** а) $2(7+2b)(5a-6b)$; б) $3(7b-c)(c^2+2)$; в) $3(y+3)(2-x)(2+x)$; г) $6(5a-3b)(a^2+4)$. **1079.** а) $(a-b)(a+b)(3a+b)$; б) $(1-a)(1+a)(2x+y)$; в) $(1-c)(1+c+c^2)(3p+2)$; г) $(a+2)(a-3)(a^2-2a+4)$. **1082.** а) $(x-y)(x+y-1{,}5)$; б) $(x+a)(x-a+0{,}5)$; в) $(2a-b)(2a+b-1)$; г) $(p+4c)(p-4c-1)$; д) $(a+b)(a-b+6)$; е) $(x-y)(x+y-7)$. **1083.** а) $(x+2y)(x-1)(x+1)$; б) $(2y-5)(y-2)(y+2)$; в) $(a-2)(a+2)(a-5)$; г) $(x-4)(x-3)(x+3)$. **1084.** а) $(a+b)(3a+b)$; б) $(b-c)(11c-9b)$; в) $(x-y)(5x+y)$; г) $(a+1)(a-9)$. **1085.** а) $(x+y-1)(x+y+1)$; б) $(a-b-5)(a-b+5)$; в) $(6-b+c)(6+b-c)$; д) $(1-5x+y)(1+5x-y)$; е) $(b-a-6)(b+a+6)$; ж) $(9a-3b+c)(9a+3b-c)$; з) $(bc-b-c-1)(bc+b+c-1)$. **1086.** а) $(x+y)(x^2+xy+y^2)$; б) $-(4x+y)(x^2+xy+y^2)$; в) $(a-b)(a^2+6ab+b^2)$; г) $(p-1)(p^2-p+1)$; д) $(2b+1)(4b^2+b+1)$; е) $(a-5)(a^2+a+25)$. **1087.** а) $(x^2-xy+y^2)(x+y+2)$; б) $(a^2+ab+b^2)(a-b+3)$; в) $(a-b)(a+b)(a^2-ab+b^2)$; г) $(x+y)(x-y)(x^2+xy+y^2)$.

VI бүлек

1105. (6; 6). **1106.** $a=3$. **1107.** а) 6,16; б) $-4{,}32$. **1108.** а) $(1+a)^2(1-a)$; б) $(2-b)(2+b)^2$. **1115.** $-7{,}4$. **1116.** 11. **1118.** а) 12; б) 26,5. **1119.** а) -1; б) $34\frac{2}{3}$. **1129.** а) $-\frac{5}{12}$; б) $7\frac{1}{12}$. **1130.** а) $10c^3-17c^2+19c-40$; б) $21m^2+10m-8$. **1131.** а) $(a+1)(a+x)(a-x)$; б) $(b+c)(b+3)(b-3)$. **1132.** а) (2; 3); б) (3; -1). **1133.** а) (2; 5); б) (1; -2); в) (4; 2); г) (4,5; 7); д) (-23; -3); е) (7; $-4{,}5$). **1134.** а) (5; 2); б) (1; 6); в) (-20; -2); г) ($-1{,}5$; $-3{,}5$). **1135.** а) $u=-0{,}5$; $v=0{,}2$; б) $p=3$; $q=5$; в) $u=4\frac{1}{3}$; $v=-1\frac{1}{9}$; г) $p=2{,}25$; $q=-3{,}5$. **1136.** а) (-4; 3); б) (-2; 7); в) (-10; 5); г) (-11; -4). **1137.** а) (3; 0,5). **1138.** а) $\left(1\frac{1}{3}; -2\frac{1}{3}\right)$; б) ($-0{,}4$; $-7{,}2$). **1139.** а) (4,4; 1,72); б) $\left(3\frac{4}{9}; -4\frac{1}{3}\right)$. **1140.** а) $\left(3; -\frac{1}{2}\right)$; б) $\left(-\frac{1}{3}; 2\right)$; в) ($-166$; 34); г) $\left(5\frac{1}{3}; -\frac{1}{9}\right)$. **1141.** а) $x=7$; $y=1$; б) $a=-3$; $b=1$. **1142.** а) $x=-6$; $y=4$; б) $a=12$; $b=-2$; в) $m=5$; $n=-3$; г) $x=-1$; $y=-5$. **1143.** а) (-15; 12); б) (2; $-1{,}5$). **1144.** а) $8x^2+18y^2$; б) $24xy$. **1145.** а) $x^3(x-2a)^2$; б) $a^4(2a-3b)^2$. **1147.** а) (2; 1); б) (-8; -4); в) (60; 30); г) $\left(2; -\frac{1}{4}\right)$. **1148.** а) (5; -2); б) (-3; 0); в) (-5; 10); г) (-3; $-3{,}5$). **1149.** а) $\left(\frac{1}{4}; 0\right)$; б) ($-0{,}6$; -2); в) $a=-\frac{1}{3}$; $b=\frac{1}{2}$; г) (2; 1); д) $\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right)$; е) $y=6$; $z=-7$. **1150.** а) $x=-1$; $y=-2$; б) $u=3$; $v=-10$; в) $x=-4$; $y=-1$; г) $a=10$; $b=5$. **1151.** а) $x=100$; $y=1$; б) $u=6$; $v=5$; в) $x=0{,}4$; $y=-0{,}2$; г) $a=0{,}1$; $b=0{,}3$.

1152. а) $y = 1{,}6x - 3$; б) $y = 6x - 23$; в) $y = -1{,}5x + 11$; г) $y = -2x - 7$. **1153.** $y = 2{,}2x + 11$. **1154.** $y = -1\frac{1}{3}x + 1\frac{2}{3}$. **1155.** $y = -2\frac{3}{4}x + 11$. **1157.** а) (7; −2); б) (2; 1). **1158.** а) $x = 3$; $y = 4$; б) $m = 10$; $n = 12$; в) $x = 6$; $y = 20$; г) $u = 12$; $v = 15$. **1159.** а) (9; 8); б) (−0,8; −0,8); в) (3; 4); г) (−1; 0). **1160.** а) $x = 15$; $y = 12$; б) $u = -8$; $v = 6$; в) $x = 12$; $y = -12$; г) $a = 15$; $b = 10$. **1162.** д) $47(a - b)\times$ $\times(a + b)(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$; е) $51(a^2 + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4)$. **1163.** а) $-10x - 1$; б) $-6y + 4$. **1165.** 37,5 һәм 25,5. **1166.** 575 һәм 740 әйбер. **1167.** 18 бригада. **1168.** 15 йөк автомобиле. **1169.** 18 трактор, 10 автомашина. **1170.** 12 см. **1172.** 8 һәм 12 т. **1173.** 60 км/сәг. **1174.** 9 һәм 5. **1175.** 45 һәм 50 км/сәг. **1176.** 80 һәм 60 км/сәг. **1177.** 5 һәм 4,5 км/сәг. **1178.** 18 км/сәг. **1179.** 55 һәм 5 км/сәг. **1180.** 33 һәм 22 китап. **1181.** 60 һәм 42. **1182.** 7,8 һәм 8,3 г/см^3. **1183.** 81. **1184.** 37. **1185.** 720 һәм 1200 га. **1186.** 320 һәм 360 деталь. **1187.** а) $-3a + 2$; б) 26. **1188.** в) $(p^2 + 2)(p^4 - 2p^2 + 4)$; г) $(3 - m^2)(9 + 3m^2 + m^4)$. **1195.** а) 3; б) 4. **1196.** б) (1; 18); (2; 9); (3; 6); (6; 3); (9; 2); (18; 1). **1197.** (5; 37); (11; 31); (13; 29); (19; 23); (23; 19); (29; 13); (31; 11); (37; 5). **1198.** 9 яки 4. **1199.** 91. **1200.** а) Юк; б) әйе; (0; 9) ноктасында. **1202.** 20. **1203.** −0,88. **1213.** (7; −2). **1214.** $a = -1{,}5$. **1215.** $b = 2{,}5$. **1216.** $k = 1{,}5$. **1223.** а) $x = 21$; $y = 25$; б) $x = 1$; $y = 10$; в) $y = 16$; $z = 21$; г) $x = 9$; $y = 11$; д) $x = 10$; $y = 1$; е) $u = -0{,}1$; $v = 0{,}2$. **1224.** а) (−0,25; 1); б) (−0,5; 1,5); в) (7; 5); г) (4; 4). **1225.** а) $x = 4\frac{7}{17}$; $y = 1\frac{13}{17}$; б) $m = -8$; $n = 5$; в) $x = 1$; $y = 1$; г) $p = 2$; $q = \frac{1}{3}$. **1226.** а) $x = -5$; $y = 3$; б) $u = 0$; $v = 4$. **1227.** а) (5; −4); б), в), г) чишелешләре юк. **1233.** 6 һәм 2 сәг. **1234.** 3 һәм 2 сәг. **1235.** 560, 600 га. **1236.** 12 т ашлама, 8 т цемент. **1237.** 120, 180 деталь. **1238.** 40 һәм 60. **1239.** 8 чабучы. **1240.** 50 һәм 60 кг. **1241.** 20, 15 деталь.

Авыррак мәсьәләләр

1242. 2, 3, 4, 5, 7 һәм 13. **1243.** а) −4; 10; б) −11; 7; в) 2,5; 5,5; г) −1,3; 13,3. **1246.** 32% ка. **1247.** 520, 572 һәм 440. **1248.** 96, 120 һәм 168. **1249.** 36 һәм 48. **1251.** 12, 24, 36, 48. **1252.** Бүленә. **1254.** 77. **1256.** 890. **1260.** 72. **1263.** Беренче вакланма икенчесеннән зуррак. **1271.** $2^{64} - 1$. **1276.** $a = 5$; $b = -2$, $c = 7$, $d = -9$. **1278.** $x = 3$, $y = 2$. **1279.** а) $x = 3$, $y = 4$, $z = 5$; б) $x = -4$, $y = 1$, $z = 5$. **1280.** 729. **1281.** 24 һәм 144, яки 48 һәм 120, яки 72 һәм 96. **1283.** 12 һәм 30 км/сәг. **1284.** 18 һәм 10 яшь. **1285.** 40 һәм 80 км/сәг. **1286.** 15 км/сәг. **1287.** 6 км, 7,2 км/сәг, 3,6 км/сәг. **1288.** 114 кг га. **1289.** 3 тапкыр.

Эчтәлек

I БҮЛЕК **АҢЛАТМАЛАР, БЕРДӘЙЛЕКЛӘР, ТИГЕЗЛӘМӘЛӘР**

§ 1. Аңлатмалар 3
1. Санлы аңлатмалар . . . . . —
2. Үзгәрешлеле аңлатмалар 6
3. Аңлатмаларның кыйммәтләрен чагыштыру 10

§ 2. Аңлатмаларның рәвешен үзгәртү 14
4. Саннар өстендә гамәл үзлекләре . . . . . —
5. Бердәйлекләр 17
6. Аңлатмаларның рәвешен бердәй үзгәртү 19

§ 3. Бер үзгәрешлеле тигезләмәләр 23
7. Тигезләмә һәм аның тамырлары . . . . . —
8. Бер үзгәрешлеле сызыкча тигезләмә 26
9. Тигезләмәләр ярдәмендә мәсьәләләр чишү 29

I бүлеккә өстәмә күнегүләр 33

II БҮЛЕК **ФУНКЦИЯЛӘР**

§ 4. Функцияләр һәм аларның графиклары 39
10. Функция нәрсә ул . . . . . —
11. Функциянең кыйммәтен формула буенча исәпләү 43
12. Функциянең графигы 46

§ 5. Сызыкча функция 52
13. Сызыкча функция һәм аның графигы . . . . . —
14. Туры пропорциональлек 57
15. Сызыкча функция графикларының үзара торышы 60

II бүлеккә өстәмә күнегүләр 65

III БҮЛЕК **НАТУРАЛЬ КҮРСӘТКЕЧЛЕ ДӘРӘҖӘ**

§ 6. Дәрәҗә һәм аның үзлекләре 70
16. Натураль күрсәткечле дәрәҗә билгеләмәсе . . . . . —
17. Дәрәҗәләрне тапкырлау һәм бүлү 75
18. Тапкырчыгышны һәм дәрәҗәне дәрәҗәгә күтәрү 79

§ 7. Бербуыннар 83
19. Бербуын һәм аның стандарт рәвеше . . . . . —
20. Бербуыннарны тапкырлау. Бербуынны дәрәҗәгә күтәрү 85
21. $y = x^2$ һәм $y = x^3$ функцияләре һәм аларның графиклары 88

§ 8. Абсолют һәм чагыштырма хата 94
22. Абсолют хата . . . . . —
23. Чагыштырма хата 97

III бүлеккә өстәмә күнегүләр 100

IV БҮЛЕК **КҮПБУЫННАР**

§ 9. Күпбуыннарның суммасы һәм аермасы 106
24. Күпбуын һәм аның стандарт рәвеше . . . . . —
25. Күпбуыннарны кушу һәм алу 109

§ 10. Бербуын белән күпбуын тапкырчыгышы . . . 113
26. Бербуынны күпбуынга тапкырлау . . . —
27. Уртак тапкырлаучыны җәя тышына чыгару . . . 118
§ 11. Күпбуыннарның тапкырчыгышы . . . 123
28. Күпбуынны күпбуынга тапкырлау . . . —
29. Күпбуынны группалау юлы белән тапкырлаучыларга таркату . . . 127
30. Бердәйлекләрне исбатлау . . . 130
IV бүлеккә өстәмә күнегүләр . . . 132

V БҮЛЕК **КЫСКАЧА ТАПКЫРЛАУ ФОРМУЛАЛАРЫ**

§ 12. Сумманың квадраты һәм аерманың квадраты 140
31. Ике аңлатманың суммасын һәм аермасын квадратка күтәрү . . . —
32. Сумманың квадраты һәм аерманың квадраты формулалары ярдәмендә тапкырлаучыларга таркату 145
§ 13. Квадратлар аермасы. Кублар суммасы һәм аермасы . . . 148
33. Ике аңлатманың аермасын аларның суммасына тапкырлау . . . —
34. Квадратлар аермасын тапкырлаучыларга таркату 152
35. Кублар суммасын һәм аермасын тапкырлаучыларга таркату . . . 155
§ 14. Бөтен аңлатмаларны үзгәртү . . . 157
36. Бөтен аңлатманы күпбуынга үзгәртү . . . —
37. Тапкырлаучыларга таркатуның төрле ысулларын куллану . . . 160
38. Бөтен аңлатмаларның рәвешен үзгәртүне куллану 164
V бүлеккә өстәмә күнегүләр . . . 167

VI БҮЛЕК **СЫЗЫКЧА ТИГЕЗЛӘМӘЛӘР СИСТЕМАЛАРЫ**

§ 15. Ике үзгәрешлеле сызыкча тигезләмәләр һәм аларның системалары . . . 174
39. Ике үзгәрешлеле сызыкча тигезләмәләр . . . —
40. Ике үзгәрешлеле сызыкча тигезләмәнең графигы 177
41. Ике үзгәрешлеле сызыкча тигезләмәләр системалары . . . 180
§ 16. Сызыкча тигезләмәләр системаларын чишү 184
42. Алыштырып кую ысулы . . . —
43. Кушу ысулы . . . 188
44. Тигезләмәләр системалары ярдәмендә мәсьәләләр чишү . . . 192
VI бүлеккә өстәмә күнегүләр . . . 195

Авыррак мәсьәләләр . . . 201
Тарихи мәгълүматлар . . . 205
V—VI сыйныфлар математика курсы буенча мәгълүматлар . . . 208
Атамалар күрсәткече . . . 213
Җаваплар . . . 214

Учебное издание

***Макарычев** Юрий Николаевич*
***Миндюк** Нора Григорьевна*
***Нешков** Константин Иванович*
***Суворова** Светлана Борисовна*

АЛГЕБРА

Учебник для 7 класса
татарской средней общеобразовательной школы

Казань. Издательство «Магариф». 2004

Перевод с русского на татарский язык

4-е издание

Уку-укыту басмасы

***Макарычев** Юрий Николаевич*
***Миндюк** Нора Григорьевна*
***Нешков** Константин Иванович*
***Суворова** Светлана Борисовна*

АЛГЕБРА

Татар урта гомуми белем бирү мәктәбенең
7 нче сыйныфы өчен дәреслек

Редакторы *Л. Х. Мөхәммәтҗанова*
Бизәлеш редакторы *Р. А. Сәйфуллина*
Техник редакторы *Ә. С. Трофимова*
Корректорлары *Т. Н. Сәгъдуллина, Р. Ә. Фәйзуллина*
Компьютерда биткә салучысы *Р. Ф. Мөбәракҗанова*

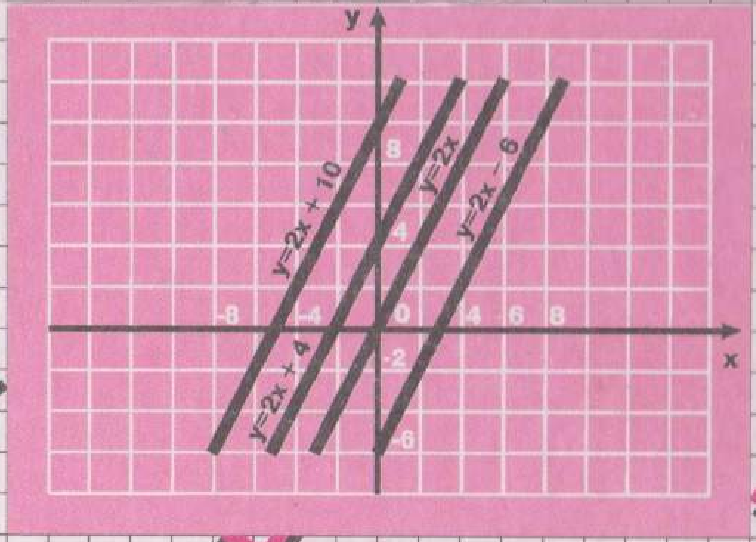
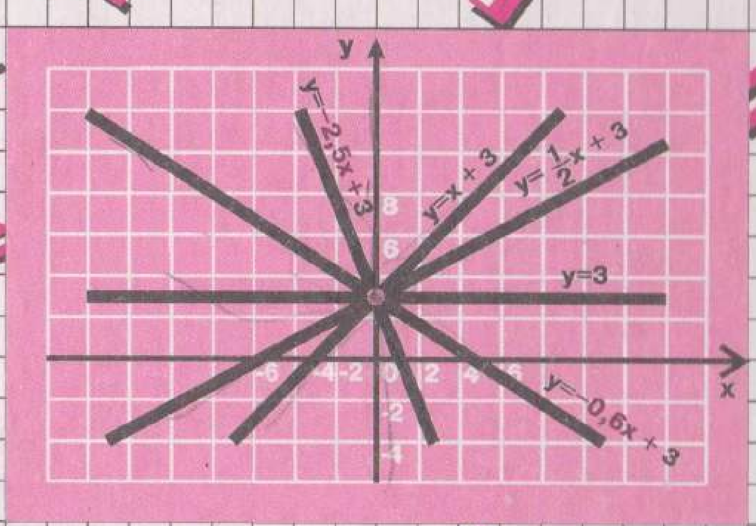
Оригинал-макеттан басарга кул куелды 06.08.2004.
Форматы $60 \times 90\ ^1/_{16}$. Офсет кәгазе. «Антиква» гарнитурасы.
Офсет басма. Басма табагы 14,0 + форз. 0,31.
Тиражы 15 000 д. Заказ К 4/147.

«Мәгариф» нәшрияты. 420111. Казан, Бауман урамы, 19.
Издательство «Магариф». 420111. Казань, ул. Баумана, 19.
Тел./факс (8432) 92-57-48.
http://magarif.kazan.ru.
E-mail: magarif@mail.ru

ДУП «Полиграфия-нәшрият комбинаты».
420111. Казан, Бауман урамы, 19.

10 НАН 99 ГА КАДӘРГЕ НАТУРАЛЬ САННАРНЫҢ КВАДРАТЛАРЫ ТАБЛИЦАСЫ

ДИСТӘЛӘР	БЕРӘМЛЕКЛӘР									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801



y=kx+b
СЫЗЫКЧА ФУНКЦИЯСЕНЕҢ ГРАФИГЫ